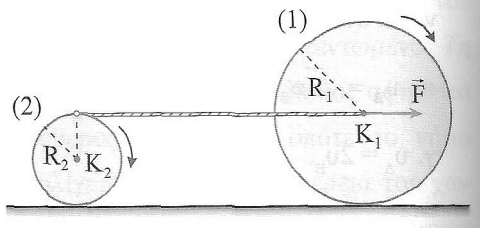


1

Οι δίσκοι (1) και (2) που απεικονίζονται στο επόμενο σχήμα έχουν ακτίνες $R_1 = 2R$ και $R_2 = R$ αντίστοιχα και μπορούν να κινούνται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Στην περιφέρεια του δίσκου (2) στο κέντρο K_1 του δίσκου (1). Αρχικά, οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι με το νήμα τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να ασκείται στο κέντρο του δίσκου (1) οριζόντια σταθερή δύναμη \vec{F} , οπότε οι δίσκοι (1) και (2) αρχίζουν να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν στο οριζόντιο δάπεδο περιστρεφόμενοι γύρω από τα κέντρα τους σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με σταθερές γωνιακές επιταχύνσεις μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu(1)}$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$ αντίστοιχα.



2

Το καρούλι του επόμενου σχήματος αποτελείται από δύο πανομοιότυπους ομογενείς δίσκους ακτίνας $R_1 = 2R$ και από έναν ομογενή κύλινδρο ακτίνας $R_2 = R$, ο οποίος ενώνει τους δύο δίσκους. Τα κέντρα των δύο δίσκων βρίσκονται πάνω στον άξονα του κυλίνδρου. Το καρούλι είναι τοποθετημένο πάνω σε δύο ακλόνητες σανίδες που βρίσκονται σε μεγάλο ύψος πάνω από το έδαφος, έτσι ώστε οι δύο δίσκοι να βρίσκονται συνεχώς σε επαφή με τις σανίδες. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο καταλήγει σε σώμα Σ που μπορεί να κινείται κατακόρυφα. Αρχικά,

A. Αν τη χρονική στιγμή t_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1) είναι ω_1 , τότε την ίδια χρονική στιγμή το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (2) είναι:

α. $\omega_2 = \omega_1$. β. $\omega_2 = 2\omega_1$.

γ. $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$.

B. Αν στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , ο δίσκος (1) εκτελεί N_1 περιστροφές, τότε το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο ο δίσκος (2) στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $N_2 = N_1$. β. $N_2 = 2N_1$.

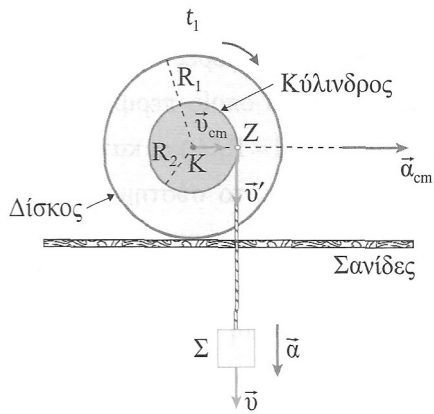
γ. $N_2 = \frac{N_1}{2}$.

Γ. Αν το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του δίσκου (1) στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , είναι s , τότε το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την περιφέρεια του δίσκου (2) στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $l = s$. β. $l = 2s$. γ. $l = \frac{s}{2}$.

το σύστημα καρούλι – σώμα Σ διατηρείται ακίνητο με το νήμα κατακόρυφο.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα καρούλι – σώμα Σ αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί, οπότε το σώμα Σ αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου a και οι δύο δίσκοι αρχίζουν να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν πάνω στις σανίδες με τα κέντρα μάζας τους να κινούνται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση μέτρου a_{cm} .



- A. Αν τη χρονική στιγμή t_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ είναι v , τότε την ίδια χρονική στιγμή το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του καρουλιού είναι:

3

Ο ομογενής δίσκος του επόμενου σχήματος έχει ακτίνα R και διαθέτει κυκλική εγκοπή ακτίνας $r = R/2$. Στην περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο περιβάλλει τροχαλία ακτίνας $d = R/2$ και καταλήγει σε σώμα Σ . Αρχικά, το σύστημα δίσκος – τροχαλία – σώμα Σ συγκρατείται ακίνητο με το νήμα τεντωμένο.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί, οπότε ο δίσκος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το κέντρο μάζας του να κινείται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm} , η τροχαλία αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της, σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu(\tau)}$ και το σώμα Σ αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{Σ} . Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του συστήματος των σωμάτων το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής και στο αυλάκι της τροχαλίας.

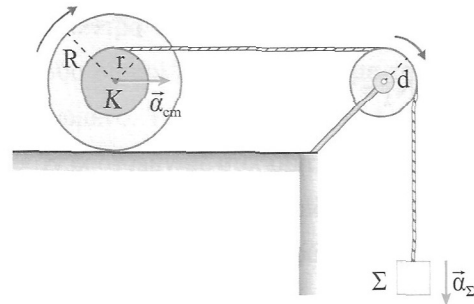
α. $v_{cm} = v$.

β. $v_{cm} = \frac{\sqrt{2}}{2} v$.

γ. $v_{cm} = 2v$.

- B. Αν το διάστημα που διανύει το σώμα Σ στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , είναι ίσο με h , τότε το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του καρουλιού στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $s = 2h$. β. $s = h$. γ. $s = \frac{h}{2}$.



- A. Για τις επιταχύνσεις α_{cm} και α_{Σ} του κέντρου μάζας του δίσκου και του σώματος Σ αντίστοιχα ισχύει:

α. $\alpha_{cm} = \alpha_{\Sigma}$. β. $\alpha_{cm} = \frac{2}{3} \alpha_{\Sigma}$.

γ. $\alpha_{cm} = 2\alpha_{\Sigma}$.

- B. Αν το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , είναι ίσο με N_1 , τότε το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί η τροχαλία στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $N_2 = \frac{N_1}{3}$. β. $N_2 = 2N_1$.

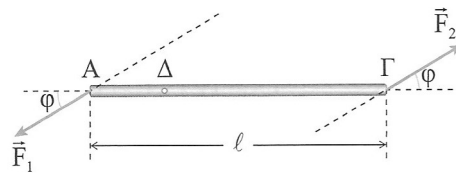
γ. $N_2 = 3N_1$.

Γ. Αν το διάστημα που διανύει το σώμα Σ σε χρονικό διάστημα Δt είναι ίσο με h, τότε το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $l = \frac{h}{3}$. β. $l = \frac{2}{3}h$. γ. $l = 3h$.

4

Στην οριζόντια αβαρή ράβδο ΑΓ μήκους l του παρακάτω σχήματος ασκούνται δύο οριζόντιες και παράλληλες μεταξύ τους δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 που έχουν ίσα μέτρα ($F_1 = F_2$) και αντίθετες φορές. Οι δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 ασκούνται στα άκρα Α και Γ της ράβδου αντίστοιχα σχηματίζοντας με αυτήν οξεία γωνία $\varphi = 30^\circ$.



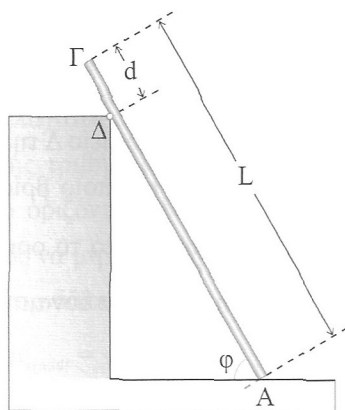
Το μέτρο της συνισταμένης ροπής των δυνάμεων \vec{F}_1 και \vec{F}_2 ως προς το σημείο Δ της ράβδου ΑΓ, που φαίνεται στο σχήμα, είναι:

α. $\Sigma\tau = F_1 l$. β. $\Sigma\tau = \frac{1}{2} F_1 l$.

γ. $\Sigma\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} F_1 l$.

5

Η ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ του επόμενου σχήματος έχει βάρος w και μήκος L. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη στηριζόμενη με το άκρο της Α σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο και με το σημείο της Δ σε λείο σκαλοπάτι. Το σημείο Δ απέχει από το άκρο Γ της ράβδου απόσταση $d = L/6$ και η ράβδος σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με το οριζόντιο δάπεδο.



Α. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το σκαλοπάτι είναι ίσο με:

α. $0,3w$.

β. $0,2\sqrt{3}w$.

γ. $0,3\sqrt{3}w$.

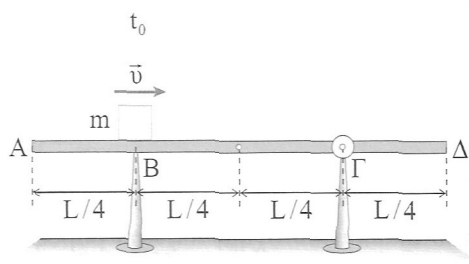
Β. Η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του οριζόντιου δαπέδου, ώστε η ράβδος να μην ολισθήσει, είναι:

α. $\mu_{s(\min)} = \frac{3\sqrt{3}}{17}$. β. $\mu_{s(\min)} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

γ. $\mu_{s(\min)} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$.

6

Ομογενής, λεία και άκαμπτη ράβδος ΑΔ μικρού πάχους, μάζας M και μήκους L ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια δύο υποστηρίγματα. Η κορυφή τού ενός υποστηρίγματος συνδέεται μέσω άρθρωσης σε σημείο Γ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση $(\Gamma\Delta) = L/4$.

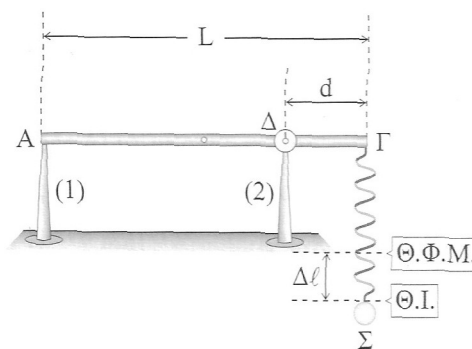


Η ράβδος εφάπτεται στην κορυφή Β του άλλου υποστηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο της Α απόσταση $(AB) = L/4$. Ένας μικρός κύβος μάζας $m = 2M$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από το σημείο Β με σταθερή ταχύτητα \bar{v} , κινούμενος προς τα δεξιά χωρίς τριβές. Η ράβδος ανατρέπεται τη χρονική στιγμή t_1 η οποία είναι ίση με:

α. $\frac{3L}{4v}$. β. $\frac{9L}{16v}$. γ. $\frac{5L}{8v}$.

7

Η ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ που απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα έχει μάζα M , μήκος L και ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια θέση στηριζόμενη στα υποστηρίγματα (1) και (2), τα οποία έχουν τοποθετηθεί στο άκρο της Α και σε σημείο της Δ αντίστοιχα. Η ράβδος συνδέεται με άρθρωση με την κορυφή Δ του υποστηρίγματος (2). Η απόσταση του σημείου Δ από το άκρο Γ της ράβδου είναι $d = L/4$. Στο άκρο Γ της ράβδου είναι στερεωμένο ακλόνητα το πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , στο κάτω άκρο του οποίου είναι δεμένο μικρό σώμα Σ μάζας $m = M/2$. Αρχικά, το σώμα Σ ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell$.



A. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο ΑΓ από το υποστήριγμα (1) είναι ίσο με:

α. $\frac{Mg}{3}$. β. $\frac{Mg}{6}$. γ. $\frac{5Mg}{6}$.

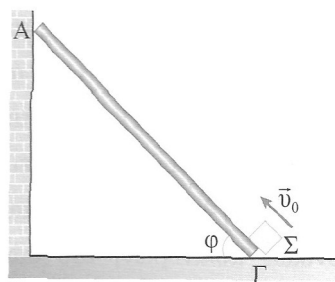
B. Το μέγιστο βάρος ενός σώματος Σ' που μπορούμε να στερεώσουμε στο κάτω άκρο του ελατηρίου, ώστε η ράβδος να μην ανατραπεί, είναι ίσο με:

α. $\frac{2Mg}{3}$. β. Mg . γ. $2Mg$.

8

Η ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ που απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα έχει μήκος L και μάζα M . Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη, στηριζόμενη με το άκρο της Α σε λείο κατακόρυφο τοίχο και με το άκρο της Γ σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο σχηματίζοντας με αυτό γωνία $\varphi = 30^\circ$. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του οριζώντιου δαπέδου είναι $\mu_s = \sqrt{3}/2$. Σημειακό σώμα Σ μάζας $m = M$ εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το άκρο Γ της ράβδου με ταχύτητα \vec{v}_0 , που είναι παράλληλη προς τη ράβδο και έχει φορά προς το άκρο της Α, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

Το σώμα Σ κινείται χωρίς τριβές επάνω στη ράβδο.



Η μέγιστη τιμή του μέτρου της αρχικής ταχύτητας \vec{v}_0 του σώματος Σ , ώστε η ράβδος να μην ολισθήσει κατά τη διάρκεια της κίνησής του επάνω στη ράβδο, είναι:

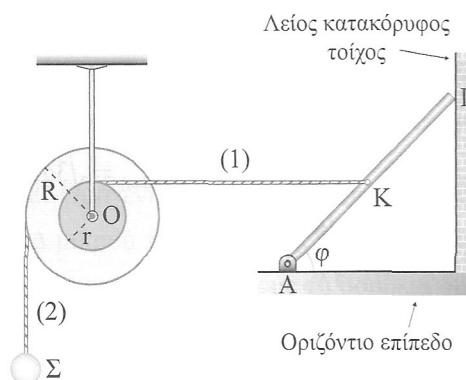
α. $v_{0(\max)} = \sqrt{2gL}$. β. $v_{0(\max)} = \sqrt{3gL}$.

γ. $v_{0(\max)} = \sqrt{\frac{5}{8}gL}$.

9

Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ μήκους L και μάζας M στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης σε οριζόντιο επίπεδο σχηματίζοντας με αυτό γωνία $\varphi = 45^\circ$, ενώ με το άκρο της Γ στηρίζεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Στο μέσον Κ της ράβδου είναι δεμένο το ένα άκρο οριζώντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1), του οποίου το άλλο άκρο είναι τυλιγμένο γύρω από τον εσωτερικό κύλινδρο ακτίνας r ενός στερεού σώματος που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους. Οι δύο ομοαξονικοί κυλίνδροι μπορούν να περιστρέφονται ως ένα ενιαίο σώμα, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που ταυτίζεται με τον κοινό τους άξονα. Στον εξωτερικό κύλινδρο του στερεού σώματος ακτίνας $R = 2r$ είναι τυλιγμένο δεύτερο αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), στο ελεύθερο

άκρο του οποίου έχουμε αναρτήσει σώμα Σ μάζας $m = M/4$. Το σύστημα των δύο ομοαξονικών κυλίνδρων, του σώματος Σ και της ράβδου ισορροπεί ακίνητο.

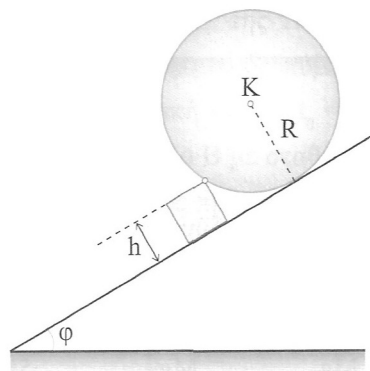


Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο ΑΓ από την άρθρωση είναι ίσο με:

α. $\frac{Mg}{2}$. β. Mg . γ. $1,25Mg$.

10

Η ομογενής και συμπαγής σφαίρα του ακόλουθου σχήματος έχει βάρος \bar{w} , ακτίνα R και ισορροπεί ακίνητη επάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με τη βοήθεια ακλόνητου εμποδίου ύψους $h = R/2$.



Η ελάχιστη τιμή της εφαπτομένης της γωνίας φ για την οποία η σφαίρα υπερπηδά το εμπόδιο είναι:

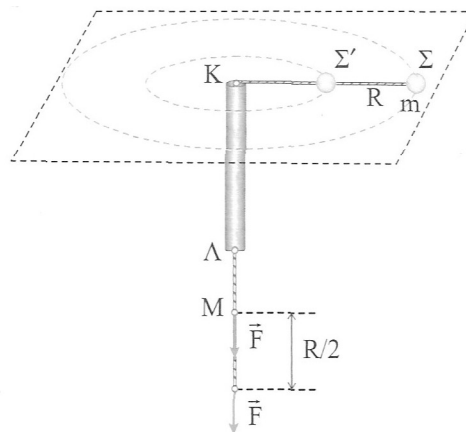
α. $\text{εφ}\varphi_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

β. $\text{εφ}\varphi_{\min} = \sqrt{3}$.

γ. $\text{εφ}\varphi_{\min} = 1$.

11

Το σφαιρίδιο του επόμενου σχήματος, μάζας m , διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας $(K\Sigma) = R$ με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω , δεμένο στο άκρο αβαρούς, μη εκτατού νήματος, το οποίο διέρχεται από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Στο άκρο Μ του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη \bar{F} , ώστε αυτό να κινηθεί, χωρίς τριβή, διαμέσου του σωλήνα, μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας m να γίνει $(K\Sigma') = R/2$. Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς τριβές.



Το έργο της δύναμης \bar{F} για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας m θα είναι ίσο με:

α. $\frac{1}{2}m\omega^2R^2$.

β. $\frac{2}{3}m\omega^2R^2$.

γ. $\frac{3}{2}m\omega^2R^2$.