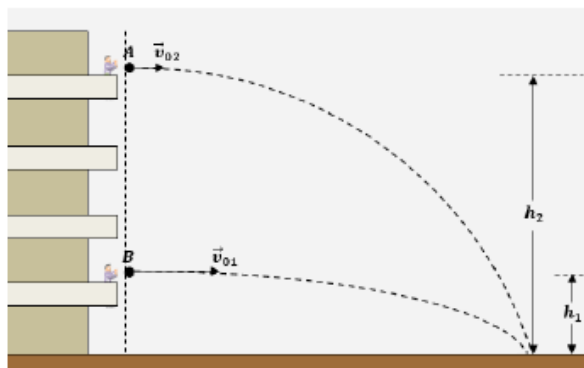


2.1. Δύο άνθρωποι που βρίσκονται σε μπαλκόνια ενός ψηλού κτιρίου, πετούν από μια μικρή σφαίρα ο καθένας. Ο ένας πετάει τη δική του σφαίρα με αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_{02}$, από σημείο A το οποίο βρίσκεται σε ύψος h_2 από το οριζόντιο έδαφος. Ο άλλος πετάει τη δική του σφαίρα με αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_{01}$, από σημείο B το οποίο βρίσκεται σε ύψος h_1 από το οριζόντιο έδαφος.



Αν δίνεται ότι για τα δύο ύψη ισχύει η σχέση $h_2 = 4 \cdot h_1$, ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα και ότι οι δύο σφαίρες έφτασαν στο ίδιο ακριβώς σημείο στο οριζόντιο έδαφος που βρίσκεται στη βάση του κτιρίου, τότε για τα μέτρα των οριζόντιων αρχικών ταχυτήτων των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση:

$$(\alpha) \ v_{01} = 2 \cdot v_{02} \quad , \quad (\beta) \ v_{01} = v_{02} \quad , \quad (\gamma) \ v_{02} = 2 \cdot v_{01}$$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

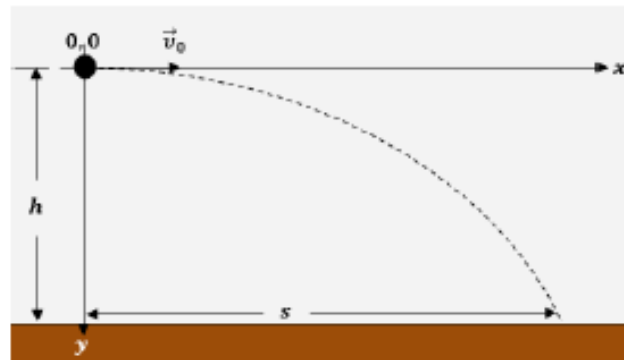
Μονάδες 8

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.B. Μελετάμε γενικά μια οριζόντια βολή, αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις, σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.



Μια οριζόντια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση, σε οριζόντιο ημιάξονα Ox , εξαιτίας της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας της σφαίρας, κατά την οποία η τελική οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει στο οριζόντιο έδαφος (βεληνεκές), είναι:

$$s = v_0 \cdot \Delta t_{βολ.} \quad (1)$$

όπου v_0 το μέτρο της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας της σφαίρας και $\Delta t_{βολ.}$ ο χρόνος που διαρκεί η βολή, από την εκτόξευση της σφαίρας, μέχρι αυτή να φτάσει στο έδαφος.

Μια ελεύθερη πτώση, σε κατακόρυφο ημιάξονα Oy , εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία πέφτει κατακόρυφα κατά το ύψος h της αρχικής της θέσης από το έδαφος και ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t_{βολ.}^2, \text{ από την οποία προκύπτει η χρονική διάρκεια βολής: } \Delta t_{βολ.} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2), προκύπτει σχέση για το βεληνεκές της βολής της σφαίρας, με το ύψος της αρχικής θέσης εκτόξευσής της από το έδαφος:

$$s = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (3)$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση (3) για τις δύο σφαίρες και απαιτούμε να έχουν ίσες τις οριζόντιες αποστάσεις τους στο έδαφος από την κατακόρυφη που περνάει από τα αρχικά σημεία βολής τους Α και Β:

$$s_1 = s_2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} v_{01} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = v_{02} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}$$

και επειδή δίνεται ότι ισχύει η σχέση $h_2 = 4 \cdot h_1$, προκύπτει $v_{01} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = v_{02} \cdot \sqrt{\frac{8 h_1}{g}}$ και τελικά:

$$v_{01} = 2 \cdot v_{02}$$

Μονάδες 8