ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ. Διδακτική ενότητα: Διάταξη

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:

Ημερομηνία: Βαθμός:

Θέμα 1ο

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α,β ισχύει α<β τότε -3α>-3β Σ Λ
2. $χ^2$-6χ+9≥0 για κάθε πραγματικό αριθμό χ. Σ Λ
3. Αν χ<10 και ψ<4 τότε χ-ψ<6 Σ Λ
4. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α,β ισχύει α<β τότε $α^2<β^2$ Σ Λ
5. Οι λύσεις της ανίσωσης 3x>12 , ανήκουν στο διάστημα:

Α) (3,+∞) Β) [-3,4] Γ) [4,+∞) Δ) (-∞,4] Ε) (4,+∞)

(Μονάδες 5)

Θέμα 2ο

Α) Αν α,β>0 να αποδειχθεί ότι $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta} \leq \frac{\alpha+\beta}{4}$

Β) Να αποδείξετε ότι $χ^2+ψ^2+34 \geq 10χ-6ψ$ για όλους τους αριθμούς $\chi, \psi \in \mathbb{R}$
Πότε ισχύει η ισότητα στην παραπάνω ανίσωση;

(Μονάδες 4+4=8)

Θέμα 3ο

Αν 4≤α≤12 και -2≤β≤3 να βρεθεί μεταξύ ποιών αριθμών είναι οι τιμές των παραστάσεων:

1) β+2
2) α-2β
3) $β^2$

(Μονάδες 3+3+1=7)

Ενδεικτικές λύσεις στο διαγώνισμα

Θέμα 1ο

1. Σ 2. Σ 3. Λ 4. Λ 5. Ε

Θέμα 2ο

A) $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta} \le \frac{\alpha+\beta}{4} \overset{\cdot 4(\alpha+\beta)>0}{\iff} 4(\alpha+\beta)\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta} \le 4(\alpha+\beta)\frac{\alpha+\beta}{4} \iff$

$4\alpha\beta \le (\alpha+\beta)^2 \iff 4\alpha\beta \le \alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2 \iff$

$0 \le \alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2 \iff 0 \le (\alpha-\beta)^2$ ισχύει.

B) $x^2+y^2+34 \ge 10x-6y \iff x^2-10x+25+y^2+6y+9 \ge 0 \iff$

$(x-5)^2+(y+3)^2 \ge 0$ ισχύει. (άθροισμα τετραγώνων).

Η ισότητα ισχύει όταν $x-5=0$ και $y+3=0$ δηλαδή όταν

$x=5$ και $y=-3$

Θέμα 3ο

1) $-2 \le \beta \le 3 \iff -2+2 \le \beta+2 \le 3+2 \iff 0 \le \beta+2 \le 5$.

2) $-2 \le \beta \le 3 \iff -2\cdot(-2) \ge -2\beta \ge -2\cdot 3 \iff 4 \ge -2\beta \ge -6$

άρα $-6 \le -2\beta \le 4$.

Θα έχουμε επομένως $\left.\begin{array}{l} 4 \le \alpha \le 12 \\ -6 \le -2\beta \le 4 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Longrightarrow} -2 \le \alpha-2\beta \le 16$

3) Αν $-2 \le \beta \le 0$ τότε $(-2)^2 \ge \beta^2 \ge 0^2 \iff 0 \le \beta^2 \le 4$

Αν $0 \le \beta \le 3$ τότε $0^2 \le \beta^2 \le 3^2 \iff 0 \le \beta^2 \le 9$

Άρα τελικά θα είναι $0 \le \beta^2 \le 9$.