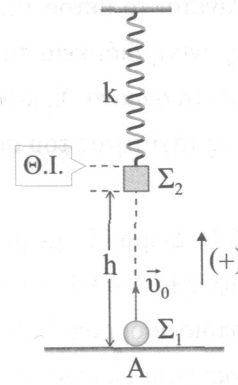


1

Σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$ ισορροπεί ακίνητο σε ύψος $h = 3,75 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος, δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_2 το ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια $U_{\text{ελ}} = 8 \text{ J}$. Ένα άλλο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ εκτοξεύεται από σημείο A του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα \vec{v}_0 . Το σώμα Σ_1 κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή $t = 0$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 . Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα Σ_2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά μετά την κρούση στη θέση όπου μηδενίζεται η δύναμη που δέχεται από το ελατήριο.



- Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_2 μετά την κρούση.
- Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση.
- Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ_2 εξαιτίας της κρούσης.

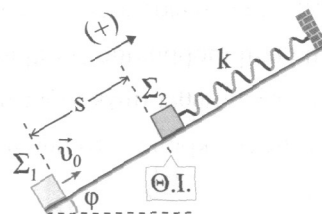
2

Σώμα Σ_2 μάζας m_2 ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$, δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Ένα άλλο σώμα Σ_1 μάζας m_1 εκτοξεύεται από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα \vec{v}_0 , όπως φαίνεται στο σχήμα, και αφού διανύσει διάστημα $s = 0,9 \text{ m}$, τη χρονική στιγμή $t = 0$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 . Αμέσως μετά την κρούση, τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αποκτούν αντίθετες ταχύτητες και το σώμα Σ_2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με χρονική εξίσωση απομάκρυνσης που δίνεται από τη σχέση:

$$x = 0,2\eta\mu(10t) \quad (\text{S.I.})$$

Να υπολογίσετε:

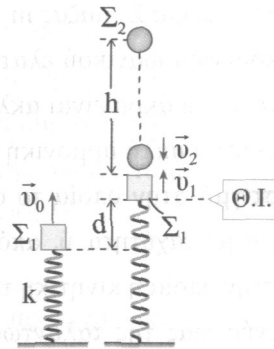
- Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- Τον λόγο $\frac{m_1}{m_2}$ των μαζών των δύο σωμάτων.
- Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας \vec{v}_0 του σώματος Σ_1 .
- Το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ_2 εξαιτίας της κρούσης.



Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$. Οι διαστάσεις των σωμάτων και η χρονική διάρκεια της κρούσης να θεωρηθούν αμελητέες. Ως θετική φορά να θεωρηθεί η φορά της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση.

3

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο, είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, το οποίο αρχικά ισορροπεί ακίνητο. Ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m_1$ συγκρατείται αρχικά ακίνητο σε ύψος $h = 3,2 \text{ m}$ πάνω από το σώμα Σ_1 . Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το εκτοξεύουμε από τη θέση αυτήν κατακόρυφα



προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$. Το σώμα Σ_1 μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t_1 αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 να κινηθεί, οπότε τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία το σώμα Σ_1 διέρχεται με ταχύτητα \bar{v}_1 από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα πάνω, ενώ το σώμα Σ_2 κινείται με ταχύτητα \bar{v}_2 προς τα κάτω. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση. Η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης που αποκτά το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του είναι ίση με 15 m/s^2 .

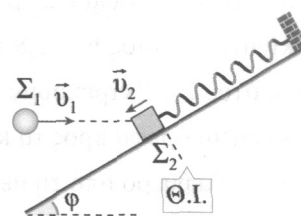
Να υπολογίσετε:

- Το μέτρο της ταχύτητας \bar{v}_2 του σώματος Σ_2 ακριβώς πριν από την κρούση.
- Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_1 πριν από την κρούση.
- Την αρχική εκτροπή d του σώματος Σ_1 .

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης και οι διαστάσεις των σωμάτων να θεωρηθούν αμελητέες.

4

Σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 60^\circ$ και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια $E = 1,5 \text{ J}$. Το σώμα Σ_2 είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το ελατήριο έχει τον άξονά του παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και το πάνω άκρο του ακλόνητα στερεωμένο στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα Σ_2 διέρχεται με ταχύτητα \bar{v}_2 από τη



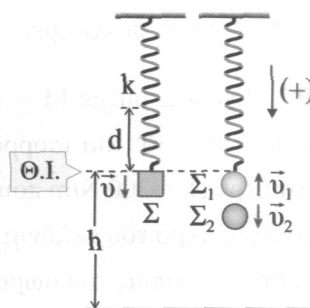
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα Σ_2 διέρχεται με ταχύτητα \bar{v}_2 από τη

θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ το οποίο κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1 = 4 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 ακριβώς πριν από την κρούση.
- Να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας που παράγεται εξαιτίας της κρούσης.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.
- Να προσδιορίσετε τη θέση όπου πρέπει να πραγματοποιηθεί η κρούση και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας \bar{v}'_1 που πρέπει να έχει το σώμα Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση, ώστε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση να μην εκτελέσει ταλάντωση, αλλά να ακινητοποιηθεί στη θέση όπου πραγματοποιήθηκε η κρούση.

5

Σώμα Σ μάζας M ισορροπεί ακίνητο σε ύψος $h = 8 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο από τη θέση αυτή να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία το σώμα Σ διέρχεται με ταχύτητα \bar{v} από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα κάτω εκρήγνυται και διασπάται ακαριαία σε δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Αμέσως μετά την έκρηξη-διάσπαση το σώμα Σ_2 αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα \bar{v}_2 και τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ φτάνει στο έδαφος, ενώ το σώμα Σ_1 παραμένει δεμένο στο ελατήριο και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 3 \text{ m/s}$. Το σώμα Σ_1 μετά την έκρηξη-διάσπαση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,3\sqrt{2} \text{ m}$ και γωνιακής συχνότητας $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

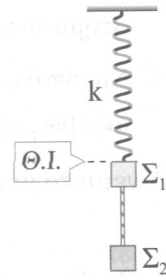


Να υπολογίσετε:

- Τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη-διάσπαση.
- Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη-διάσπαση.
- Τη μάζα M του σώματος Σ .
- Την αρχική εκτροπή d του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας του. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$. Οι διαστάσεις των σωμάτων και η χρονική διάρκεια της έκρηξης-διάσπασης να θεωρηθούν αμελητέες. Ως θετική φορά για την ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ_1 μετά την έκρηξη-διάσπαση να θεωρήσετε τη φορά προς τα κάτω.

6

Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 1 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$ αντίστοιχα είναι αναρτημένα από το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Τα δύο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με κατακόρυφο, αβαρές και μη εκτατό νήμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί με το νήμα τεντωμένο. Εκτρέπουμε το σύστημα των δύο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d = 0,3 \text{ m}$, διατηρώντας το νήμα τεντωμένο, και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων το νήμα παραμένει τεντωμένο.

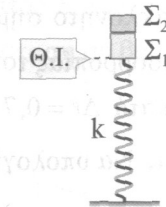


- Να υπολογίσετε τις σταθερές επαναφοράς της ταλάντωσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .
- Να γράψετε την εξίσωση της τάσης του νήματος που δέχεται το σώμα Σ_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του συστήματος των δύο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.
- Να υπολογίσετε τον λόγο της μέγιστης προς την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος που δέχεται το σώμα Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων.
- Να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης που μπορεί να εκτελέσει το σύστημα των δύο σωμάτων, ώστε κατά τη διάρκειά της το νήμα να διατηρείται τεντωμένο.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

7

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ είναι τοποθετημένο πάνω στο σώμα Σ_1 . Αρχικά το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί ακίνητο.



Εκτρέπουμε το σύστημα των δύο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $0,2 \text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση όπου το εκτρέψαμε. Κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων το σώμα Σ_2 δεν χάνει την επαφή του με το σώμα Σ_1 .

- Να αποδείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.
- Να γράψετε τις εξισώσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης που εκτελεί το σύστημα των δύο σωμάτων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να σχεδιάσετε τις γραφικές τους παραστάσεις σε κοινό σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

- γ. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 τις χρονικές στιγμές στις οποίες η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.
- δ. Ακινητοποιούμε το σύστημα των δύο σωμάτων και στη συνέχεια το θέτουμε εκ νέου σε απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A' = 0,5 \text{ m}$. Να προσδιορίσετε τη θέση όπου το σώμα Σ_2 χάνει την επαφή του με το σώμα Σ_1 και να υπολογίσετε την ενέργεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_1 μετά την απώλεια της επαφής του με το σώμα Σ_2 .

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να θεωρήσετε ότι το σώμα Σ_2 , αφού εγκαταλείψει το σώμα Σ_1 , απομακρύνεται από την ευθεία κίνησης των δύο σωμάτων.