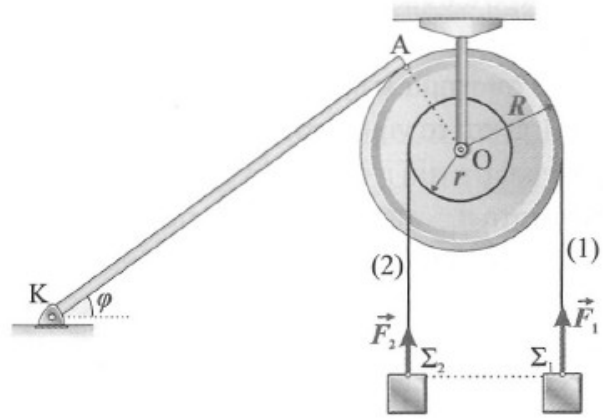


1

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας αβαρής δίσκος ακτίνας  $R = 0,8 \text{ m}$ , ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του  $O$ . Στο αυλάκι του δίσκου έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα (1), στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$ . Ο δίσκος διαθέτει κυκλική εγκοπή ακτίνας  $r = 0,4 \text{ m}$  στην οποία έχουμε τυλίξει α-

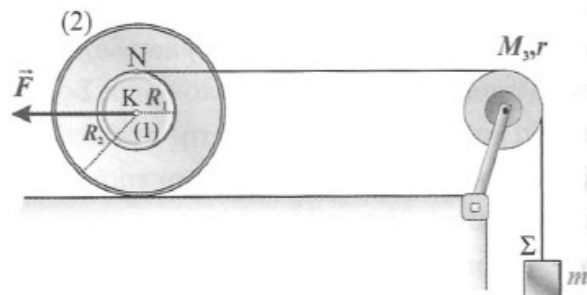


βαρές και μη εκτατό νήμα (2), στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ . Το σύστημα διατηρείται ακίνητο, με τα δύο νήματα τεντωμένα και με τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, με τη βοήθεια μιας ομογενούς ράβδου  $KA$  μήκους  $l$  και μάζας  $M = 5 \text{ kg}$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο της  $K$ . Η ράβδος ακουμπά με το άκρο της  $A$  στην περιφέρεια του δίσκου εμφανίζοντας τριβή με αυτόν και σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία  $\varphi$ , με  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ . Η ακτίνα  $(OA)$  είναι κάθετη στη ράβδο. Η τάση του νήματος (1) που δέχεται το σώμα  $\Sigma_1$  έχει μέτρο  $F_1 = 25 \text{ N}$ , ενώ η τάση του νήματος (2) που δέχεται το σώμα  $\Sigma_2$  έχει μέτρο  $F_2 = 20 \text{ N}$ .

- Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από τη ράβδο.
- Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του δίσκου.
- Να βρείτε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.
- Κάποια χρονική στιγμή, που τη θεωρούμε ως  $t = 0$ , ανασηκώνουμε τη ράβδο, οπότε το σύστημα αβαρής δίσκος - σώμα  $\Sigma_1$  - σώμα  $\Sigma_2$  αρχίζει να κινείται χωρίς τα νήματα να γλιστράνε στο αυλάκι της τροχαλίας και στην εγκοπή. Ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται με φορά ίδια με αυτή της περιστροφής των δεικτών του ρολογιού έχοντας σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 6,25 \text{ rad/s}^2$ , το σώμα  $\Sigma_1$  αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω, ενώ το σώμα  $\Sigma_2$  κατακόρυφα προς τα πάνω. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή που απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση  $h = 15 \text{ m}$ . Να θεωρήσετε γνωστό ότι το σώμα  $\Sigma_2$  δε φτάνει στην τροχαλία καθώς ανέρχεται. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

2

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο ομόκεντροι ομογενείς και λεπτοί δίσκοι (1) και (2), με ακτίνες  $R_1 = 0,2 \text{ m}$  και  $R_2 = 0,4 \text{ m}$  και μάζες  $M_1$  και  $M_2$  αντίστοιχα, που είναι κολλημένοι μεταξύ τους, μια ομογενής τροχαλία ακτίνας  $r = 0,2 \text{ m}$  και μάζας  $M_3 = 0,1 \text{ kg}$  και ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ . Στο δίσκο (1) είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα, που μέσω της τροχαλίας καταλήγει στο σώμα  $\Sigma$ . Αρχικά κρατάμε ακίνητο το σύστημα ασκώντας στο κοινό κέντρο  $K$  των



δύο δίσκων οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  που βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το νήμα.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από την άρθρωση.

γ) Κάποια χρονική στιγμή, που τη θεωρούμε ως  $t = 0$ , καταργούμε τη δύναμη  $\vec{F}$ , οπότε το σύστημα των δύο κολλημένων δίσκων κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή επιτάχυνση ενώ το νήμα ξετυλίγεται, η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές και το σώμα  $\Sigma$  κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω, επίσης χωρίς τριβές και χωρίς το νήμα να γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας και του δίσκου (1). Η επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma$  κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι σταθερή και έχει μέτρο  $a_{\Sigma} = 2,5 \text{ m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε για τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma$  έχει κατέβει κατά  $h = 0,8 \text{ m}$ :

i) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας,

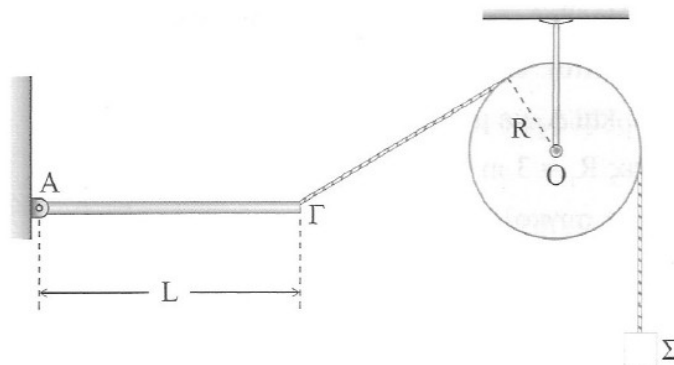
ii) το μέτρο της ταχύτητας του ανώτατου σημείου του δίσκου (2),

iii) το μήκος του νήματος που ξετυλίχθηκε από το αυλάκι του δίσκου (1).

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

3

Η οριζόντια ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ μήκους  $L$  και μάζας  $M_1$  του επόμενου σχήματος στηρίζεται με το άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση, γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο. Στο άκρο Γ της ράβδου έχει προσδεθεί αβαρές και μη εκτατό νήμα το οποίο σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με τη διεύθυνση της ράβδου. Το νήμα περιβάλλει την περιφέρεια κατακόρυφης ομογενούς τροχαλίας μάζας  $M_2 = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R$ , η οποία μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος έχουμε αναρτήσει σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ . Το σύστημα της ράβδου, της τροχαλίας και του σώματος  $\Sigma$  ισορροπεί ακίνητο.



Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το νήμα.

β. Τη μάζα  $M_1$  της ράβδου.

γ. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση.

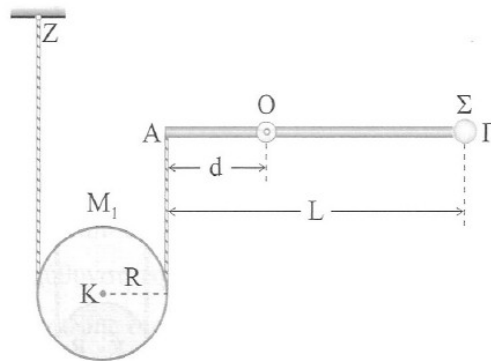
δ. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στην τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

4

Ο κατακόρυφος ομογενής δίσκος του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα  $M_1 = 8 \text{ kg}$ , ακτίνα  $R = 0,2 \text{ m}$  και στο αυλάκι του είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα. Το ένα άκρο του νήματος είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή, ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο άκρο Α μιας ομογενούς και οριζοντίως ράβδου ΑΓ μάζας  $M_2 = 4 \text{ kg}$  και μήκους  $L = 3 \text{ m}$ , η οποία ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια θέση. Στο άκρο Γ της ράβδου είναι στερεωμένο σημειακό σώμα Σ μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ .

Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από έναν οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από σημείο της Ο. Η απόσταση του σημείου Ο από το άκρο Α της ράβδου είναι ίση με  $d$ .

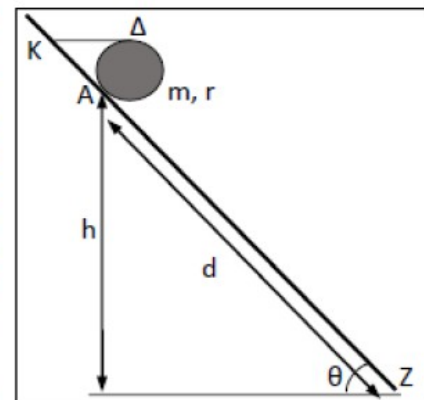


Να υπολογίσετε:

- α. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.
  - β. Την απόσταση  $d$  του σημείου Ο από το άκρο Α της ράβδου.
  - γ. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον άξονα περιστροφής της.
- Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

5

Ένας ομογενής δίσκος μάζας  $m=2\text{kg}$  και ακτίνας  $r=0,1\text{m}$  βρίσκεται ακίνητος πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης  $\theta$ , με τη βοήθεια οριζοντίου νήματος που είναι δεμένο στο σημείο Κ του επιπέδου και στο ανώτερο σημείο Δ του δίσκου. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  κόβουμε το νήμα και ο δίσκος αρχίζει να κατέρχεται κυλιόμενος στο πλάγιο επίπεδο με τη στατική τριβή να διατηρεί την φορά που είχε όταν το σώμα ισορροπούσε και μέτρο  $T'_{στ} = \frac{16}{3} \text{ N}$ . Ο δίσκος φτάνει στη βάση Ζ του κεκλιμένου επιπέδου με γωνιακή ταχύτητα  $\omega=40\text{rad/s}$ .



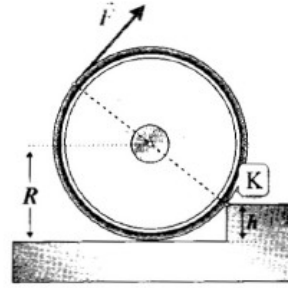
Να υπολογίσετε

- Γ1. την τάση του νήματος και τη στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος από το επίπεδο, όταν ισορροπεί.
- Γ2. τη γωνιακή επιτάχυνση,  $\alpha_{γων}$ , με την οποία στρέφεται ο δίσκος καθώς κατέρχεται.
- Γ3. το ύψος  $h$  από το οποίο αφήσαμε το δίσκο να κινηθεί.

6

Ο τροχός του διπλανού σχήματος έχει βάρος  $w$ , ακτίνα  $R$  και πρόκειται να ανεβεί το σκαλοπάτι ύψους  $h = \frac{R}{5}$ . Για το σκοπό αυτό ασκούμε εφαπτομενικά στον τροχό, πάντα σε σημείο που είναι αντιδιαμετρικό του άκρου  $K$  του σκαλιού, μια σταθερού μέτρου δύναμη  $\vec{F}$ . Για να ανεβεί ο τροχός το σκαλοπάτι, πρέπει το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  να ικανοποιεί τη σχέση:

α)  $F > 0,3w$                       β)  $F > 0,5w$                       γ)  $F > 0,8w$



7

Η σφαίρα του διπλανού σχήματος, η οποία έχει ακτίνα  $R = 0,5 \text{ m}$  και βάρος  $\vec{W}$ , ισορροπεί ακίνητη επάνω στο πλάγιο επίπεδο με τη βοήθεια του εμποδίου (E).

α. Εάν το ύψος του εμποδίου είναι  $h = 0,2 \text{ m}$ , να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή της γωνίας κλίσης  $\theta$  του πλάγιου επιπέδου, ώστε η σφαίρα να υπερπηδά το εμπόδιο.

β. Εάν η γωνία κλίσης του πλάγιου επιπέδου είναι  $\theta = 60^\circ$ , να υπολογίσετε το ελάχιστο ύψος του εμποδίου, προκειμένου η σφαίρα να μη χάνει την επαφή της με το πλάγιο επίπεδο.

