

ΘΕΜΑ 4

Σώμα βρίσκεται στην άκρη της οριζόντιας επιφάνειας ενός τραπεζιού σε ύψος h . Την χρονική στιγμή $t = 0$ δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα u_0 και αυτό εκτελεί οριζόντια βολή. Το σώμα φτάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή $t_1 = 0,4\text{s}$ έχοντας μετατοπιστεί οριζόντια κατά $s_{\max} = 4\text{m}$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ και η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα.

4.1. Να υπολογίσετε το ύψος h του τραπεζιού.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το σώμα.

Μονάδες 6

4.3. Εξετάστε αν σε κάποιο σημείο της τροχιάς της κίνησης του σώματος, εκτός από το σημείο εκτόξευσης, η οριζόντια και η κατακόρυφη θέση του σώματος έχουν το ίδιο μέτρο.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα, τη χρονική στιγμή που η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητάς του έχει πενταπλάσιο μέτρο από την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ύψος του τραπεζιού είναι ίσο με την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης μέχρι να φτάσει στο έδαφος. Άρα

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,4\text{s})^2 = 0,8 \text{ m}$$

Μονάδες 6

4.2. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος είναι το βεληνεκές της οριζόντιας βολής και εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα u_0 . Ισχύει

$$s_{\max} = u_0 t_1 \Leftrightarrow u_0 = \frac{s_{\max}}{t_1} = \frac{4\text{m}}{0,4\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Η οριζόντια θέση του σώματος στην οριζόντια βολή είναι $x = u_0 t$ ενώ η κατακόρυφη είναι $y = \frac{1}{2}gt^2$.

Αναζητάμε ποια χρονική στιγμή ισχύει

$$x = y \Leftrightarrow u_0 t = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t(2u_0 - gt) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \text{ ή } t = \frac{2u_0}{g}$$

Η χρονική στιγμή $t = 0$ αντιστοιχεί στο σημείο εκτόξευσης. Η δεύτερη λύση αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή

$$t = \frac{2u_0}{g} = \frac{2 \cdot 10}{10} \text{s} = 2\text{s} > t_1$$

Η λύση αυτή δεν είναι δεκτή γιατί το σώμα έχει φτάσει στο έδαφος σε μικρότερο χρόνο. Επομένως, δεν υπάρχει χρονική στιγμή στην οποία ισχύει $x = y$.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας είναι $u_x = u_0$ και της κατακόρυφης είναι $u_y = gt$. Έστω ότι την χρονική στιγμή t_2 ισχύει

$$u_x = 5u_y \Leftrightarrow u_0 = 5gt_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{u_0}{5g} = \frac{10}{5 \cdot 10} \text{s} = \frac{1}{5} \text{s}$$

Την χρονική στιγμή t_2 η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος είναι

$$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2}10 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{m} = \frac{10}{50} \text{m} = \frac{1}{5} \text{m} = 0,2\text{m}$$

Στο σημείο αυτό της τροχιάς, το σώμα απέχει από το έδαφος

$$h - y_2 = 0,8\text{m} - 0,2\text{m} = 0,6\text{m}$$

Μονάδες 7