



7^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ”

17 Ιανουαρίου 2026

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1

Στο τέλος, μετά και τον **τρίτο χωρικό**, στον κλέφτη μένει **1 πορτοκάλι**. Κάθε φορά ο χωρικός παίρνει: τα **μισά** πορτοκάλια και **μισό πορτοκάλι ακόμη**

Άρα, για να βρούμε πόσα είχε πριν από κάθε συνάντηση, κάνουμε το αντίστροφο:

- ο προσθέτουμε μισό πορτοκάλι και διπλασιάζουμε
- ο **Μετά τον 3ο χωρικό:** Έμεινε 1 πορτοκάλι
- ο **Πριν τον 3ο χωρικό:** $(1+0,5) \times 2 = 3$
- ο **Πριν τον 2ο χωρικό:** $(3+0,5) \times 2 = 7$
- ο **Πριν τον 1ο χωρικό (αρχικά):** $(7+0,5) \times 2 = 15$

Άρα αρχικά είχε 15 πορτοκάλια

Πρόβλημα 2

Ο Α πήρε τα $\frac{6}{14}$ του ποσού. Έμειναν τα $\frac{8}{14}$ του ποσού.

Ο Β πήρε τα $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{14} = \frac{5}{14}$ του ποσού. Έμειναν τα $\frac{3}{14}$ του ποσού.

Ο Γ πήρε το $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{14} = \frac{1}{14}$ του ποσού. Έμειναν τα $\frac{2}{14}$ του ποσού, που τα πήρε ο Δ.

Το ποσό του Β είναι κατά 75 ευρώ **μεγαλύτερο** του ποσού του Δ.

Η διαφορά τους είναι τα $\frac{5}{14} - \frac{2}{14} = \frac{3}{14}$ του ποσού.

Τα $\frac{3}{14}$ του ποσού είναι 75 ευρώ, άρα το $\frac{1}{14}$ του ποσού είναι $75 : 3 = 25$ ευρώ, οπότε το ποσό είναι $14 \cdot 25 = 350$ ευρώ.

Πήραν:

$$A = \frac{6}{14} \cdot 350 = 150, \quad B = \frac{5}{14} \cdot 350 = 125$$

$$\Gamma = \frac{1}{14} \cdot 350 = 25, \quad \Delta = \frac{2}{14} \cdot 350 = 50$$



Πρόβλημα 3

i) Εμβαδόν αυλών

Η αυλή ABE είναι τρίγωνο με βάση $AB = 40$ m και ύψος $BE = 50$ m.

$$\text{Εμβαδόν ABE} = (1/2) \cdot 40 \cdot 50 = 1000 \text{ m}^2.$$

Η αυλή ΒΓΔΕ είναι ορθογώνιο με πλευρές 30 m και 50 m.

$$\text{Εμβαδόν ΒΓΔΕ} = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ m}^2.$$

ii) Ποσοστά επί της συνολικής επιφάνειας

$$\text{Συνολικό εμβαδόν ΑΓΔΕ} = 1000 + 1500 = 2500 \text{ m}^2.$$

$$\text{Ποσοστό αυλής ABE} = 1000 / 2500 = 40\%.$$

$$\text{Ποσοστό αυλής ΒΓΔΕ} = 1500 / 2500 = 60\%.$$

iii) Κατανομή κόστους πλακόστρωσης

$$\text{Κόστος αυλής ABE} = 40\% \cdot 15.000 \text{ €} = 6.000 \text{ €}.$$

$$\text{Κόστος αυλής ΒΓΔΕ} = 60\% \cdot 15.000 \text{ €} = 9.000 \text{ €}.$$

Πρόβλημα 4

Οι αριθμοί είναι από το 1 έως το 9, χρησιμοποιούνται 8 κάρτες (2 για κάθε άτομο) και 1 μένει στο τραπέζι.

Οι δυνατές επιλογές για τον καθένα

Τηλέμαχος (άθροισμα 6):

- {1,5} ή {2,4}

Μάρκος (διαφορά 5):

- {6,1}, {7,2}, {8,3}, {9,4}

Δημήτρης (γινόμενο 18):

- {2,9} ή {3,6}

Πάυλος (ο ένας διπλάσιος του άλλου):

- {1,2}, {2,4}, {3,6}, {4,8}

Όλες οι κάρτες πρέπει να είναι διαφορετικές.



Έλεγχος περιπτώσεων

A) Αν ο Δημήτρης είχε το $\{2,9\}$, δεν μπορεί να γίνει έγκυρος συνδυασμός για όλους → απορρίπτεται.

- Άρα ο Δημήτρης έχει το $\{3,6\}$.

B) Τότε:

- Ο Τηλέμαχος δεν μπορεί να έχει $\{2,4\}$ → παίρνει $\{1,5\}$.
- Ο Παύλος μπορεί να πάρει μόνο το $\{4,8\}$.
- Ο Μάρκος παίρνει το $\{7,2\}$ (διαφορά 5).

Οι χρησιμοποιημένοι αριθμοί είναι:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Ποιος αριθμός έμεινε;

Ο αριθμός 9

