Ασκ. 2.54) (Στάσιμο κύμα).

$$y = 8\,\text{συν}\frac{\pi x}{2}\cdot\text{ημ}\,10\pi t \quad (y, x \text{ σε cm})$$

$$y_1 = A\,\text{ημ}\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$y_2 = A\,\text{ημ}\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$\text{ημ}\,\alpha + \text{ημ}\,\beta = 2\,\text{ημ}\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\text{συν}\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$y_1 + y_2 = 2A\,\text{ημ}\frac{2\omega t}{2}\cdot\text{συν}\frac{-\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda}}{2} = 2A\,\text{ημ}\,\omega t\cdot\text{συν}\left(-\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}\cdot\text{ημ}\,\omega t$$

$$\text{συν}\,x = \text{συν}(-x) = \text{συν}|x|$$

A. $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{2} \Rightarrow \lambda = 4\,\text{cm} = 0{,}04\,\text{m}.$

$\omega = 10\pi\ \text{rad/s} \Rightarrow 2\pi f = 10\pi \Rightarrow f = 5\,\text{Hz}$

$\upsilon = \lambda\cdot f = 0{,}04\cdot 5 = 0{,}2\,\text{m/s}.$

B. $y_M = 8\cdot 10^{-2}\cdot\text{συν}\left(\frac{\pi\cdot 10^2 x_M}{2}\right)\text{ημ}\,10\pi t \quad (y, x \text{ σε m})$

$$y_M = 8\cdot 10^{-2}\,\text{συν}(50\pi x_M)\,\text{ημ}(10\pi t) \quad (SI)$$

$$y_M = 8\cdot 10^{-2}\,\sigma\upsilon\nu(50\pi x_M)\,\eta\mu(10\pi t)$$

$$t = \frac{1}{40}\ \text{sec.}$$

$$x_M = 0{,}5\ \text{cm.}$$

Γενικά έχουμε:

$$y(x,t) = 2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\,\eta\mu\omega t$$

$$\upsilon(x,t) = 2\omega A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t$$

$$y_M = 8\cdot 10^{-2}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(50\pi\cdot 0{,}5\cdot 10^{-2}\right)\cdot\eta\mu\left(10\pi\cdot\frac{1}{40}\right)\Rightarrow$$

$$y_M = 8\cdot 10^{-2}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{25\pi}{100}\right)\cdot\eta\mu\left(\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow$$

$$y_M = 8\cdot 10^{-2}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\cdot\eta\mu\frac{\pi}{4}\Rightarrow$$

$$y_M = 8\cdot 10^{-2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y_M = 4\cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

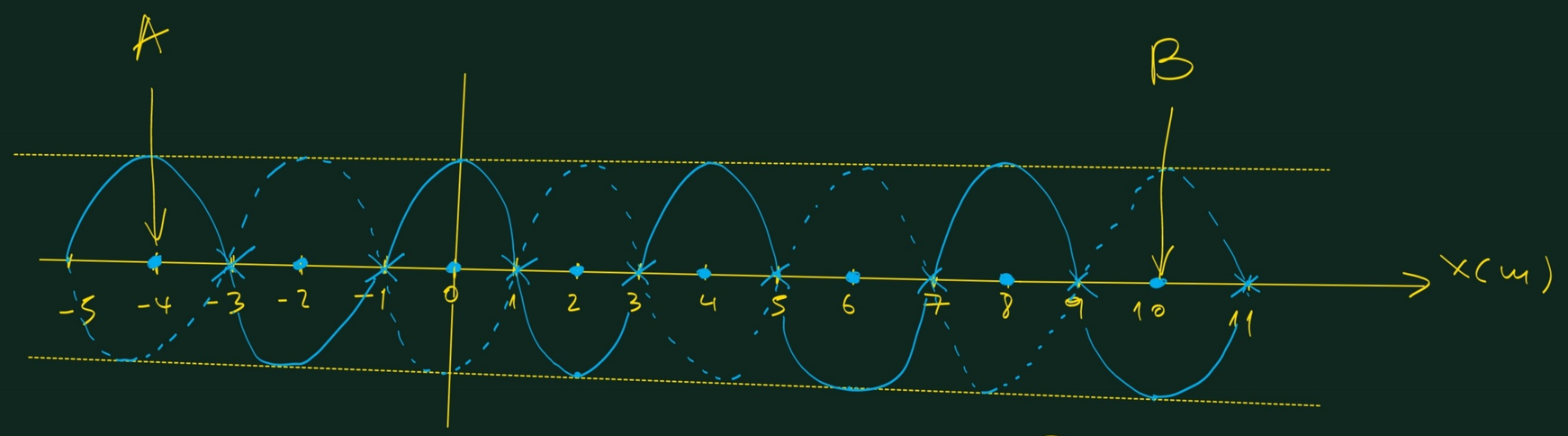
$$\upsilon_M = 10\pi\cdot 8\cdot 10^{-2}\cdot\sigma\upsilon\nu(50\pi x_M)\cdot\sigma\upsilon\nu(10\pi t)\Rightarrow$$

$$\upsilon_M = 8\pi\cdot 10^{-1}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 4\pi\cdot 10^{-1}\Rightarrow$$

$$\upsilon_M = 0{,}4\pi\ \text{m/s.}$$

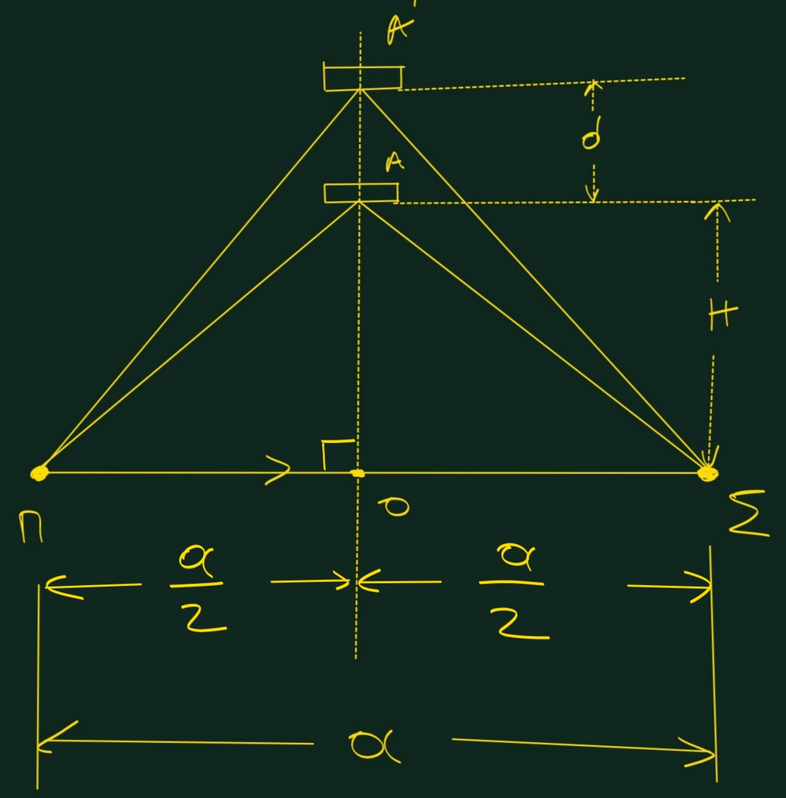
γ) $\lambda = 4\,\text{cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 1\,\text{cm.}$

Για $x = 0$ έχουμε κοιλία.



Μεταξύ των A και B έχουμε 7 δεσμούς και 6 κοιλίες.

Ασκ. 2.47 (Συγβολή με αναλαστήρα)



Τα κύματα βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού, οπότε έχουμε ανάκλαση σε ελεύθερο άκρο, οπότε η ανακλώμενη «κατίνα» δεν έχει διαφορά φάσης 180°, άρα ισχύουν τα γνωστά περί συγβολής.

Όταν ο αναλαστήρας είναι στο Α το Σ παραμένει ακίνητο, ενώ αν μετακινηθεί στο Α' θα εκτελέσει ταλάντωση με μέγιστο πλάτος.

Άρα: $r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ (απόσβεση)

και $r_2 - r_1 = 2N \cdot \frac{\lambda}{2}$ (ενίσχυση)

Όταν ο αναλαστήρας είναι στο Α έχουμε απόσβεση στο Σ ενώ όταν μετακινηθεί στο Α' έχουμε την αμέσως επόμενη ενίσχυση.

Το $r_1 = \Pi\Sigma = a$.

Αν ο αναμλαστήρας βρεθεί στο A

έχουμε:

$$r_2 = \Pi A + A\Sigma = 2\Pi A = 2\sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{4H^2 + a^2}$$

Στην περίπτωση αυτή έχουμε απόσβεση οπότε:

$$r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad (1)$$ N = Θετικός ακέραιος.

Αν ο αναμλαστήρας βρεθεί στο A' έχουμε:

$$r_2' = \Pi A' + A'\Sigma = 2\Pi A' = 2\sqrt{(H+d)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{4(H+d)^2 + a^2}$$

Στην περίπτωση αυτή έχουμε την αμέσως επόμενη ενίσχυση, οπότε:

$$r_2' - r_1 = (2N+2)\frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

Αφαιρώντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$(r_2' - r_1) - (r_2 - r_1) = (2N+2)\frac{\lambda}{2} - (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

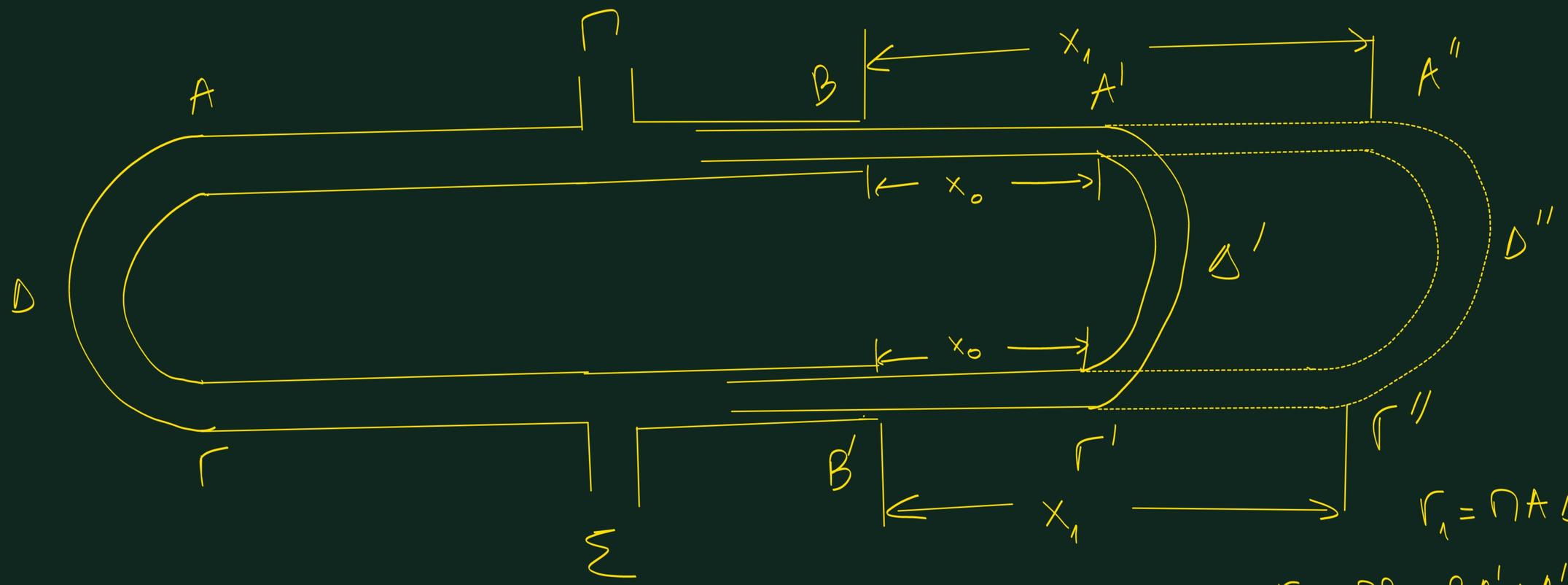
$$r_2' - r_1 - r_2 + r_1 = N\lambda + \lambda - N\lambda - \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$r_2' - r_2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{4(H+d)^2 + a^2} - \sqrt{4H^2 + a^2} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\lambda = 2\left(\sqrt{4(H+d)^2 + a^2} - \sqrt{4H^2 + a^2}\right)}$$

Ασκ. 2.51



$r_1 = ΠΑΔΓΣ$

$r_2 = ΠΒ + ΒΑ' + Α'Δ'Γ' + Γ'Β' + ΣΒ'$

$\Rightarrow r_2 = 2ΠΒ + 2x_0 + Α'Δ'Γ'$

ενώ: $r_2' = ΠΒ + ΒΑ'' + Α'Δ'Γ' + Γ''Β' + Β'Σ =$
$= 2ΠΒ + 2x_1 + Α'Δ'Γ'$

Όταν ο γεφυρωμένος σωλήνας απέχει απόσταση x_0 από το άκρο έχουμε κρόσβεση.
Θέλουμε να βρούμε το x_1 ώστε να έχουμε την αμέσως επόμενη κρόσβεση.

$$r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$ (απόσβεση)

$$r_2' - r_1 = (2N+3)\frac{\lambda}{2}$$ (αυξήσεις επόμενη απόσβεση)

Αφαιρώντας έχουμε:

$$r_2' - r_1 - (r_2 - r_1) = (2N+3)\frac{\lambda}{2} - (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$r_2' - \cancel{r_1} - r_2 + \cancel{r_1} = N\lambda + \frac{3\lambda}{2} - N\lambda - \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$r_2' - r_2 = \lambda \Rightarrow 2\Pi B + 2x_1 + A'\Delta'r' - (2\Pi B + 2x_0 + A'\Delta'r') = \lambda \Rightarrow$$

$$\lambda = 2x_1 - 2x_0 \Rightarrow$$

$$0{,}272 = 2x_1 - 2\cdot 0{,}408 \Rightarrow$$

$$0{,}136 = x_1 - 0{,}408 \Rightarrow x_1 = 0{,}544\,m.$$

$$v = \lambda f \Rightarrow$$

$$340 = \lambda \cdot 1250 \Rightarrow$$

$$8\cdot 340 = \lambda \cdot 10.000 \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{2400 + 320}{10.000} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{2720}{10.000} = 0{,}272\,m.$$

$$x_0 = 0{,}408\,m$$

Ασκ. 5.65.)

$y = 0{,}2\,\mu\mu\,\omega t$ (ταλάντωση πηγής)

$x_K = -\lambda$ και x_Λ

$\Delta t = 0{,}2\,sec$

a) Σεμία περίοδο έχουμε

απόσταση $4A = 0{,}8\,m$.