ΘΕΩΡΙΑ

ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΓΗΣ – ΔΟΡΥΦΟΡΟΙ - ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ

Α. ΕΝΤΑΣΗ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΓΗΣ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

Αν θεωρήσουμε τη Γη σαν μια σφαίρα ακτίνας $\mathbf{R_Γ = 6{,}38 \cdot 10^6\ m}$ και μάζας $\mathbf{M_Γ = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg}$ η ένταση του βαρυτικού πεδίου σε απόσταση $\mathbf{r = R_Γ + h}$ από το κέντρο της Γης είναι :

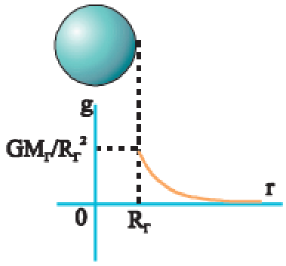
$$g = G\frac{M_Γ}{r^2} = \ G\frac{M_Γ}{(R_Γ + h)^2}$$

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε την ένταση στην επιφάνεια της Γης, δηλαδή για ύψος h=0, έχουμε:

$$g_0 = G\frac{M_Γ}{{R_Γ}^2} = 6{,}673 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6{,}38 \cdot 10^6)^2} = 0{,}98 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{24} \cdot 10^{-12} = 9{,}8N/kg = \boldsymbol{9{,}8m/s^2}$$

Σημείωση 1 : *Η τιμή αυτή της έντασης του βαρυτικού πεδίου ονομάζεται και επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης. Πολλές φορές σε ασκήσεις ή εφαρμογές χρησιμοποιούμε τη στρογγυλοποιημένη τιμή:*

$g = 10\ m/s^2$



Σημείωση 2 : *Από το διάγραμμα της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης φαίνεται ότι το ένταση έχει μέγιστη τιμή στην επιφάνεια της Γης η οποία μειώνεται καθώς πηγαίνουμε σε μεγαλύτερο ύψος. Όταν βρεθούμε σε πολύ μεγάλη απόσταση από το κέντρο της Γης, η ένταση μειώνεται πάρα πολύ και πρακτικά μηδενίζεται. Αυτό σημαίνει ότι βρισκόμαστε πλέον εκτός πεδίου βαρύτητας της Γης.*

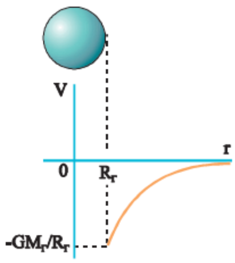
Σημείωση 3 : *Πολλές φορές στις ασκήσεις λύνουμε την παραπάνω σχέση και έχουμε :*

$$g_0 = G\frac{M_Γ}{{R_Γ}^2} \ \Longrightarrow\ \boldsymbol{G \cdot M_Γ = \ g_0 \cdot {R_Γ}^2}$$

Β. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΠΕΔΙΟΥ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΓΗΣ

Αν θεωρήσουμε και πάλι τη Γη σαν μια σφαίρα ακτίνας $\mathbf{R_Γ = 6{,}38 \cdot 10^6\ m}$ και μάζας $\mathbf{M_Γ = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg}$ το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου σε απόσταση $\mathbf{r = R_Γ + h}$ από το κέντρο της Γης είναι :

$$V = \ -G\frac{M_Γ}{R_Γ + h}$$



Σημείωση 4 : *Από το διάγραμμα του δυναμικού του βαρυτικού πεδίου της Γης φαίνεται ότι το δυναμικό έχει μέγιστη αρνητική τιμή στην επιφάνεια της Γης η οποία αυξάνεται μέχρι πρακτικά να μηδενιστεί σε μεγάλη απόσταση από τη Γη (έξω από το βαρυτικό πεδίο της Γης).*

Γ. ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ

Ένας δορυφόρος είναι ένα σώμα που κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη ή γύρω από κάποιον άλλο πλανήτη, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με κεντρομόλο δύναμη τη βαρυτική δύναμη που δέχεται από τον πλανήτη. Για τη Γη έχουμε :

$$F_K = F_{βαρ} \Longrightarrow \frac{m \cdot υ^2}{R_Γ + h} = \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{(R_Γ + h)^2} \Longrightarrow υ^2 = \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ + h} \Longrightarrow υ^2 = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{R_Γ + h} \Longrightarrow$$

$$υ = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{R_Γ + h}}$$

Σημείωση 5: *Η ταχύτητα ενός δορυφόρου της Γης **δεν** εξαρτάται από τη μάζα, αλλά μόνο από το ύψος h.*

Δ. ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ

Στην ομαλή κυκλική κίνηση ισχύει : $υ = \frac{2πR}{T}$. Επομένως για το δορυφόρο που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος h (απόσταση από το κέντρο της Γης $r=R_Γ+h$) θα είναι :

$$υ^2 = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{r} \Longrightarrow \frac{4π^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{r} \Longrightarrow$$

$$T^2 = \frac{4π^2}{g_0 \cdot {R_Γ}^2} \cdot r^3 \qquad \text{ή} \qquad T^2 = \frac{4π^2}{g_0 \cdot {R_Γ}^2} \cdot (R_Γ + h)^3$$

Ε. ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ

Με ποια ταχύτητα θα πρέπει να εκτοξευτεί ένα αντικείμενο μάζας m για να διαφύγει οριστικά από το πεδίο βαρύτητας της Γης;

Αν εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας μεταξύ ενός σημείου 1 στην επιφάνεια της Γης και ενός σημείου 2 εκτός πεδίου βαρύτητας της Γης, έχουμε:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Θεωρούμε ότι το σώμα που θα εκτοξευτεί θα φτάσει με μηδενική ταχύτητα στο σημείο 2 που βρίσκεται εκτός βαρυτικού πεδίου, άρα :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot {υ_δ}^2 + \left(-G\frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ}\right) = 0 + 0$$

$$υ_δ = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ}} = 11{,}2\frac{km}{s} = 40320\frac{km}{h}$$

Η ταχύτητα $\mathbf{υ_δ}$ ονομάζεται **ταχύτητα διαφυγής** από την επιφάνεια της Γης.
Σε κάποιο άλλο ύψος h από την επιφάνεια της Γης η ταχύτητα διαφυγής είναι προφανώς πιο μικρή, όπως φαίνεται και στον αντίστοιχο τύπο :

$$υ_δ = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ + h}}$$

ΣΤ. ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΚΤΟΞΕΥΣΗΣ & ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ

Ταχύτητα εκτόξευσης $υ_0$	**Ταχύτητα στο άπειρο (σε σημείο όπου U=0)**	**Μηχανική ενέργεια**	**Αποτέλεσμα**
$υ_0 > υ_δ$	$υ_\infty > 0$	+	Το σώμα θα κινηθεί στο άπειρο με σταθερή ταχύτητα $υ_\infty$
$υ_0 = υ_δ$	$υ_\infty = 0$	0	Το σώμα θα μείνει στο άπειρο ακίνητο
$υ_0 < υ_δ$	$υ_\infty < 0$	-	Το σώμα γυρίσει πίσω στη Γη