

1

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από το βαρυτικό πεδίο της Γης, όταν αυτό εκτοξεύεται από ύψος  $h = R_T$ .

**Μονάδες 6**

4.2. Σώμα  $\Sigma$  εκτοξεύεται προς το διάστημα, από ύψος  $h = R_T$  από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή της εκτόξευσης, η κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma$  είναι δεκαέξι φορές μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα  $\Sigma - Γη$ . Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma$  θα διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

**Μονάδες 6**

4.3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma$ , τη στιγμή που διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης, αν εκτοξεύτηκε από το ύψος  $h$  προς το διάστημα, με την ταχύτητα που προσδιορίσατε στο προηγούμενο ερώτημα. Η μάζα του σώματος  $\Sigma$  είναι  $m = 4 \text{ kg}$ .

**Μονάδες 6**

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της βαρυτικής δύναμης που δέχεται το σώμα  $\Sigma$  από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη διαφυγή του από το πεδίο βαρύτητας της Γης, αν η μάζα του είναι  $m = 4 \text{ kg}$ .

**Μονάδες 7**

Δίνονται η ακτίνα της Γης  $R_T = 6400 \text{ km}$  και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της  $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Να θεωρήσετε ότι στο σώμα, μετά την εκτόξευσή του ασκείται μόνο η βαρυτική έλξη από τη Γη.

2

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από το βαρυτικό πεδίο της Γης ενός σώματος που εκτοξεύεται από την επιφάνειά της.

**Μονάδες 6**

4.2. Σώμα  $\Sigma$  εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης προς το διάστημα, με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής. Ποια είναι η σχέση της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma$  με τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα  $\Sigma - Γη$  τη στιγμή της εκτόξευσης;

**Μονάδες 6**

4.3. Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος  $\Sigma$  τη στιγμή που διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

**Μονάδες 6**

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της βαρυτικής δύναμης που δέχεται το σώμα  $\Sigma$  από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη διαφυγή του από το πεδίο βαρύτητας της Γης, αν η μάζα του σώματος  $\Sigma$  είναι  $m = 4 \text{ kg}$ .

**Μονάδες 7**

Δίνονται η ακτίνα της Γης  $R_T = 6400 \text{ km}$  και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της  $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Να θεωρήσετε ότι δρουν μόνο οι βαρυτικές δυνάμεις.

3

Δύο όμοιοι δορυφόροι μάζας  $m=100\text{kg}$  κινούνται σε ύψος  $h=3R_T$  πάνω από την επιφάνεια της Γης, στην ίδια κυκλική τροχιά, με αντίθετες ταχύτητες. Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή  $t=0$  από το ίδιο σημείο.

4.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους.

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε τις περιόδους τους.

**Μονάδες 6**

4.3. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν.

**Μονάδες 6**

4.4. Εάν οι δορυφόροι συγκρουσθούν κεντρικά και πλαστικά να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

**Μονάδες 7**

Δίνονται η ακτίνα της Γης  $R_T=6400\text{km}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης  $g_0=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Προσεγγιστικά να θεωρηθούν οι συγκρουόμενοι δορυφόροι ως συγκρουόμενες σφαίρες.

4 Ένα σώμα μάζας  $m_1$  περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά σε ύψος  $h = \frac{7}{9}R_T$  από την επιφάνεια της Γης υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης. Ένα άλλο σώμα μάζας  $m_2 = 2m_1$  που περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά στην ίδια κυκλική τροχιά υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας  $m_1$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνονται: η ακτίνα της Γης  $R_T = 6400 \text{ Km}$  και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.

Δίνεται ότι:  $\frac{1024\pi}{27} = 119,15$

**Μονάδες 6**

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη δημιουργία του.

**Μονάδες 6**

4.4. Να ελέγξετε αν το συσσωμάτωμα διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

**Μονάδες 7**

5 Ένα σώμα μάζας  $m = 34 \text{ Kg}$  εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης με ταχύτητα  $\vec{v}_0$ . Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος  $h = 7R_T$ , οπότε διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες  $m_1 = 10 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 24 \text{ Kg}$  αντίστοιχα. Το κομμάτι μάζας  $m_1$  κατευθύνεται προς την επιφάνεια της Γης κινούμενο στην ευθεία που περνά από το κέντρο της, ενώ το κομμάτι μάζας  $m_2$  φτάνει στο άπειρο με ταχύτητα που έχει μέτρο  $v_\infty = 3 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνονται: η ακτίνα της Γης  $R_T = 6400 \text{ Km}$  και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα  $\vec{v}_0$ .

**Μονάδες 6**

4.2. Την ταχύτητα  $\vec{v}_2$  του κομματιού μάζας  $m_2$  αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος.

**Μονάδες 6**

4.3. Την ταχύτητα  $\vec{v}_1$  του κομματιού μάζας  $m_1$  αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος και την ταχύτητα  $\vec{v}_3$  με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης.

**Μονάδες 8**

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του κομματιού μάζας  $m_1$  τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος  $h_1 = R_T$ .

**Μονάδες 5**

6 Δύο σφαιρικοί πλανήτες  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  με μάζες  $M_1$  και  $M_2 = 9M_1$  έχουν ακτίνες  $R_1 = 10^5 \text{ m}$  και  $R_2 = 10R_1$  αντίστοιχα. Τα κέντρα των δύο πλανητών απέχουν απόσταση  $\ell = 40R_1$ . Η ένταση του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη  $\Pi_1$  στην επιφάνειά του έχει μέτρο  $g_{0,1} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση  $X$ , από το κέντρο του πλανήτη  $\Pi_1$ , του σημείου  $\Sigma$  της διακέντρου των δύο πλανητών στο οποίο η συνολική ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν.

**Μονάδες 6**

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο  $\Sigma$ .

**Μονάδες 6**

4.3. Την ελάχιστη ταχύτητα  $\vec{v}_\delta$  με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας  $m = 3 \text{ Kg}$  από την επιφάνεια του πλανήτη  $\Pi_2$  για να φτάσει στον πλανήτη  $\Pi_1$ .

**Μονάδες 8**

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας  $m$  αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη  $\Pi_2$ .

**Μονάδες 5**

7 Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος  $h = 3R_T$  από την επιφάνειά της.

4.1. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος  $h = 3R_T$  από την επιφάνεια της Γης.

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του δορυφόρου.

**Μονάδες 6**

4.3. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια ενός σώματος  $\Sigma$  μάζας  $m = 4kg$  μέσα στο δορυφόρο, με δεδομένο ότι η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν στο άπειρο.

**Μονάδες 6**

4.4. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί στο παραπάνω σώμα  $\Sigma$ , προκειμένου να εγκαταλείψει τον δορυφόρο και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

**Μονάδες 7**

Η Γη θεωρείται το μοναδικό σώμα στο διάστημα, η επίδραση της ατμόσφαιρας είναι αμελητέα, ενώ

$$R_T = 6400km \text{ και } g_0 = 10 \frac{m}{s^2}.$$

8 Θεωρούμε τη Γη μια σφαίρα ακίνητη και ομογενή, ακτίνας  $R_T = 6400 \text{ km}$  και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της  $g_0 = 10 \frac{m}{s^2}$ . Ένας μετεωρίτης μάζας  $m = 100 \text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα προς τη Γη, σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της και εισέρχεται από το διάστημα στο Γήινο βαρυτικό πεδίο με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 8 \cdot \sqrt{2} \frac{km}{s}$ .

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης θα έφτανε στην επιφάνεια της Γης, αν δεν υπήρχε η ατμόσφαιρα.

**Μονάδες 6**

Αν υποθέσουμε ότι η ατμόσφαιρα της Γης φτάνει σε ύψος  $h = \frac{R_T}{4}$  από την επιφάνειά της:

4.2. να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης.

**Μονάδες 6**

4.3. να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του μετεωρίτη τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης.

**Μονάδες 6**

4.4. Αν τελικά ο μετεωρίτης εξαιτίας των αντιστάσεων της ατμόσφαιρας έφτασε στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που εισήλθε στο πεδίο βαρύτητας της Γης, να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια που παράχθηκε εξαιτίας τριβών μεταξύ του μετεωρίτη και της ατμόσφαιρας της Γης.

**Μονάδες 7**

9

Ένα σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , στη διεύθυνση της ακτίνας της Γης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από την επιφάνειά της. Το σώμα καταφέρνει να φτάσει σε ύψος  $h$  ίσο με την ακτίνα της Γης ( $h = R_T$ ).

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο  $v_0$  της αρχικής ταχύτητας με την οποία εκτοξεύθηκε το σώμα.

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από σημείο που βρίσκεται σε ύψος  $h = R_T$  από την επιφάνεια της Γης.

**Μονάδες 6**

Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος στο ύψος  $h = R_T$ , μια ξαφνική έκρηξη διασπά το σώμα σε δύο άλλα σώματα ίσων μαζών ( $m_1 = m_2$ ), τα οποία κινούνται στην αρχική διεύθυνση κίνησης του σώματος. Το σώμα μάζας  $m_1$  αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα  $\vec{v}_1'$  μέτρου  $v_1' = 16 \frac{km}{s}$ .

4.3. Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας  $m_2$  θα διαφύγει από την έλξη της Γης προς το διάστημα.

**Μονάδες 7**

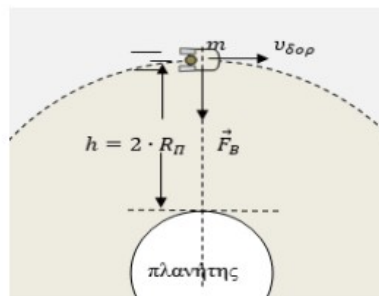
4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  με την οποία διαφεύγει στο διάστημα.

**Μονάδες 6**

Η Γη θεωρείται σφαίρα ακίνητη και ομογενής ακτίνας  $R_T = 6400 \text{ km}$  και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της  $g_0 = 10 \frac{m}{s^2}$ . Θεωρούμε επίσης ότι οι αντιστάσεις από την ατμόσφαιρα της Γης μπορούν να αγνοηθούν.

10

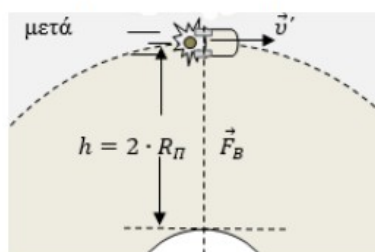
Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα  $M_\Pi = \frac{M_T}{3}$ , όπου  $M_T$  η μάζα της Γης και ακτίνα  $R_\Pi = R_T$ , όπου  $R_T$  η ακτίνα της Γης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας  $m$ , έχει τεθεί σε δορυφορική τροχιά γύρω από τον πλανήτη αυτό και σε ύψος  $h = 2 \cdot R_\Pi$  από την επιφάνειά του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη.

**Μονάδες 7**

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας  $m_1 = \frac{m}{3}$ , με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος.

**Μονάδες 6**

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν  $m = 900 \text{ kg}$ , πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος;

**Μονάδες 6**

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη.

**Μονάδες 6**