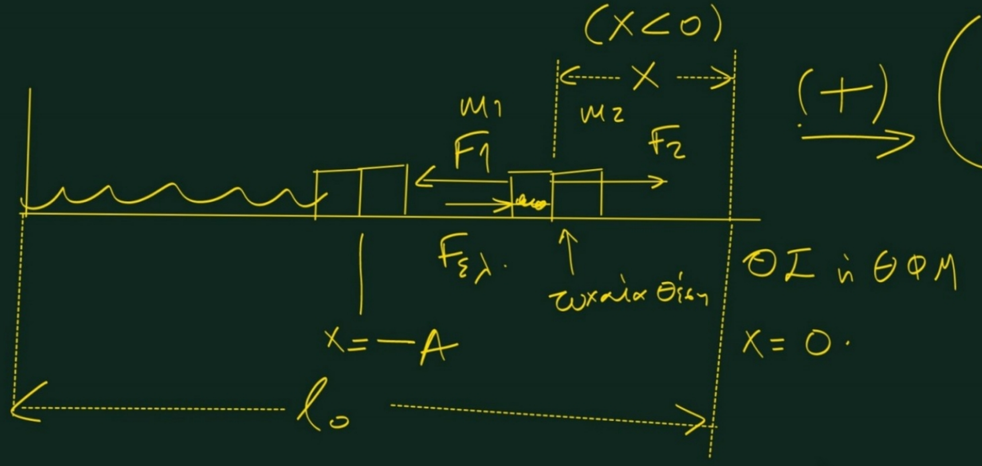


$$\Sigma F_2 = -D_2 x \Rightarrow F_2 = -D_2 x \quad (1)$$

Για το m_1 έχουμε:

$$\Sigma F_1 = F_{\epsilon\lambda} - F_1 \Rightarrow -D_1 x = -Kx - F_1 \quad (2)$$

Γράφουμε $F_{\epsilon\lambda} = -Kx$ επειδή $x<0$ και $F_{\epsilon\lambda}>0$ (αλγεβρική τιμή).

$$\begin{pmatrix} D_2 = m_2\omega^2 \\ D_1 = m_1\omega^2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(+)}$$

Προσθέτοντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$-F_1 - Kx = -D_1 x \quad (2)$$

$$\oplus \quad F_2 = -D_2 x \quad (1)$$

$$-Kx = -D_1 x - D_2 x \Rightarrow$$

$$K = D_1 + D_2 \Rightarrow$$

$$K = (m_1 + m_2)\omega^2$$

Δηλαδή δείξαμε ότι $K = D_1 + D_2$

Άρα, όσο τα σώματα είναι σε επαφή εκτελούν ταλάντωση με την ίδια περίοδο αλλιώς το καθένα με τη δική του σταθερά επαναφοράς.

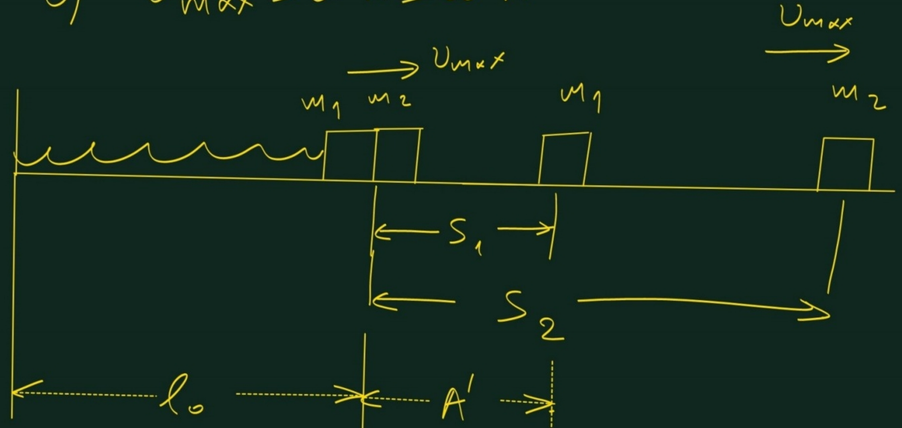
$$\left.\begin{aligned} D_1 &= m_1\omega^2 \\ D_2 &= m_2\omega^2 \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$D_1 + D_2 = K$$

Δηλαδή: $D_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2}K$

και $D_2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}K$.

β) $U_{max} = \omega A = \omega' A'$



Τη στιγμή που αποχωρίζονται έχουν ταχύτητα U_{max} την οποία διατηρούν και μετά τον χωρισμό τους.

Άρα: $\omega A = \omega' A' \Rightarrow \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}A = \sqrt{\frac{K}{m_1}}A' \Rightarrow$

$$A' = \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}}A = \sqrt{\frac{1}{1+3}} \cdot 0,4 = \frac{1}{2}\cdot 0,4 = 0,2\,m.$$

$$\sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}\,A = \sqrt{\frac{K}{m_1}}\,A' \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot A = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m_1}}\cdot A' \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{K}\cdot A}{\sqrt{m_1+m_2}} \quad \frac{\sqrt{K}\cdot A'}{\sqrt{m_1}} \Rightarrow$$

$$\sqrt{K}\cdot A\cdot\sqrt{m_1} = \sqrt{K}\cdot A'\cdot\sqrt{m_1+m_2} \Rightarrow$$

$$\frac{A\cdot\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1+m_2}} = \frac{A'\sqrt{m_1+m_2}}{\sqrt{m_1+m_2}} \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}}\,A$$

β) $U_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}\,A = \sqrt{\frac{100}{4}}\cdot 0,4 =$

$= \frac{10}{2}\cdot 0,4 = 2\,m/s.$

Η ταχύτητα του m_1 μηδενίζεται για 1η φορά μετά τον χωρισμό τους τη στιγμή $t_1 = \frac{T'}{4}$

$\omega' = \sqrt{\frac{K}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\,rad/sec$

$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}\,sec.$

Άρα: $t_1 = \frac{\pi}{20}\,sec.$

$S_1 = A = 0,2\,m = 20\,cm$

$S_2 = U_{max}\,t_1 = 2\cdot\frac{\pi}{20} = \frac{\pi}{10}\,m = \frac{3,14}{10}\,m = 31,4\,cm.$

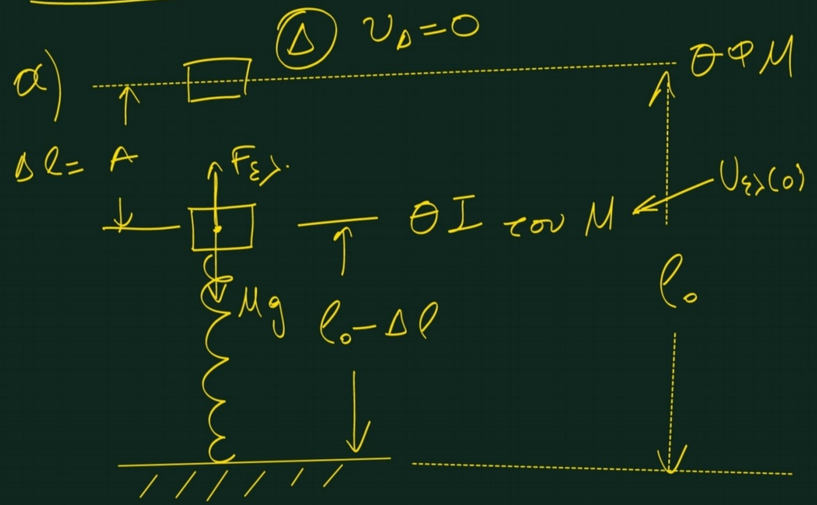
Άρα η διανυόμενη απόσταση είναι:

$S_2 - S_1 = 31,4 - 20 =$

$= 11,4\,cm$

Ασκ. 2.91.)

α)



Στη ΘΙ έχουμε: $F_{ελ}=Mg \Rightarrow$

$K\cdot\Delta\ell = M\cdot g \Rightarrow$

$K\cdot 0,3 = 30 \Rightarrow K = 100\,N/m$

$U_{ελ(0)} = \frac{1}{2}\cdot K\cdot\Delta\ell^2 = \frac{1}{2}K\cdot\Delta\ell\cdot\Delta\ell \Rightarrow$

$U_{ελ(0)} = \frac{1}{2}M\cdot g\cdot\Delta\ell \Rightarrow$

$4,5 = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 10\cdot\Delta\ell \Rightarrow$

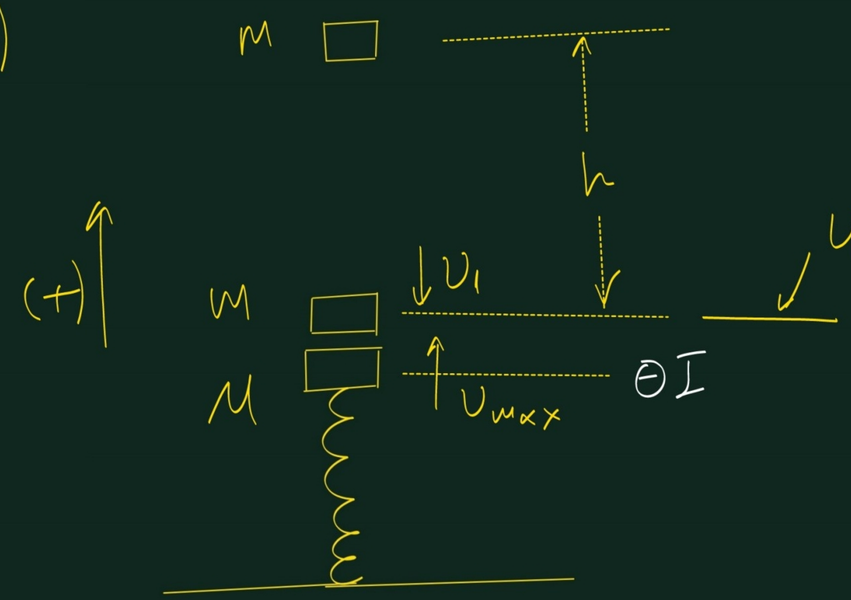
$9 = 3\cdot 10\cdot\Delta\ell \Rightarrow$

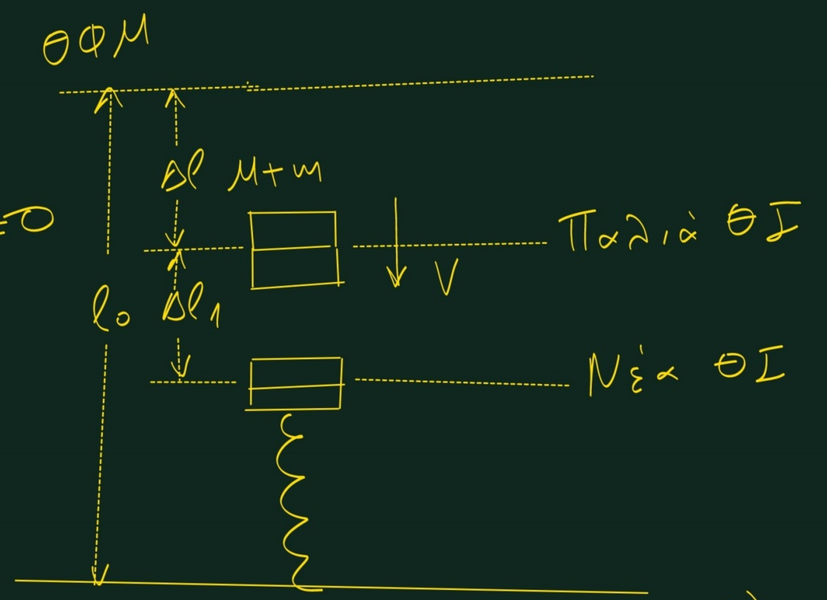
$\Delta\ell = 0,3\,m$

Μετακινούμε το σώμα Μ στη θέση Δ (ΘΦΜ) και το αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα. Άρα εκτελεί ταλάντωση πλάτους

$A = \Delta\ell = 0,3\,m$

β)





Για το m που κατεβαίνει:

$mgh=\frac{1}{2}mU_1^2 \Rightarrow U_1=\sqrt{2gh}$.

Στη ΝΘΙ: $(M+m)g=K(Δl+Δl_1)$

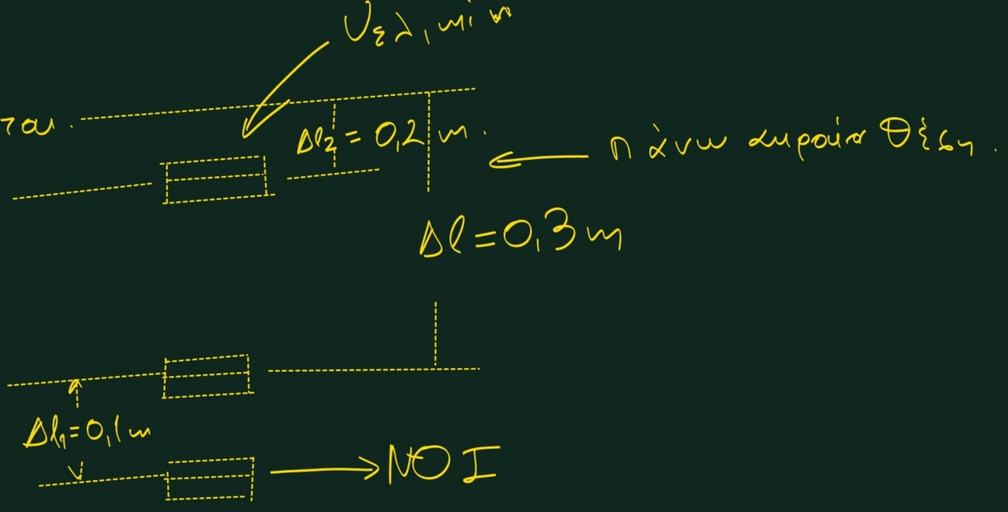
$4\cdot 10=100(0,3+Δl_1)\Rightarrow$

$0,4=0,3+Δl_1 \Rightarrow Δl_1=0,1\,m$

Α ταλάντωση γίνεται

μόνο από τη ΘΦΜ

επειδή η $U_{ελ}$ ποτέ δε μηδενίζεται.



$$U_{ελ,min} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_2^2 \Rightarrow$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \Delta l_2^2 \Rightarrow$$

$$\Delta l_2 = 0,2 \text{ m}.$$

Από το σχήμα βλέπουμε ότι:

$$A' = \Delta l_1 + (\Delta l - \Delta l_2) =$$

$$= 0,1 + (0,3 - 0,2) = 0,2 \text{ m}.$$

γ) Άρα η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι:

$$V = U'_{max} = \omega' A' = \sqrt{\frac{K}{M+m}} \cdot A' =$$

$$= \sqrt{\frac{100}{4}} \cdot 0,2 = 5 \cdot 0,2 = 1 \, m/s \cdot (\text{προς τα αριστερά})$$

$$U_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot A =$$

$$= \sqrt{\frac{100}{3}} \cdot 0,3 = \frac{10 \cdot 0,3}{\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \, m/s$$

$$P_{πριν} = P_{μετά} \Rightarrow m \cdot (-U_1) + M \cdot U_{max} = (M+m) \cdot (-V) \Rightarrow -m \cdot U_1 + M U_{max} = -(M+m) V \Rightarrow$$

$$-1 \cdot U_1 + 3\sqrt{3} = -4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$-U_1 = -5\sqrt{3} \Rightarrow U_1 = 5\sqrt{3} \, m/s \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}K \cdot x^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow$$

$$4 \cdot V^2 + 100 \cdot 0,1^2 = 100 \cdot 0,2^2 \Rightarrow$$

$$4V^2 = 3 \Rightarrow V^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{2} \, m/s$$

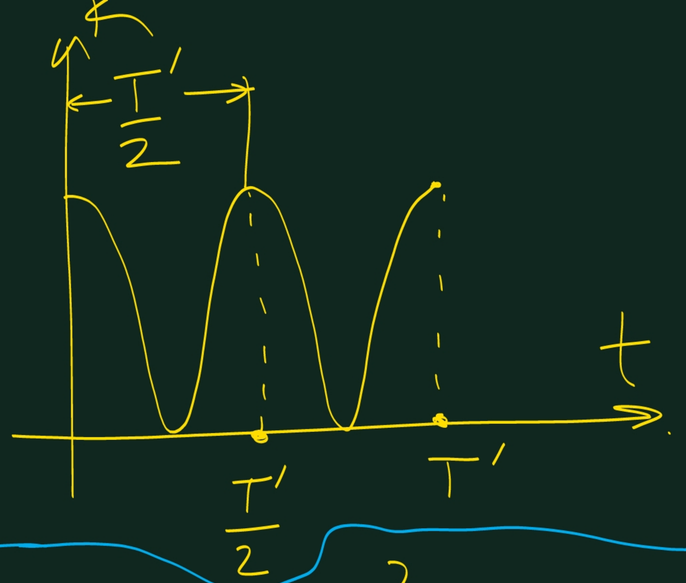
$$\sqrt{2gh} = 5\sqrt{3} \Rightarrow 2gh = 25 \cdot 3 \Rightarrow$$

$$h = \frac{75}{20} \Rightarrow h = 3,75 \, m$$

δ) Για το συσσωμάτωμα έχουμε:

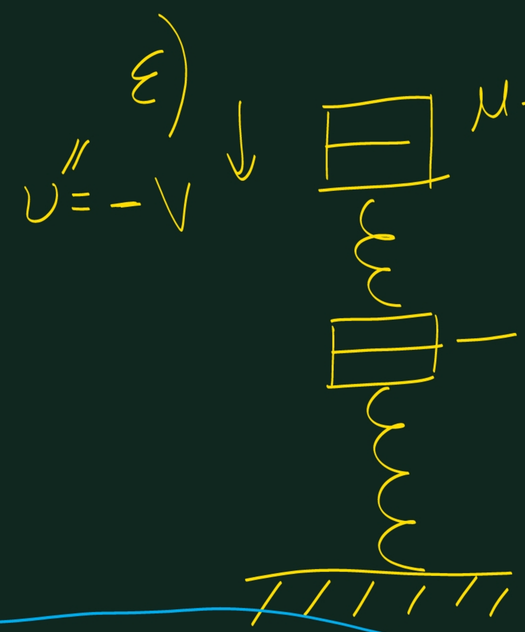
$$\omega' = \sqrt{\frac{K}{M+m}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5\,rad/sec$$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{5}\,sec.$$



Η περίοδος της κινητικής ενέργειας είναι η μισή της περιόδου της ταλάντωσης άρα η περίοδος μεγιστοποίησης της ΚΕ είναι $T'' = \frac{T'}{2} = \frac{2\pi}{10} = 0,2\pi\,sec.$ γενικώς για ταλαντώσεις.

ε)



$U'' = -V$

$K + U = E \Rightarrow$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} + \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta K}{\Delta t} =$$

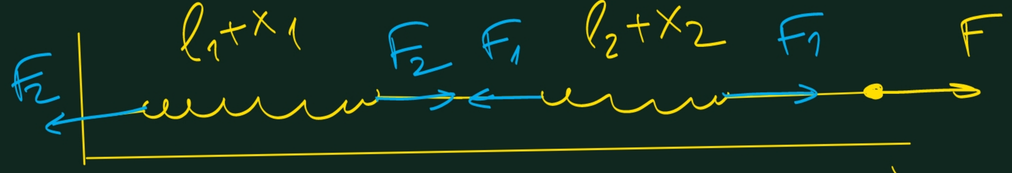
$$= -\Sigma F \cdot U =$$

$$= -m a U = +m\omega^2 x U.$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = (M+m)\left(\sqrt{\frac{K}{M+m}}\right)^2 \cdot \Delta l_1 \cdot (-V) = 4 \cdot \sqrt{\frac{100}{4}} \cdot 0,1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -10\frac{\sqrt{3}}{2} = -5\sqrt{3}\ J/sec$$

Συνδεσμολογία ελατηρίων

1η Σύνδεση σε σειρά.



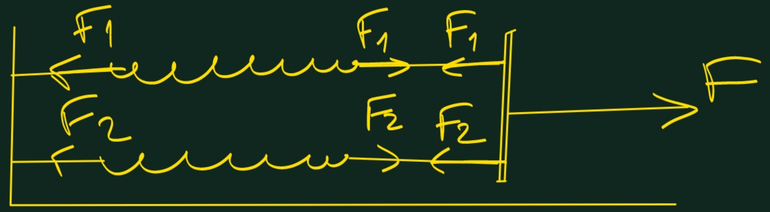
Αν τα ελατήρια είναι σε σειρά, οι δυνάμεις F, F_1 και F_2 είναι δυνάμεις αλληλεπίδρασης, οπότε από τον 3ο ΝΝ έχουμε: $F=f_1=F_2$

Η συνολική επιμήκυνση είναι x:

$$x=x_1+x_2 \Rightarrow \frac{\cancel{F}^{1}}{K_{ολ}}=\frac{\cancel{f_1}^{1}}{K_1}+\frac{\cancel{f_2}^{1}}{K_2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{K_{ολ}}=\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2} \Rightarrow K_{ολ}=\frac{K_1 \cdot K_2}{K_1+K_2}=K$$

2η Παράλληλη σύνδεση



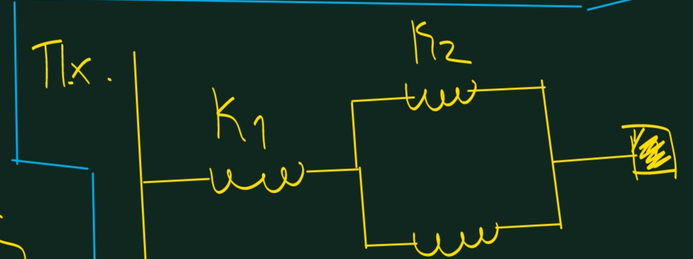
l_0+x

Υποθέτουμε χωρίς απώλεια γενικότητας ότι τα ελατήρια έχουν ίδιο ΦΜ l_0, οπότε:

$$F=F_1+F_2 \Rightarrow K_{ολ} \cdot x = K_1 \cdot x + K_2 \cdot x \Rightarrow$$

$$K_{ολ}=K_1+K_2=K$$

Πχ.



$$K_{2,3}=K_2+K_3$$

$$K=\frac{K_1 \cdot K_{2,3}}{K_1+K_{2,3}}=\frac{K_1(K_2+K_3)}{K_1+K_2+K_3}$$