Μέτρηση ΚΥΚΛΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

Κ Α Ν Ο Ν Ι Κ Α   Π Ο Λ Υ Γ Ω Ν Α

ΟΡΙΣΜΟΣ

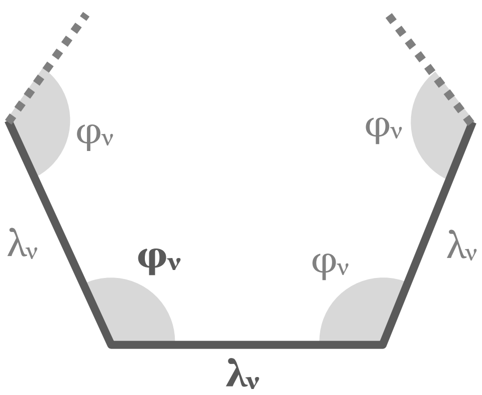
Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό, όταν έχει όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες του ίσες.

Όταν μιλάμε γενικά για ένα πολύγωνο, με οποιοδήποτε πλήθος πλευρών κι έστω «ν» το πλήθος αυτό, το ονομάζουμε ...
ν-γωνο

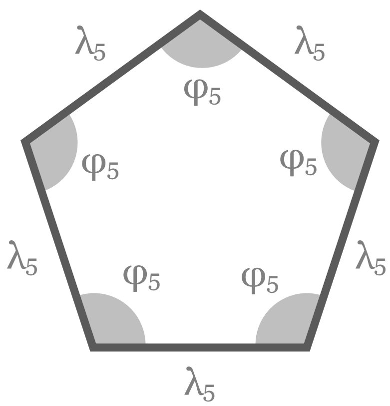
Θυμάμαι ότι το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού ν-γώνου ισούται με ...
(2ν – 4) ορθές

- Η **πλευρά** ενός κανονικού ν-γώνου συμβολίζεται ως : $\boldsymbol{\lambda_\nu}$
- Η **γωνία** ενός κανονικού ν-γώνου συμβολίζεται ως : $\boldsymbol{\varphi_\nu}$

Όταν σχεδιάζουμε ένα ν-γωνο, γενικά, αρκεί να σχεδιάζουμε μόνο **ένα μέρος του** ...



Παράδειγμα
Κανονικό Πεντάγωνο



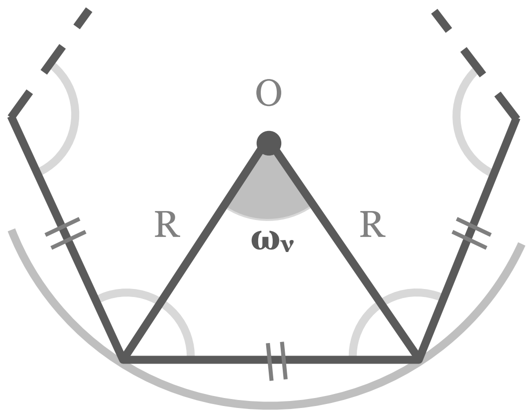
ΘΕΩΡΗΜΑ

Κάθε κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε έναν κύκλο και περιγράφεται σε έναν άλλον. Οι δύο αυτοί κύκλοι είναι ομόκεντροι.

Αυτό βοηθάει πολύ στην απλοποίηση των υπολογισμών, καθώς εκφράζουμε τα περισσότερα στοιχεία ενός κανονικού πολυγώνου, ως συνάρτηση της ακτίνας R του περιγεγραμμένου κύκλου.

Φέρνοντας τις ακτίνες R , σχηματίζεται ένα ακόμα σημαντικό στοιχείο του κανονικού πολυγώνου : η κεντρική του γωνία.

- Η **κεντρική γωνία** ενός ν-γώνου συμβολίζεται ως : ω_ν



$$\boxed{\omega_\nu = \frac{360^\circ}{\nu}}$$

- **Σχέση μεταξύ γωνίας & κεντρικής γωνίας**

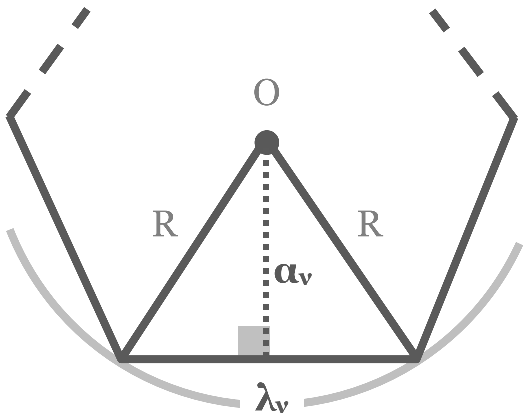
$$\boxed{\varphi_\nu + \omega_\nu = 180^\circ}$$

Συνδυάζοντας τις 2 προηγούμενες σχέσεις, συχνά, βλέπουμε και το εξής:

$$\varphi_\nu = 180^\circ - \frac{360^\circ}{\nu}$$

Φέροντας την απόσταση, από το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου, μέχρι την πλευρά ενός κανονικού ν-γώνου, σχηματίζεται άλλο ένα σημαντικό στοιχείο : το απόστημα.

- Το **απόστημα** ενός ν-γώνου συμβολίζεται ως : $\boldsymbol{\alpha_\nu}$



- **Σχέση μεταξύ πλευράς & αποστήματος**

  Με απλή χρήση Πυθαγορείου Θεωρήματος, σε οποιοδήποτε από τα ορθογώνια τρίγωνα σχηματίζει το απόστημα, προκύπτει εύκολα ότι :

$$\boxed{R^2 = \alpha_\nu^2 + \frac{\lambda_\nu^2}{4}}$$

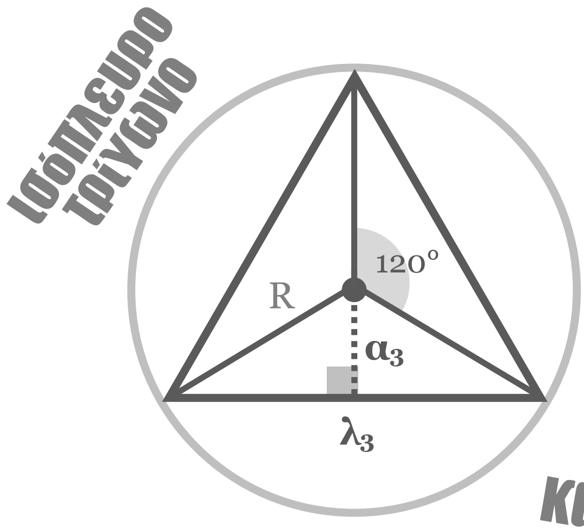
Προφανείς είναι, επίσης, οι παρακάτω τύποι :

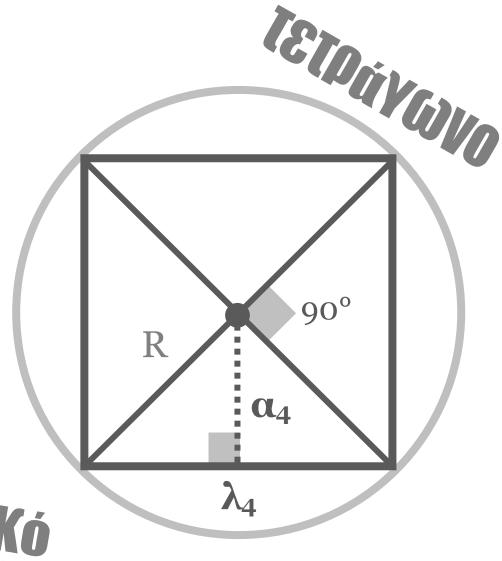
- Περίμετρος ν-γώνου: $\mathbf{P_\nu = \nu \cdot \lambda_\nu}$
- Εμβαδό ν-γώνου: $\mathbf{E_\nu = \frac{1}{2} \cdot P_\nu \cdot \alpha_\nu}$

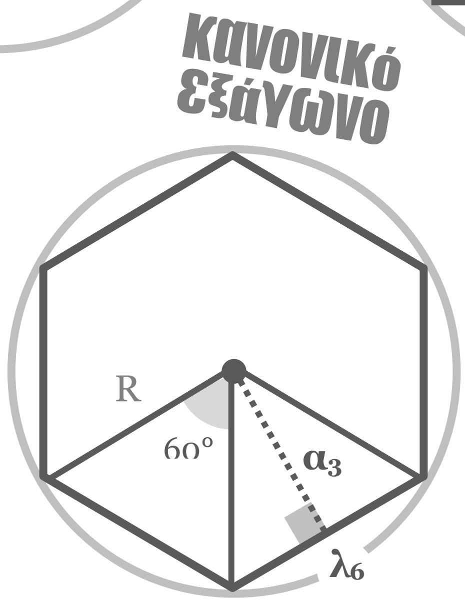
ΠΟΡΙΣΜΑ

Σε δυο κανονικά ν-γωνα, ο λόγος των πλευρών τους ισούται με το λόγο των ακτίνων τους και το λόγο των αποστημάτων τους

Β Α Σ Ι Κ Α   Κ Α Ν Ο Ν Ι Κ Α   ν - Γ Ω Ν Α

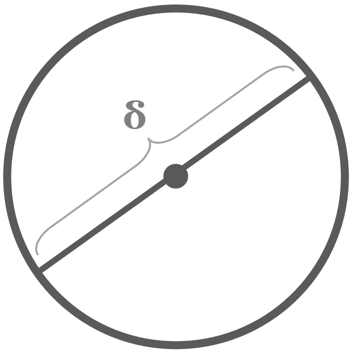


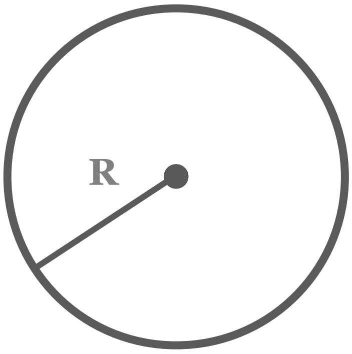




	ισόπλευρο τρίγωνο ν = 3	**τετράγωνο** ν = 4	**κανονικό εξάγωνο** ν = 6
λ_ν	$\sqrt{3}\,R$	$\sqrt{2}\,R$	R
α_ν	$\frac{1}{2}R$	$\frac{\sqrt{2}}{2}R$	$\frac{\sqrt{3}}{2}R$

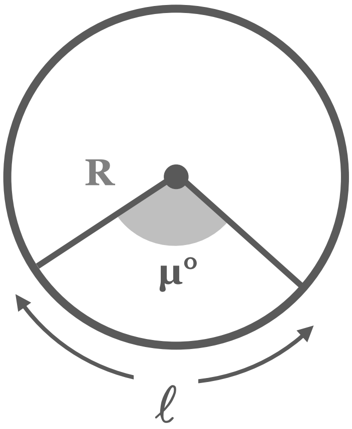
Μ Η Κ Ο Σ   Κ Υ Κ Λ Ο Υ – Τ Ο Ξ Ο Υ





$$\boxed{L = \pi \cdot \delta}$$

$$\boxed{L = 2\pi \cdot R}$$



$$\boxed{\ell = \frac{\pi R \mu}{180}}$$

$$\boxed{\ell = \alpha \cdot R}$$

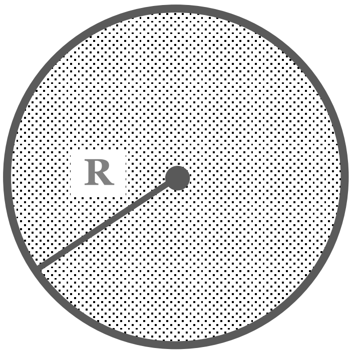
μ = μοίρες

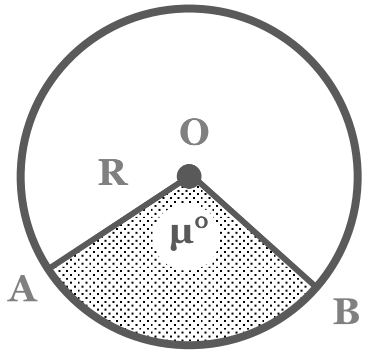
α = ακτίνια

Σχέση μοιρών – ακτινίων

$$\boxed{\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}}$$

ΕΜΒΑΔΟ ΚΥΚΛΟΥ
ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



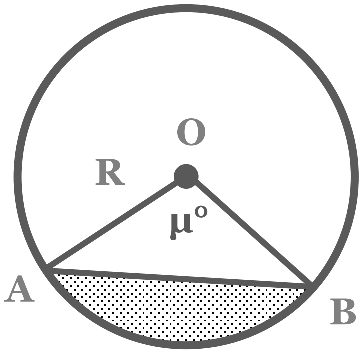


$$L = \pi \cdot R^2$$

$$(A\widehat{O}B) = \frac{\pi R^2 \mu}{360}$$ μοίρες

$$(A\widehat{O}B) = \frac{1}{2}\alpha \cdot R^2$$ ακτίνια

Εμβαδό κυκλικού τμήματος



$$\varepsilon = (A\widehat{O}B) - (AOB)$$