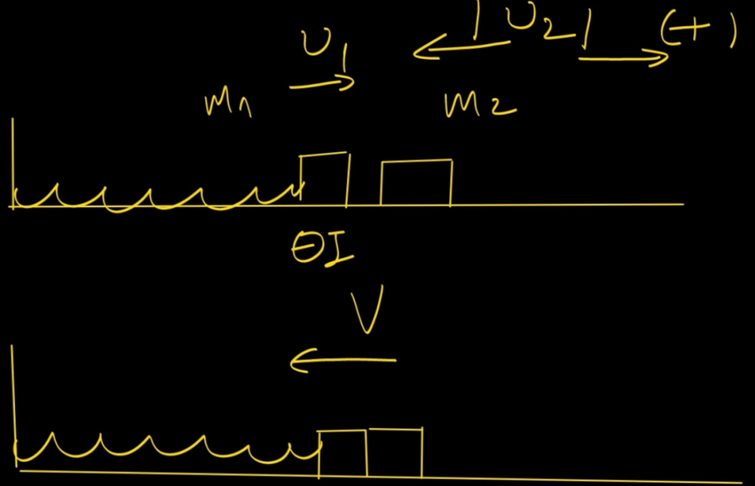
Ασκ. 2.90 σελ. 46)

α) Πριν την κρούση:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{m_1}}$$

Μετά την κρούση:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}$$



$P_{πριν} = P_{μετά} \Rightarrow$

$$m_1 u_1 + m_2 \cdot (-u_2) = (m_1+m_2)\cdot(-V)$$

Η κρούση γίνεται στη ΘΙ του m_1 όταν έχει: $u_1 = +u_{1,max} = +\omega_1 A_1$

Η κρούση είναι πλαστική

Επειδή αυξάνεται η περίοδος

$$\frac{3T_1}{4} = 3\cdot\frac{\pi}{20} \Rightarrow$$

$$\frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{20} \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{5}\,sec$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10\,r/s$$

$$T_2 = (11-3)\cdot\frac{\pi}{20} \Rightarrow$$

$$T_2 = \frac{8\pi}{20} = \frac{2\pi}{5}\,sec$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} \Rightarrow \omega_2 = 5\,rad/sec$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}}{\sqrt{\frac{K}{m_1}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{5}{10} = \sqrt{\frac{1}{1+m_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{1+m_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$1+m_2 = 4 \Rightarrow m_2 = 3\,kg.$$

β) Έστω ότι το m_1 ξεκινά από τη θέση $+A_1$

$$x_1(0) = +A_1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad$$

Άρα: $x_1(t) = A_1 \eta\mu(\omega_1 t + \varphi_0) \Rightarrow$

$$x_1(t) = 0{,}1\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)\ (SI)$$

$$\frac{\Delta K_1}{\Delta t} = \Sigma F_1 \cdot v_1 = m_1 a_1 v_1 = -m_1\omega_1^2 x_1 \cdot v_1$$

$$x_1\left(\frac{\pi}{40}\right) = 0{,}1\,\eta\mu\left(\frac{10\pi}{40} + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}1\,\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0{,}1\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} =$$

$$= 0{,}1\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$v_1(t) = 6\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow v_1\left(\frac{\pi}{40}\right) = 6\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = -6\eta\mu\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\,m/s.$$

Άρα: $\frac{\Delta K_1}{\Delta t} = -m_1 \omega_1^2 x_1 v_1 = -1 \cdot 100 \cdot 0,1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 10 \cdot \frac{2}{4} = 5\ J/sec.$

γ) Η κρούση γίνεται στη ΘΙ

άρα $V = v_{2,max} = \omega_2 A_2 =$

$= 5 \cdot 0,2 = 1\ m/s.$

$P_1 = m_1 v_1 = m_1 v_{1,max} =$

$= m_1 \omega_1 A_1 = 1 \cdot 10 \cdot 0,1 \Rightarrow$

$P_1 = 1\ kg \cdot m/s.$

δ) Μετά την κρούση το σώμα Α έχει αρνητική ταχύτητα $-V = -1\ m/s$

Άρα: $m_1 v_1 + m_2 (-v_2) = (m_1 + m_2) \cdot (-V)$

$v_1 = \omega_1 A_1 = 10 \cdot 0,1 = 1\ m/s$

$1 \cdot 1 + 3 \cdot (-v_2) = (1+3) \cdot (-1) \Rightarrow$

$1 - 3v_2 = -4 \Rightarrow 5 = 3v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{5}{3}\ m/s.$

$P_{2,πριν} = m_2 \cdot (-v_2) = 3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = -5\ kg \cdot m/s.$

$P_{2,μετά} = m_2 \cdot (-V) = -3\ kg \cdot m/s.$

$$\Delta p_2 = p_{2,\text{μετά}} - p_{2,\text{πριν}} = -3-(-5) = +2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

ε) $$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1^2 + \frac{1}{2}\cdot 3\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{25}{3} = \frac{3+25}{6} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}\,\text{J}.$$

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1^2 = 2\,\text{J}.$$

Άρα $$|\Delta K| = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = \frac{14}{3} - 2 = \frac{8}{3}\ \text{Joule}.$$

$$E_{\text{πριν}} = \frac{1}{2}kA_1^2 = E_1$$

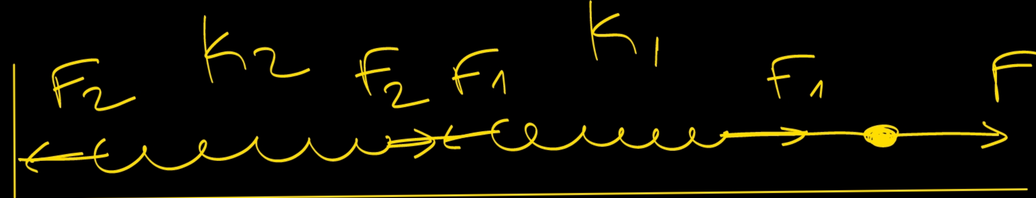
$$E_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}k\cdot(2A_1)^2 = 4E_1$$

$$\Pi\% = \frac{\Delta E}{E_{\text{πριν}}}\cdot 100 = \frac{4E_1 - E_1}{E_1}\cdot 100 =$$

$$= 300\,\%\ \text{αύξηση}.$$

Αν έχουμε πολλά ελατήρια ακολουθούμε τη μεθοδολογία του ισοδύναμου ελατηρίου.

1) Ελατήρια σε σειρά.



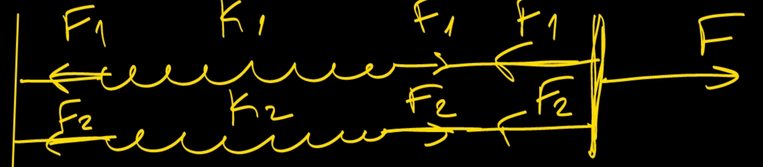
ℓ_2+x_2 $\quad$ ℓ_1+x_1

Στην περίπτωση αυτή τα ελατήρια είναι επιμηκυσμένα από τις F_1 και F_2

Από τον 3° ΝΝ έχουμε: $F_1=F_2=F$

$$x_1+x_2=x \Rightarrow \frac{F}{K_2}+\frac{F}{K_1}=\frac{F}{K_{ολ}} \Rightarrow \frac{1}{K_{ολ}}=\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2} \Rightarrow K_{ολ}=\frac{K_1 K_2}{K_1+K_2}$$

2) Ελατήρια παράλληλα.



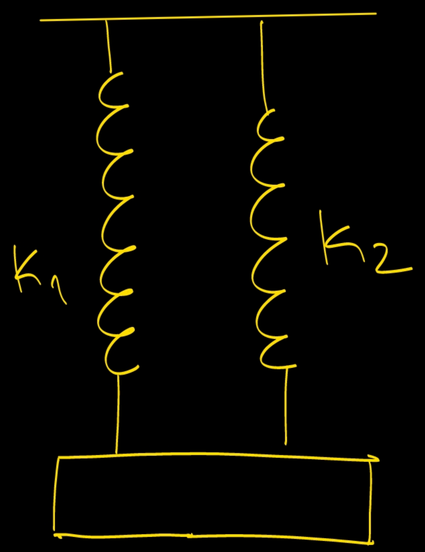
ℓ_0+x

Στην περίπτωση αυτή (υποθέτοντας χωρίς απώλεια γενικότητας ότι έχουν το ίδιο φυσικό μήκος) τα ελατήρια έχουν την ίδια επιμήκυνση.

$$F=F_1+F_2 \Rightarrow K_{ολ}x=K_1x+K_2x \Rightarrow$$

$$K_{ολ}=K_1+K_2$$

Ασκ. 6.125.)



Αποδεικνύουμε πρώτα ότι τα δύο ελατήρια μπορούν να αντικατασταθούν από ένα ισοδύναμο $K = K_1 + K_2$

Άρα $5T = \pi \Rightarrow$

$T = \frac{\pi}{5}$ sec

$\omega = \frac{2\pi}{T} =$

$= \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} =$

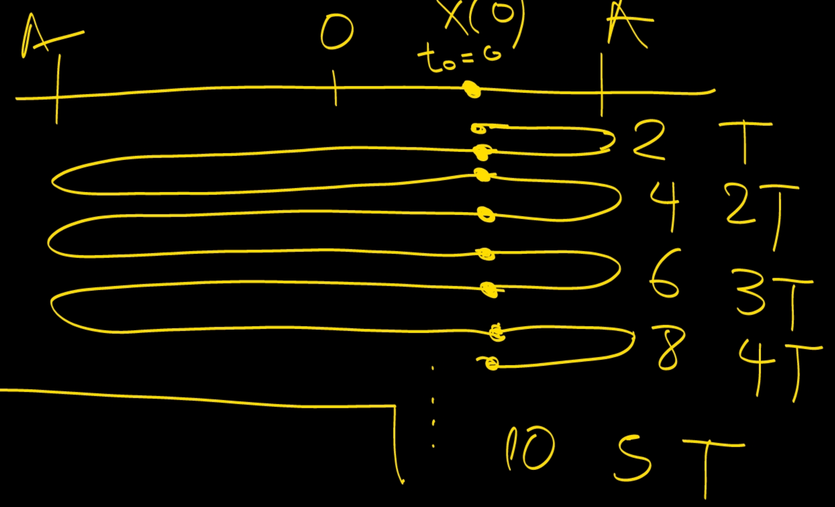
$= 10$ rad/s.

$A = 0{,}2$ m

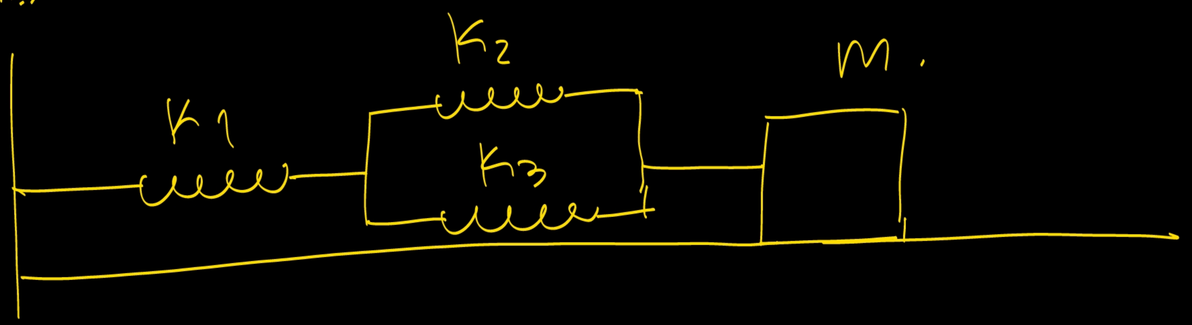
Άρα $v_{max} = 2$ m/s

Τη στιγμή $t = \pi$ sec περνά για 10η φορά από την αρχική του θέση μετά τη στιγμή $t_0 = 0$.

Από <u>όποια</u> θέση μου να ξεκινά τη στιγμή $t_0 = 0$ για 1η φορά περνά από αυτή τη στιγμή T



Π.χ.



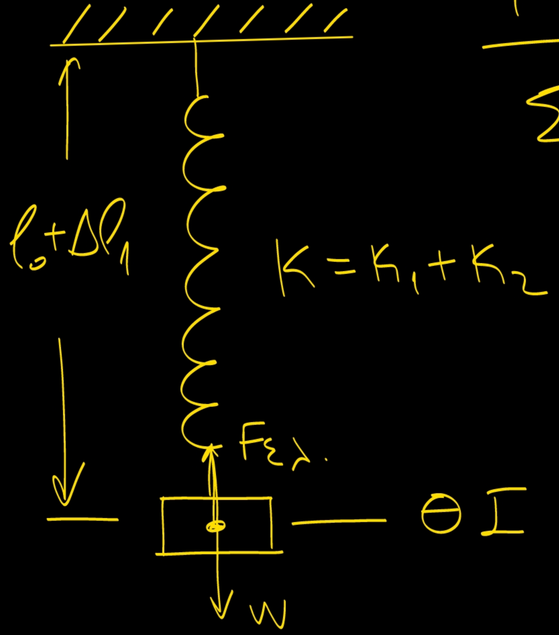
$$K_{2,3} = K_2 + K_3$$

$$K_{o\lambda} = \frac{K_1 \cdot K_{2,3}}{K_1 + K_{2,3}} = \frac{K_1(K_2+K_3)}{K_1+K_2+K_3}$$



Αθ. 6.125 συνέχεια.

Αρα έχουμε ένα σώμα σε κατακόρυφο ελατήριο με $K = K_1 + K_2$



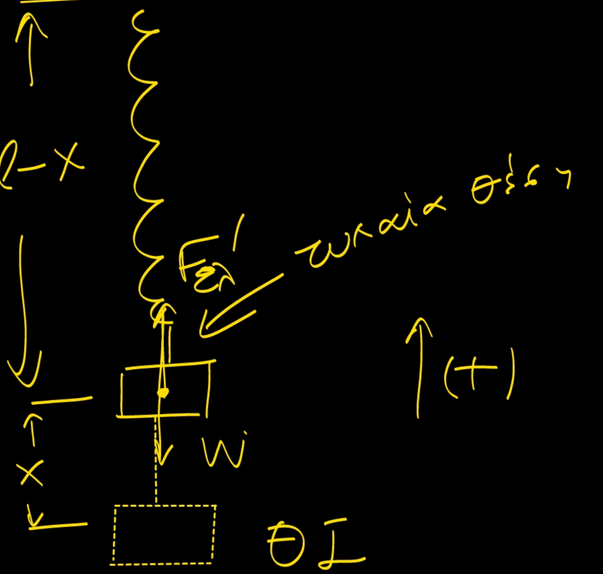
1° βήμα

Στη ΘΙ έχουμε:

$$F_{\epsilon\lambda} = W \Rightarrow$$

$$K \cdot \Delta l = mg.$$

2ο βήμα:



Στην ωραία θέση έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\epsilon\lambda}' - W \Rightarrow$$

$$\Sigma F = k(\Delta l - x) - mg \Rightarrow$$

$$\Sigma F = k\cdot\cancel{\Delta l} - k\cdot x - \cancel{mg} \Rightarrow \Sigma F = -kx = -(k_1+k_2)x$$

Άρα το σώμα εκτελεί γ.α.τ με $D = k_1 + k_2$

β) Στην αρχική θέση τα ελατήρια ήταν επιμηκυσμένα κατά Δl.

$$mg = (k_1+k_2)\cdot\Delta l \Rightarrow 10 = 100\cdot\Delta l \Rightarrow \Delta l = 0,1\,m.$$

Απομακρύνουμε το σώμα μέχρι τα ελατήρια να συμπιεστούν κατά $\Delta l_1 = 0,1\,m$ και το αφήνουμε

Άρα $A = \Delta l + \Delta l_1 = 0,2\,m$.

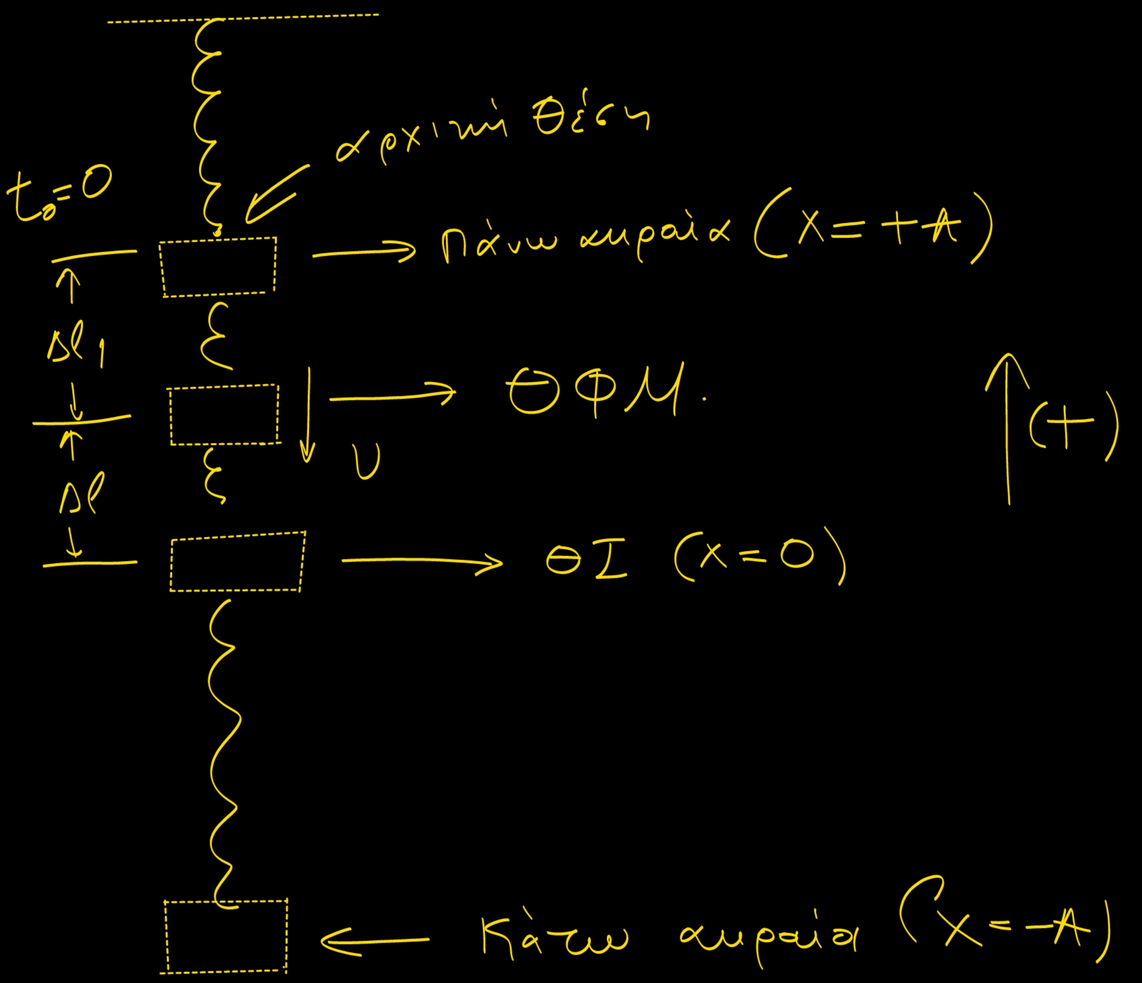
και $\Delta l_{max} = \Delta l + A = 0,3\,m$.

↑ κάτω ακραία θέση.

$t_1 = \frac{T}{2}$ (από πάνω κυραία σε κάτω κυραία).

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{2\pi}{10}\,sec.$$

$$t_1 = \frac{\pi}{10}\,sec.$$



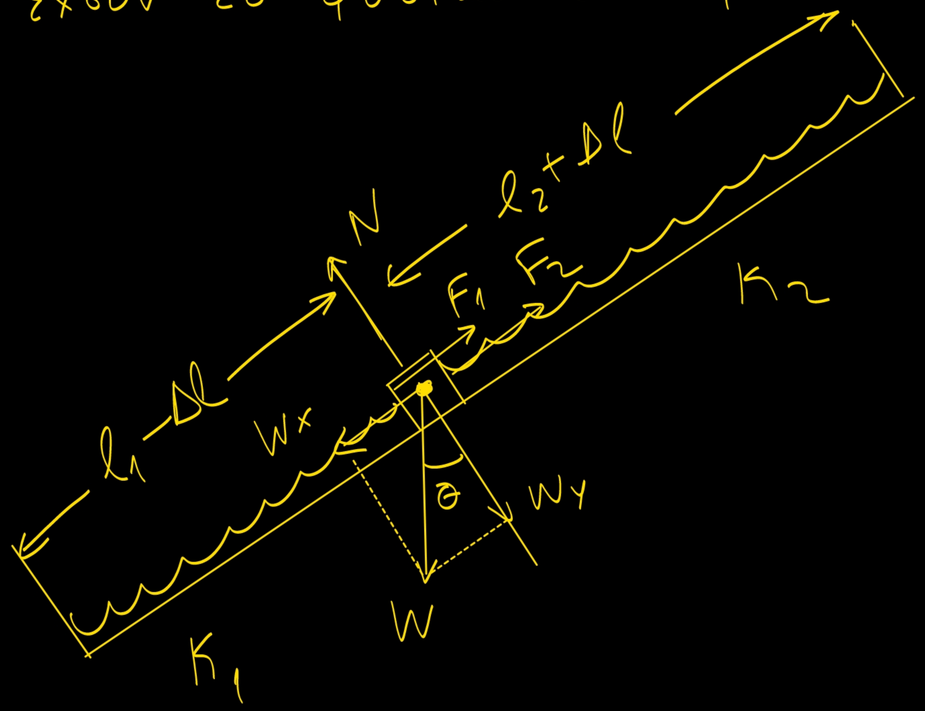
γ) $$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -Dx = -(k_1+k_2)\cdot\Delta l =$$

$$= -100\cdot 0{,}1 = -10\,N$$

Η ορμή κατα μέτρο αυξάνεται αλλά αλγεβρικά μειώνεται. Άρα ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ορμής είναι θετικός $\frac{\Delta|\vec{p}|}{\Delta t} = +10N$

Ασκ. 6.124.)

α) Στην αρχική θέση τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.



Άρα στην αρχική θέση το