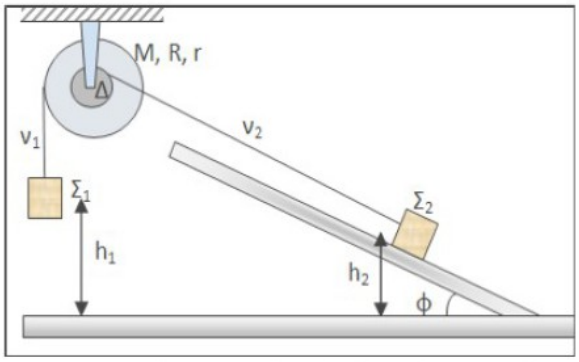
1



Η διπλή τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M=4,25kg, με το εσωτερικό της αυλάκι να έχει ακτίνα r και το εξωτερικό της, ακτίνα R=2r=0,1m. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ως προς ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Δ. Στο εξωτερικό της αυλάκι έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα ν1, που στο άκρο του είναι δεμένο σώμα Σ1, μάζας m1=1kg, ενώ στο εσωτερικό της αυλάκι έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα ν2, που στο άκρο του είναι δεμένο σώμα Σ2, μάζας m2=3kg, που βρίσκεται πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^0$. Αρχικά όλο το σύστημα βρίσκεται σε ακινησία, με τα σώματα Σ1 και Σ2 να βρίσκονται σε ύψη h1=6,4m και h2=2m, αντίστοιχα, από το οριζόντιο επίπεδο, όπως δείχνεται στο σχήμα. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του σώματος Σ2 και του πλαγίου επιπέδου, που είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής ολίσθησης, μ= $\sqrt{3}/5$. Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβεται το νήμα v_2 και τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στο οριζόντιο επίπεδο, με την τροχαλία να στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Δίνεται g =10m/s^2. Να υπολογίσετε:

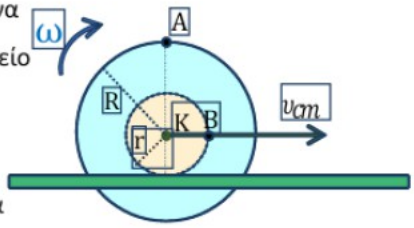
Γ1. το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα Σ2 από το κεκλιμένο επίπεδο, πριν κοπεί το νήμα ν2.

Γ2. το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει το σώμα Σ1 στο οριζόντιο επίπεδο.

Γ3. τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

Γ4. το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της.

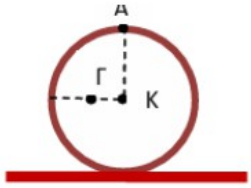
2



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα καρούλι με εσωτερική ακτίνα r=R/2 και εξωτερική ακτίνα R. Το σημείο Α είναι το ανώτερο σημείο του καρουλιού ενώ το σημείο Β είναι το σημείο του άξονα που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο. Το καρούλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντια επιφάνεια που εφάπτεται στον άξονα ακτίνας r, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Β είναι:

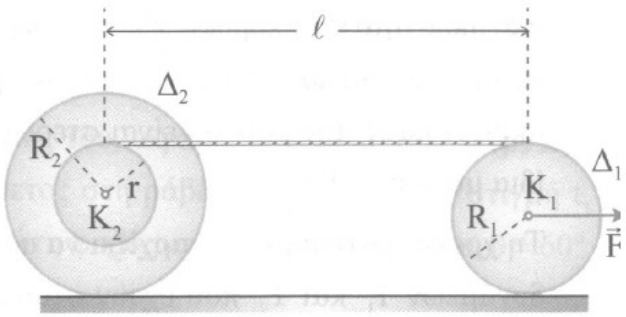
i. $\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{2}$ **ii.** $\frac{v_A}{v_B}=2\sqrt{2}$ **iii.** $\frac{v_A}{v_B}=1{,}5\sqrt{2}$

3 Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου ucm. Έστω Α το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και Γ ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση (ΓΚ) = R/2 από το κέντρο Κ του τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο λόγος $υ_Γ/υ_Α$ των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Γ και Α είναι ίσος με



i. $\frac{1}{4}$ ii. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ iii. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

4 Οι ομογενείς δίσκοι $Δ_1$ και $Δ_2$ που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα έχουν ακτίνες $R_1 = 2R$ και $R_2 = 3R$ αντίστοιχα. Ο δίσκος $Δ_2$ διαθέτει κυκλική εγκοπή ακτίνας $r = R$. Στην περιφέρεια του δίσκου $Δ_1$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο περιβάλλει την περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής του δίσκου $Δ_2$. Αρχικά, οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι με το νήμα τεντωμένο.



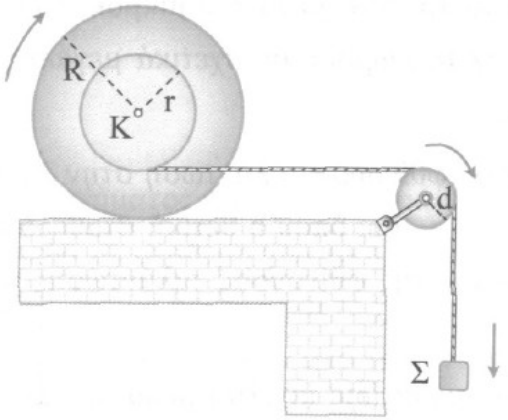
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να ασκείται στο κέντρο μάζας του δίσκου $Δ_1$ οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$, οπότε οι δίσκοι $Δ_1$ και $Δ_2$ αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν σε οριζόντιο δάπεδο, περιστρεφόμενοι γύρω από τα κέντρα μάζας τους σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, με σταθερές γωνιακές επιταχύνσεις $\vec{α}_{γων(1)}$ και $\vec{α}_{γων(2)}$ αντίστοιχα. Κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο δίσκων το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου $Δ_1$ και στην περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής του δίσκου $Δ_2$.

Α. Αν ο δίσκος $Δ_1$ στο χρονικό διάστημα Δt, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1, διανύει διάστημα s_1, τότε στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt ο δίσκος $Δ_2$ διανύει διάστημα:

α. $s_2 = \frac{3}{2}s_1$. **β.** $s_2 = \frac{2}{3}s_1$. **γ.** $s_2 = 2s_1$.

5 Ο ομογενής δίσκος του ακόλουθου σχήματος έχει ακτίνα R και διαθέτει κυκλική εγκοπή ακτίνας $r = \frac{R}{2}$. Στην περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο περιβάλλει τροχαλία ακτίνας d και καταλήγει σε σημειακό σώμα Σ. Αρχικά, το σύστημα δίσκος – τροχαλία – σώμα Σ συγκρατείται ακίνητο με τα νήματα τεντωμένα.

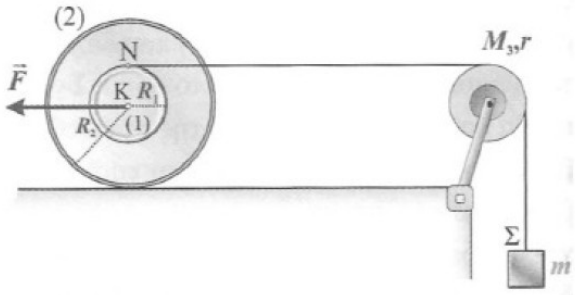
Τη χρονική στιγμή t = 0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί, οπότε ο δίσκος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλου μήκους με το κέντρο μάζας του να κινείται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{cm}$, η τροχαλία αρχίζει να περιστρέφεται σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού γύρω από τον άξονά της με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{γων}$ και το σώμα Σ αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\Sigma}$.



Αν η μετατόπιση του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt, από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη χρονική στιγμή t_1, είναι ίση με h, τότε το μήκος του νήματος που τυλίγεται στην περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής του δίσκου στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $\ell = h$. **β.** $\ell = \frac{h}{3}$. **γ.** $\ell = \frac{2h}{3}$.

6 Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο ομόκεντροι ομογενείς και λεπτοί δίσκοι (1) και (2), με ακτίνες R_1 = = 0,2 m και R_2 = 0,4 m και μάζες M_1 και M_2 αντίστοιχα, που είναι κολλημένοι μεταξύ τους, μια ομογενής τροχαλία ακτίνας r = 0,2 m και μάζας M_3 = 0,1 kg και ένα σώμα Σ μάζας m = 2 kg. Στο δίσκο (1) είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα, που μέσω της τροχαλίας καταλήγει στο σώμα Σ. Αρχικά κρατάμε ακίνητο το σύστημα ασκώντας στο κοινό κέντρο Κ των δύο δίσκων οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ που βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το νήμα.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από την άρθρωση.

γ) Κάποια χρονική στιγμή, που τη θεωρούμε ως $t = 0$, καταργούμε τη δύναμη F, οπότε το σύστημα των δύο κολλημένων δίσκων κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή επιτάχυνση ενώ το νήμα ξετυλίγεται, η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές και το σώμα Σ κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω, επίσης χωρίς τριβές και χωρίς το νήμα να γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας και του δίσκου (1). Η επιτάχυνση του σώματος Σ κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι σταθερή και έχει μέτρο $\alpha_{\Sigma} = 2{,}5\ \text{m/s}^2$.

Να υπολογίσετε για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει κατέβει κατά $h = 0{,}8$ m:

i) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας,

ii) το μέτρο της ταχύτητας του ανώτατου σημείου του δίσκου (2),

iii) το μήκος του νήματος που ξετυλίχθηκε από το αυλάκι του δίσκου (1).

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με $g = 10\ \text{m/s}^2$.