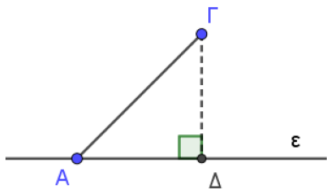
ΦΥΛΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ & ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ : 9.1-9.2 Ορθές Προβολές – Π.Θ

Ορθές Προβολές

Το Δ καλείται ορθή προβολή ή προβολή του Γ πάνω στην ευθεία.

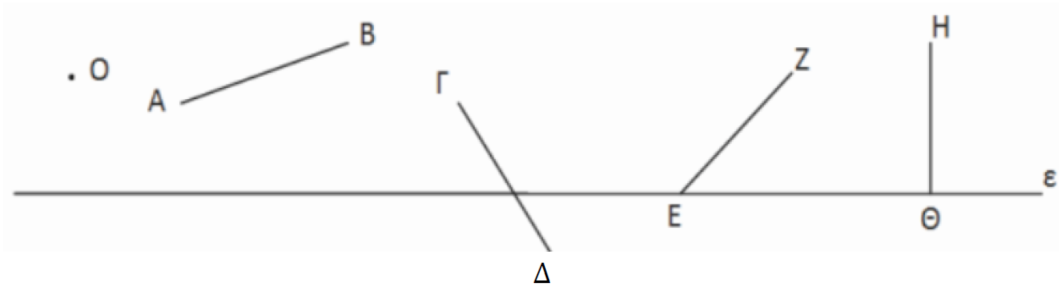


Η προβολή του Α πάνω στην ευθεία είναι το : ……

Το τμήμα ΑΔ είναι η προβολή του ΑΓ πάνω στην ………

Εφαρμογή 1

Να κατασκευαστούν οι προβολές των παρακάτω τμημάτων πάνω στη δεδομένη ευθεία ε.



Εφαρμογή 2

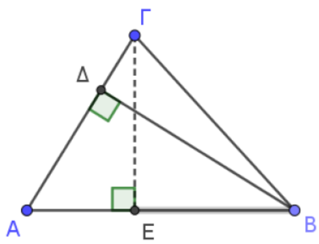
Να συμπληρωθούν τα παρακάτω σύμφωνα με το σχήμα.

α) Η προβολή του ΑΒ στην ΑΓ είναι το τμήμα :……….

β) Η προβολή του ΒΓ στην ΑΓ είναι το τμήμα :……….

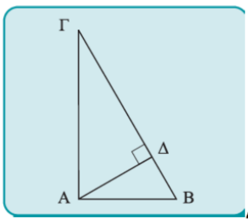
γ) Η προβολή του ΑΓ στην ΑΒ είναι το τμήμα :……….

δ) Η προβολή του ΒΓ στην ΑΒ είναι το τμήμα :……….



ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

Σε **κάθε** ορθογώνιο τρίγωνο,το **τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς** του είναι ίσο **με το γινόμενο** της υποτείνουσας **επι την προβολή** της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.



Δηλαδή : ………………………………………………………………………………

- Γιατί είναι τα ΑΒΔ , ΑΒΓ όμοια ; Γράψτε τους λόγους των ανάλογων πλευρών.
- Να αποδειχθεί επίσης ότι ισχύει : $\boldsymbol{\alpha \cdot \upsilon_\alpha = \beta \cdot \gamma}$

<u>ΠΟΡΙΣΜΑ Ι</u>

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ο λόγος των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσος με το λόγο των ……………………………………………………………

<u>Να γίνει η 2 Κατανόησης του σχολικού βιβλίου</u>

<u>ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙ και ΙΙΙ (Πυθαγόρειο & Αντίστροφο αυτού)</u>

Διατυπώστε τα μόνοι σας.

………

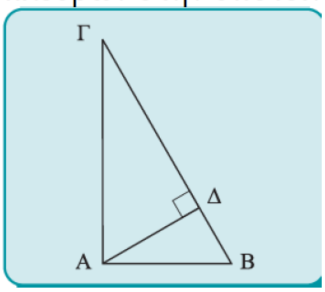
Μία Απόδειξη του Π.Θ μέσω του Θεωρήματος Ι

………

<u>Να γίνουν οι 1 και 4 Κατανόησης του σχολικού βιβλίου.</u>

<u>ΘΕΩΡΗΜΑ IV</u>

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο , το τετράγωνου του ύψους ΑΔ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.



Δηλαδή : ………………………………

- Γιατί τα τρίγωνα ΑΓΔ , ΑΒΔ είναι όμοια ;
- Να γραφούν οι λόγοι των ανάλογων πλευρών………………………………

<u>Να γίνει οι 1 και 3 Εμπέδωσης του σχολικού βιβλίου.</u>

<u>Εφαρμογές Σχολικού</u>

Αφού μελετηθούν οι δυο εφαρμογές *(η **Εφαρμογή 2** ήταν θέμα πολλαπλής επιλογής στον ΑΣΕΠ εκπαιδευτικών 2002)*, να λυθεί το παρακάτω .

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 4</u>:

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ. Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη τα τμήματα $\sqrt{2}AB$ και $\sqrt{3}AB$.

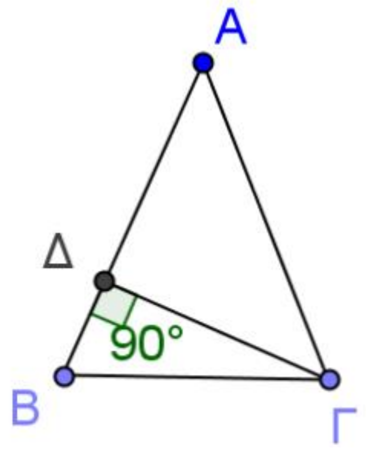
[Σχετική με το Πυθαγόρειο Θεώρημα]

<u>ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 9.4 (ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ</u>

<u>ΘΕΩΡΗΜΑ Ι:</u> Το τετράγωνο μιας πλευράς τριγώνου η οποία βρίσκεται *απέναντι από οξεία* γωνία ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών ελαττωμένο κατά το διπλάσιο γινόμενο της μιας από τις πλευρές αυτές επι την προβολή της άλλης πάνω σε αυτήν.

Παράδειγμα 1ο : Φτιάξτε ένα οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και εφαρμόστε το παραπάνω Θεώρημα Ι , για 2 πλευρές του (όποιες θέλετε).

Παράδειγμα 2ο :
Στο διπλανό σχήμα είναι
ΑΒ=ΑΓ=9 και ΒΓ=6.
Υπολογίστε τη ΒΔ.



<u>ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙ:</u> Το τετράγωνο μιας πλευράς τριγώνου η οποία βρίσκεται *απέναντι από αμβλεία* γωνία ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών αυξημένο κατά το διπλάσιο γινόμενο της μιας από τις πλευρές αυτές επι την προβολή της άλλης πάνω σε αυτήν.

Παράδειγμα 3ο : Φτιάξτε ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο και εφαρμόστε το παραπάνω Θεώρημα ΙΙ για την πλευρά που είναι απέναντι απ την αμβλεία γωνία.

Παράδειγμα 4ο : 1 Κατανόησης σελίδα 194

Νόμος Συνημιτόνων : Γενικά και απ τις δυο περιπτώσεις (Θεώρημα Ι + ΙΙ) προκύπτει ο *νόμος των συνημιτόνων.*

$α^2 = β^2+γ^2-2βγσυνΑ$, $β^2=α^2+γ^2-2αγσυνΒ$, $γ^2 = α^2+β^2-2αβσυνΓ$

Εφαρμογή : Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ οξυγώνιο με ΑΓ=3 , ΒΓ=8 , και $Γ=60^0$. Υπολογίστε το μήκος της ΑΒ.

Παράδειγμα 5ο : 4 Κατανόησης σελίδα 194

Πόρισμα : Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει :

α) Αν $α^2 < β^2 + γ^2$, τότε $Α < 90^0$
β) Αν $α^2 = β^2 + γ^2$, τότε $Α = 90^0$
γ) Αν $α^2 > β^2 + γ^2$, τότε $Α > 90^0$

Υπενθυμίσεις :

1) Σε κάθε τρίγωνο απέναντι απ τη μεγαλύτερη πλευρά βρίσκεται η μεγαλύτερη γωνία και αντιστρόφως.
2) Σε κάθε τρίγωνο ισχύει η *τριγωνική ανισότητα*. Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη απ το άθροισμα των δυο άλλων.

Δηλαδή : $α < β + γ$, $β < α + γ$, $γ < α + β$

Παράδειγμα 6ο : 2,3 Κατανόησης σελίδα 194

Άσκησεις

1) Να βρείτε το είδος του τριγώνου (ως προς τις γωνίες του) , αν ισχύει :

α) $α^2 = 2β^2 + γ^2$
β) $α^2 = β^2 – γ^2$
γ) $α^2 < β^2 – γ^2$

2) Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι α = 2 και β = 3 και $γ = \sqrt{7}$. Να δείξετε ότι $Γ = 60^0$.

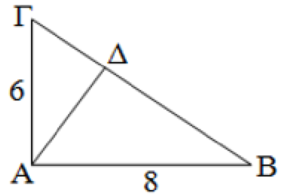
3) Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι α = 8 , β = 6 , γ = 5.

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο
β) να υπολογίσετε τις προβολές της ΑΓ στις ΑΒ και ΒΓ.

4) 3 + 4 Εμπέδωσης σχολικού βιβλίου σελίδα 194.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τα τμήματα ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ και ΑΔ



2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ αν Β=30^o και ΑΓ=5. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου.
3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ αν Β=45^o και ΒΓ=10 να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου.
4. Οι πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου έχουν μήκη x, x+1, x+2. Να υπολογίσετε την περίμετρό του.
5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^o) με ΑΔ το ύψος, ΒΔ=1 και ΒΓ=3.

i) Το μήκος του ΑΔ είναι: **α)** 2 **β)** $\sqrt{3}$ **γ)** $\sqrt{2}$ **δ)** $3\sqrt{2}$

ii) Το μήκος του ΑΒ είναι: **α)** $\sqrt{3}$ **β)** 3 **γ)** $\sqrt{2}$ **δ)** $\sqrt{5}$

6. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) προεκτείνουμε την ΒΓ κατά τμήμα ΓΔ=2·ΒΓ. Να δείξετε ότι $ΑΔ^2=ΑΓ^2+6\cdot ΒΓ^2$.

7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\boldsymbol{\gamma^2=\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta\sqrt{3}}$.
Να υπολογίσετε το $υ_α$ συναρτήσει των πλευρών του τριγώνου.

8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται **α=10 cm**, **β=9 cm** και **γ=7 cm**. Να υπολογίσετε την προβολή ΑΔ της γ πάνω στην β.

9. Να βρείτε το είδος των τριγώνων ΑΒΓ με πλευρές:
i) α=10, β=8, γ **ii**) α=12, β=14, γ=9 **iii**) α=20, β=15, γ=26

10. Τριγώνου ΑΒΓ δίνονται ΑΒ=3, ΒΓ=5, ΑΓ=7.
Να υπολογίσετε την γωνία Β.

11. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, να δείξετε ότι :

i) Αν Α=45^o τότε $α^2=β^2+γ^2-βγ\sqrt{2}$.

ii) Αν Α=135^o τότε $α^2=β^2+γ+βγ\sqrt{2}$.

iii) Αν Α=60^o τότε $α^2=β^2+γ^2-βγ$.

iv) Αν Α=120^o τότε $α^2=β^2+γ^2+βγ$.