

Άσκησης

1) Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x-1) - (\lambda-2)(\lambda+2) = 4 - 5(2\lambda - 5x)$ (1)

Αν η εξίσωση (1) αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε

i-) τον αριθμό λ

ii-) τις μονές λύσεις των ανισώσεων

$$\frac{x+\lambda}{4} + \frac{x}{2-\lambda} \geq \frac{x-(\lambda-2)}{6} \quad \text{και} \quad \frac{x-3x}{12} + \frac{3}{4} - (\lambda-3)x < \frac{\lambda(\lambda-2x)}{6} - 4$$

2) Δίνεται ο αριθμός $\lambda = \frac{\sqrt{5}+2}{5-2\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}-2}{5+2\sqrt{5}}$

a) Δείξτε ότι ο $\lambda \in \mathbb{Z}$

β) Να βρεθεί ο μεγαλύτερος αμέραιος x για του οποίου ισχύει

$$\frac{(x-3)^2 - 1}{\lambda^{\frac{2}{3}}} - \frac{(2x-1)^2 - 3}{\lambda^{\frac{4}{3}}} < \frac{17}{\lambda}$$

3) Να λυθούν οι ανισώσεις

i-) $-3 < -3 + 2|x-1| \leq 9$

ii-) $|-2|3x-1| + 5| < 1$

iii-) $3 \leq 2|x+3| - 1 < 7$

4) Για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων να λυθούν οι ανισώσεις

i-) $\lambda(x-1) + 2\lambda \geq x + \lambda, \lambda \in \mathbb{R}$

ii-) $a^2 x \leq -a^e, a \in \mathbb{R}$

iii-) $-\lambda^4 x + 1 < x + \lambda, \lambda \in \mathbb{R}$

5) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - |2\lambda - 4|x + (\lambda - 2)^2 = 0$ (1)

i-) Δείξτε ότι η εξίσωση (1) έχει τρία διπλά ρίζα για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

ii-) Να βρείτε για ποιές τιμές του λ , η διπλή ρίζα της εξίσωσης

a) είναι ίση με 8 β) δεν είναι μεγαλύτερη του 2

γ) ανήκει στο διάστημα $(4, 6]$

6) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + \lambda = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$

a) Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει πραγματικές ρίζες

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1) να βρείτε για ποιές τιμές του λ ισχύουν

i-) $x_1^2 + x_2^2 < 3x_1 + 3x_2$

ii-) $|x_1 x_2 - x_1 - x_2| \leq \frac{x_1 + x_2}{4}$