

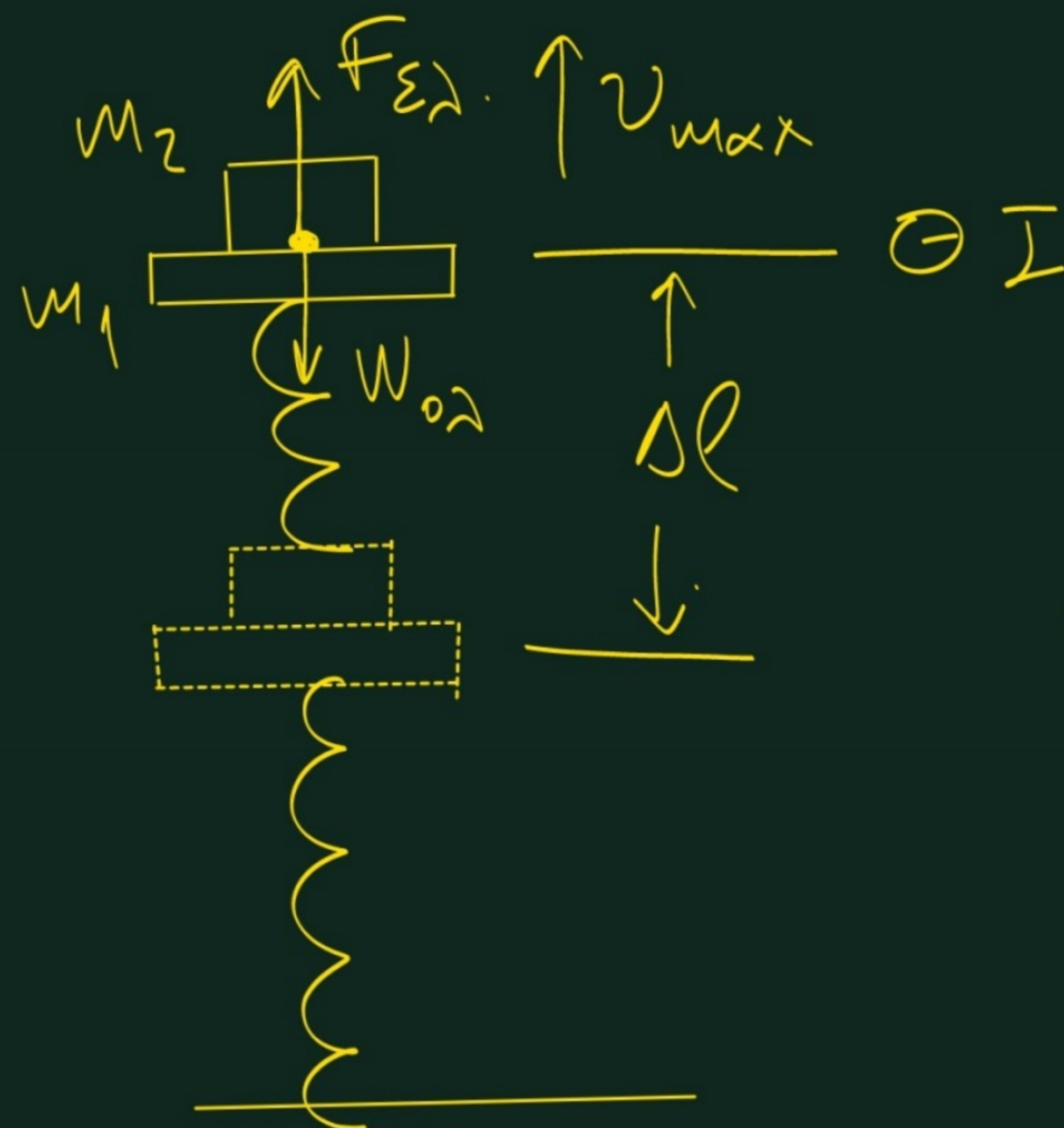
Αδμ. 5.13 (Ανωμαλία επαφής)

$$m_1 = 0.5 \text{ kg}$$

$$k = 400 \text{ N/m}$$

$$m_2 = 3.5 \text{ kg}$$

$$\Delta l = 0.2 \text{ m}$$

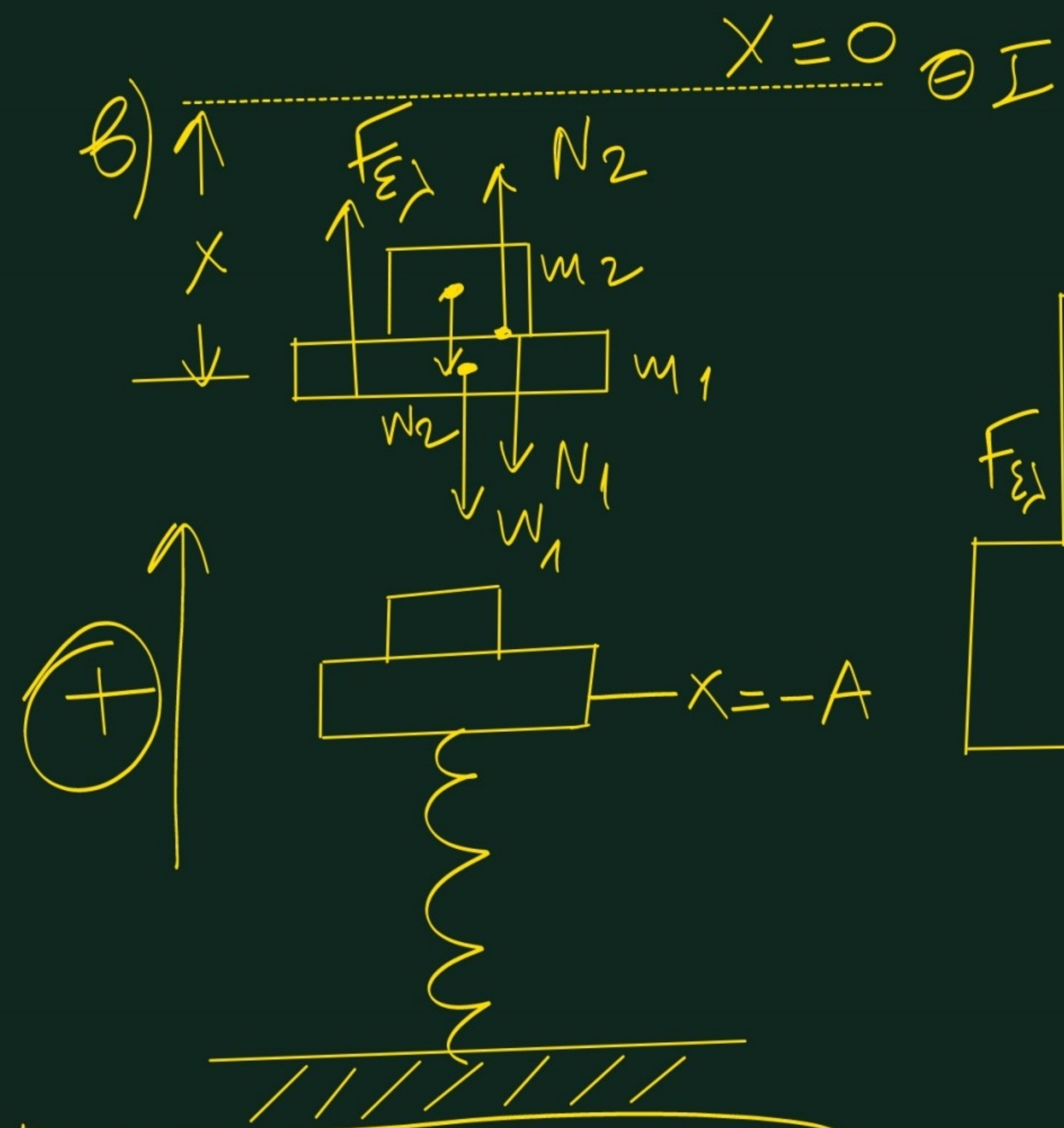


α) Ευθύνουμε τα βώματα προς τα κάτω κατά Δl και τα αφήνουμε. Άρα θα ευτελέσουν ταλαντώντας πλάτους $A = \Delta l$.

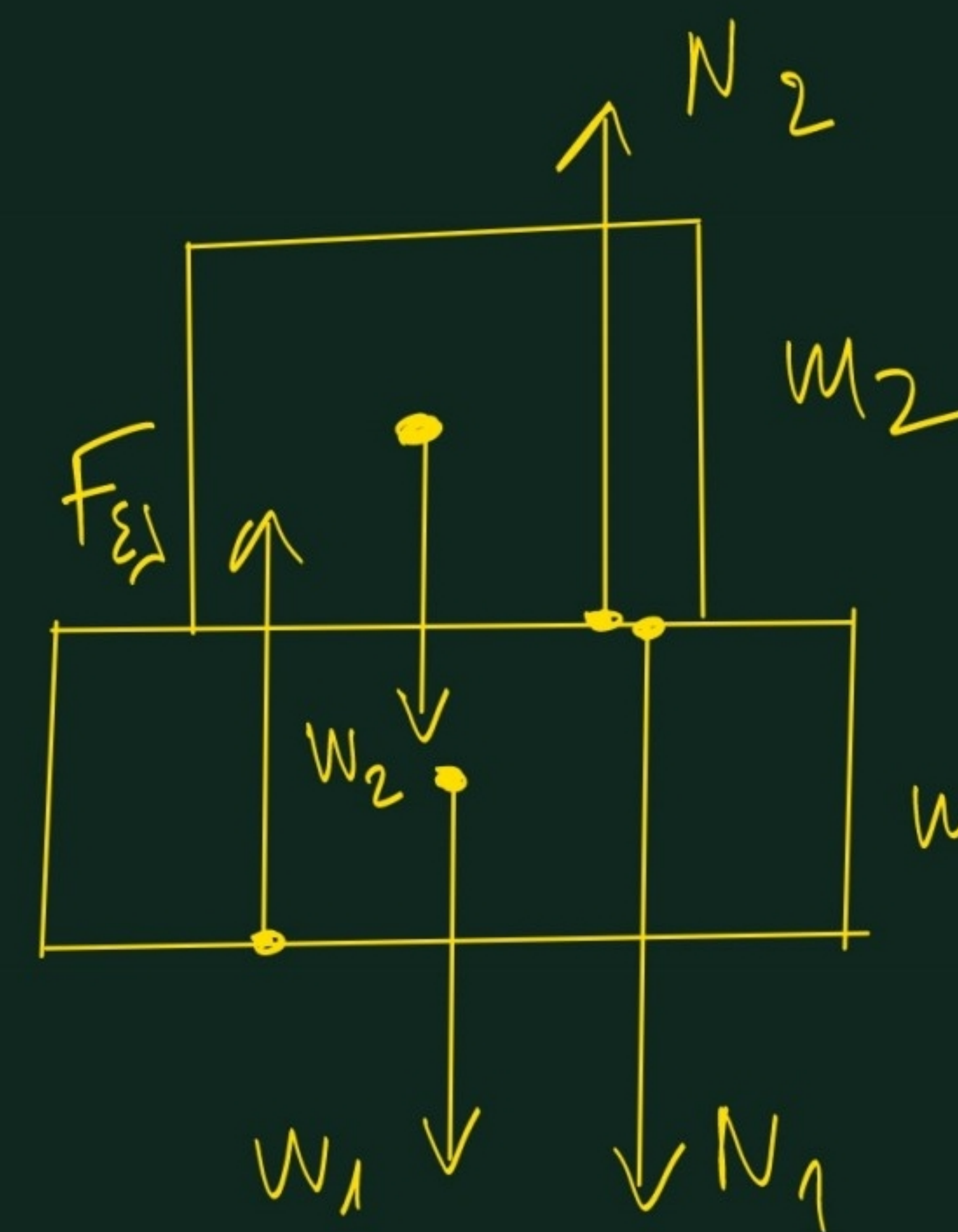
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{400}{4}} = 10 \text{ rad/s}$$

Άρα η ταχύτητα τους στη ΘI είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης.

$$v_{max} = \omega \cdot A = \omega \cdot \Delta l = 10 \cdot 0.2 \Rightarrow v_{max} = 2 \text{ m/s}$$



Στη ΘΙ έχουμε:
 $K \cdot \Delta l_0 = (m_1 + m_2)g$.
 Στην τυχαία θέση του εκκρεμούς
 έχουμε: $F_{ελ} = K(\Delta l_0 + X)$



Μεταξύ των σωμάτων ασκούνται οι δυνάμεις N_1 και N_2 που με βάση τον 3^ο Νόμο Νεύτωνα αποτελούν ζεύγος δράσης-αντίδρασης άρα είναι ίσες κατά μέτρο και αντίθετης φοράς. Δηλαδή $N_1 = N_2$ (κατά μέτρο).

X = απομάκρυνση από τη ΘΙ.

Στο m_2 (πάνω) ασκούνται οι δυνάμεις W_2 και N_2 .

Άρα: $\Sigma F_2 = N_2 - W_2 \Rightarrow -D_2 X = N_2 - m_2 g \Rightarrow$

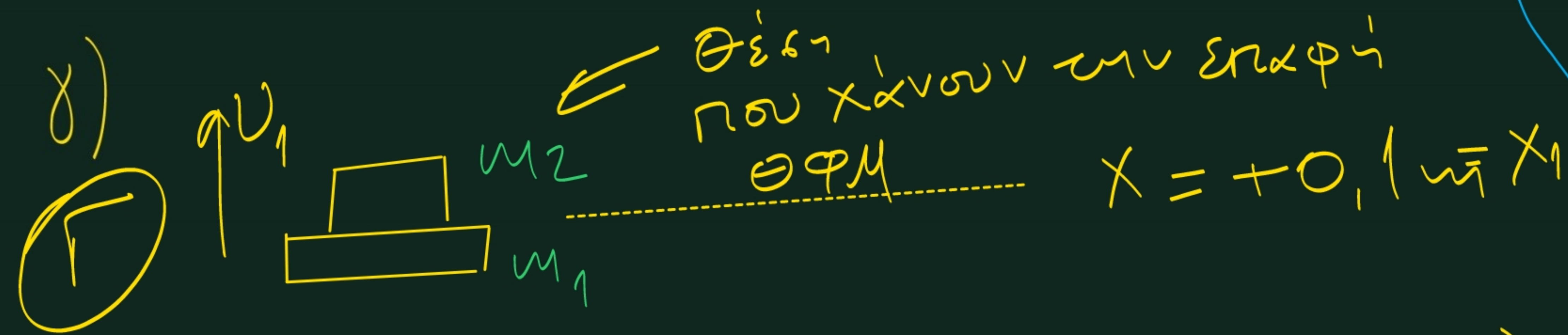
$$N_2 = m_2 g - m_2 \omega^2 X.$$

Για το κάτω σώμα (m_1) έχουμε:

$$\Sigma F_1 = F_{ελ} - N_1 - W_1 \Rightarrow -D_1 X = F_{ελ} - N_1 - W_1$$

Τα δύο σώματα ταλαντώνονται με την ίδια κυκλική συχνότητα

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = 10 \text{ rad/sec}.$$



Στη θέση που χάνουν την επαφή έχουν ταχύτητα v_1 .

Από την ΑΔΕ συντηρώντας:

$$K_A + U_A = K_r + U_r \Rightarrow$$

$$0 + \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_1^2 + \frac{1}{2} k x_1^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0,2^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0,1^2 \Rightarrow$$

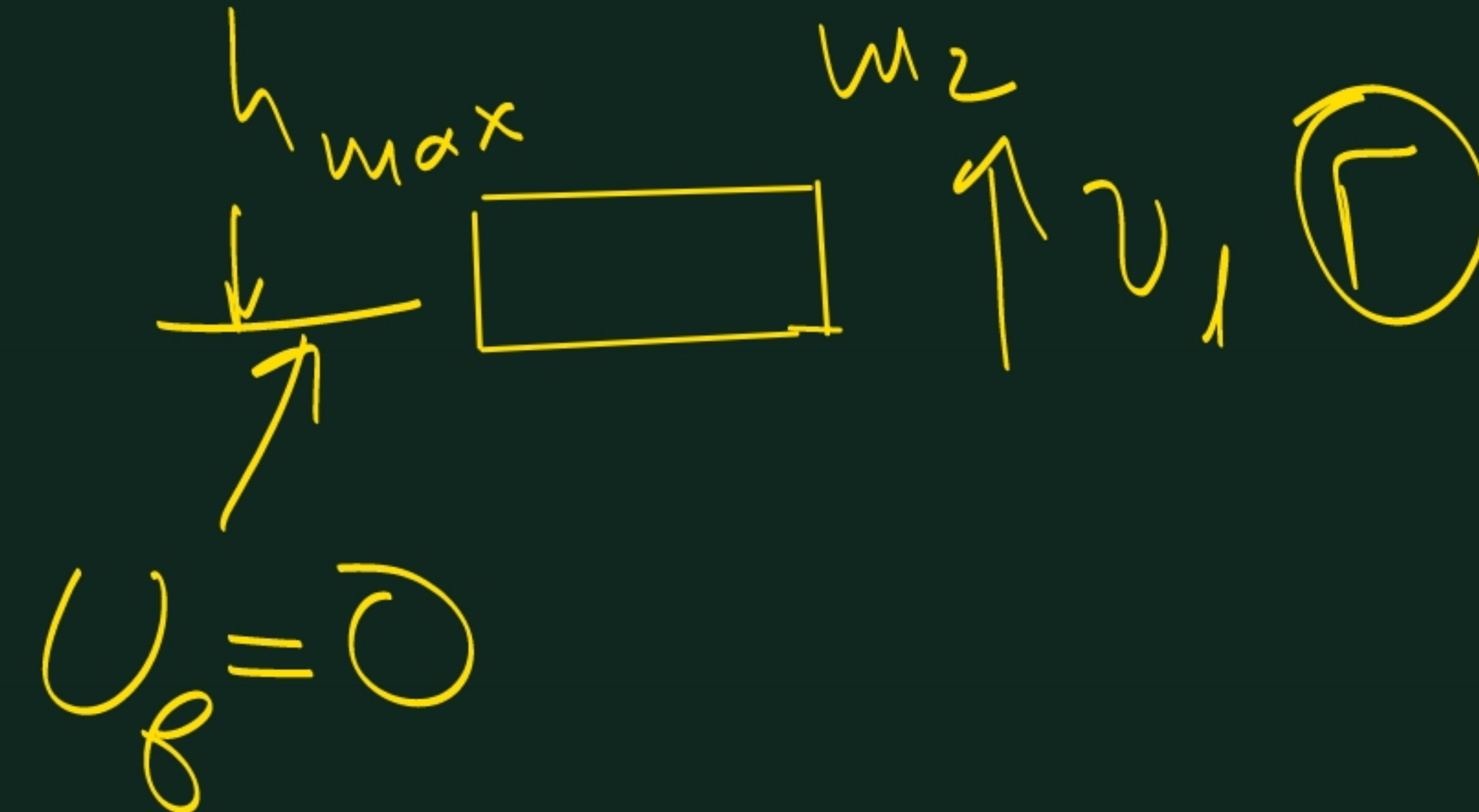
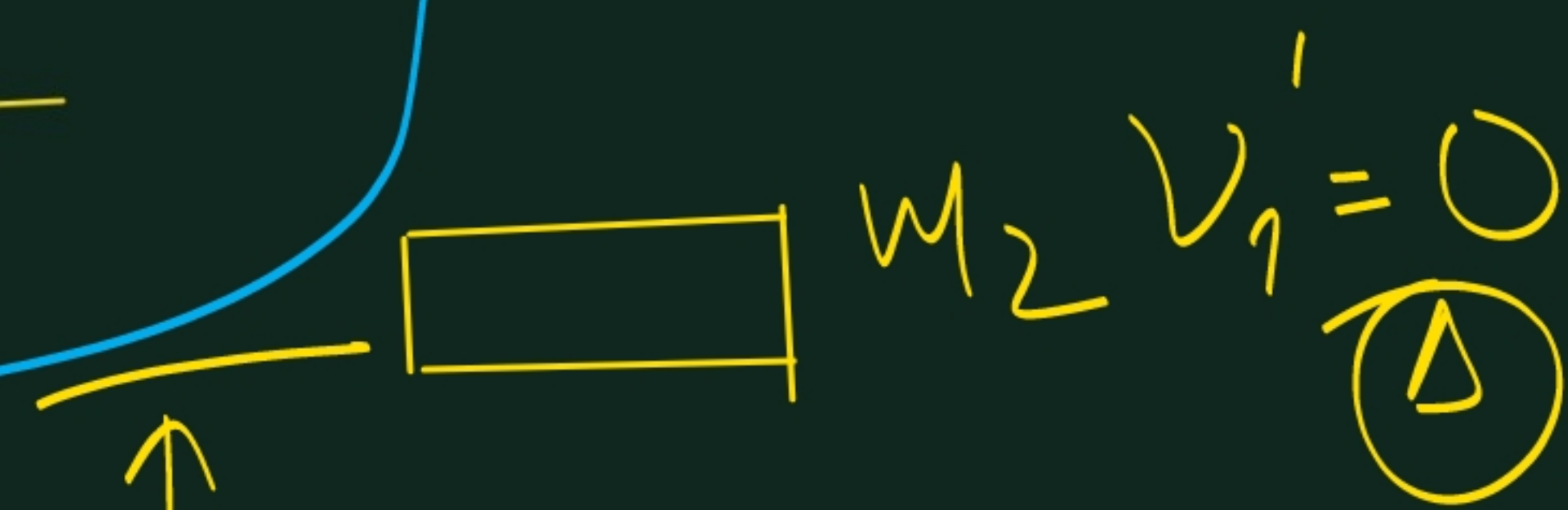
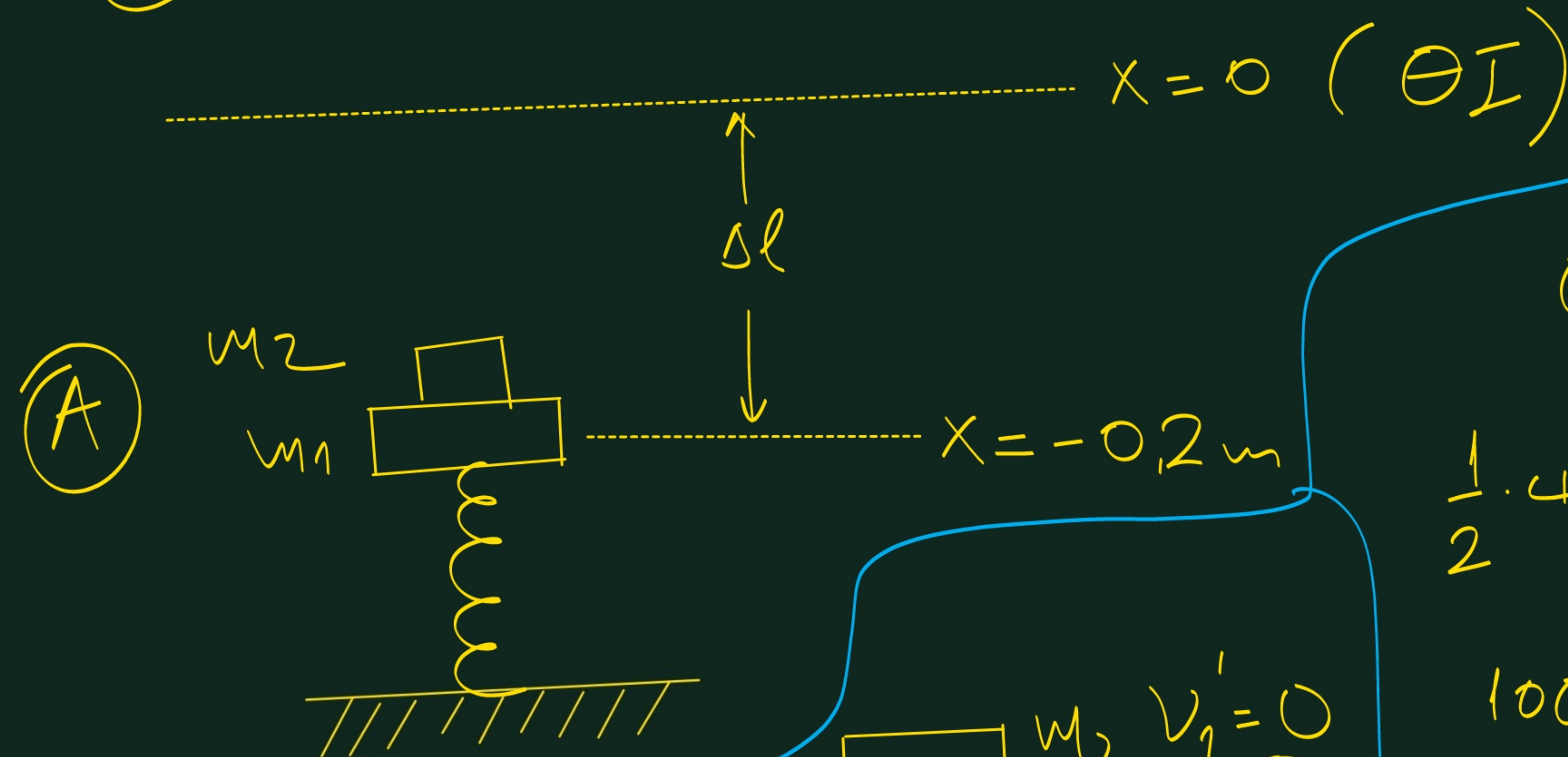
$$100 \cdot 0,04 = v_1^2 + 100 \cdot 0,01 \Rightarrow 4 = v_1^2 + 1 \Rightarrow$$

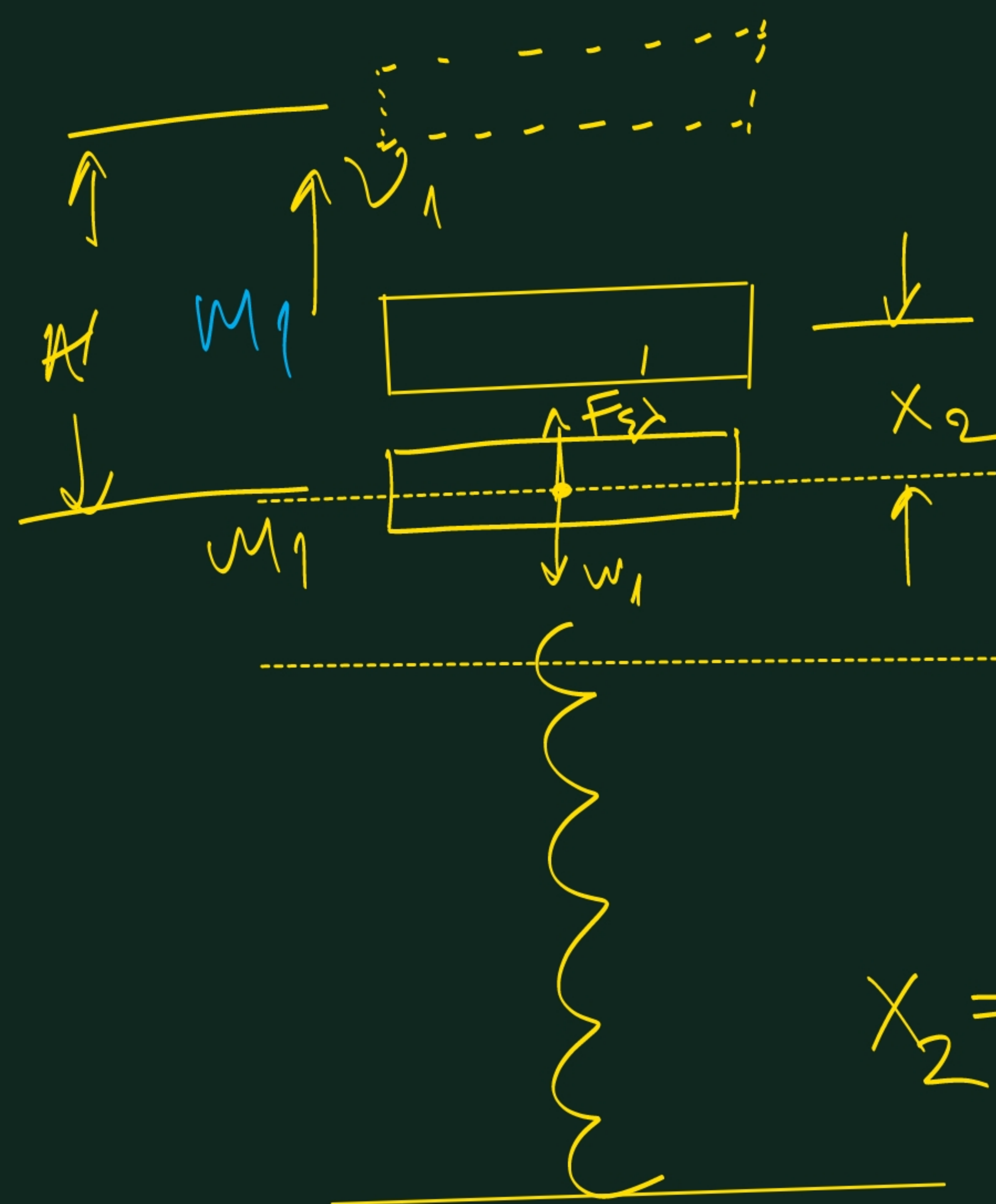
$$v_1 = \sqrt{3} \text{ m/s.}$$

Το m_2 αυτοξέεται από το m_1 και πάνω με ταχύτητα v_1 .

$$K_r + U_r = K_d + U_d \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_1^2 + 0 = 0 + m_2 g h_{\max} \Rightarrow$$

$$h_{\max} = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{3}{20} \Rightarrow h_{\max} = 0,15 \text{ m}$$





Το m_1 παραμένει
 δειμένο στο ελατήριο
 και επιτελεί ταλάντωση
 γύρω από τη Νέα ΘΙ

Στη Νέα ΘΙ έχουμε:

$$F'_{ελ} = m_1 g \Rightarrow$$

$$k x_2 = m_1 g \Rightarrow$$

$$400 x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{80} \text{ m.}$$

$$x_2 = \Delta l_2.$$

Από την ΑΔΕ στην ταλάντωση
 του m_1 :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k x_2^2 = \frac{1}{2} k A'^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot \frac{1}{80^2} = \frac{1}{2} \cdot 400 A'^2 \Rightarrow$$

$$1,5 + \frac{400}{6400} = 400 A'^2 \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{16} = 400 A'^2 \Rightarrow \frac{24}{16} + \frac{1}{16} = 400 A'^2 \Rightarrow$$

$$\frac{25}{16} = 400 A'^2 \Rightarrow \frac{5}{4} = 20 A' \Rightarrow$$

$$A' = \frac{5}{80} \text{ m}$$

Άρα το m_1 θα φτάσει σε

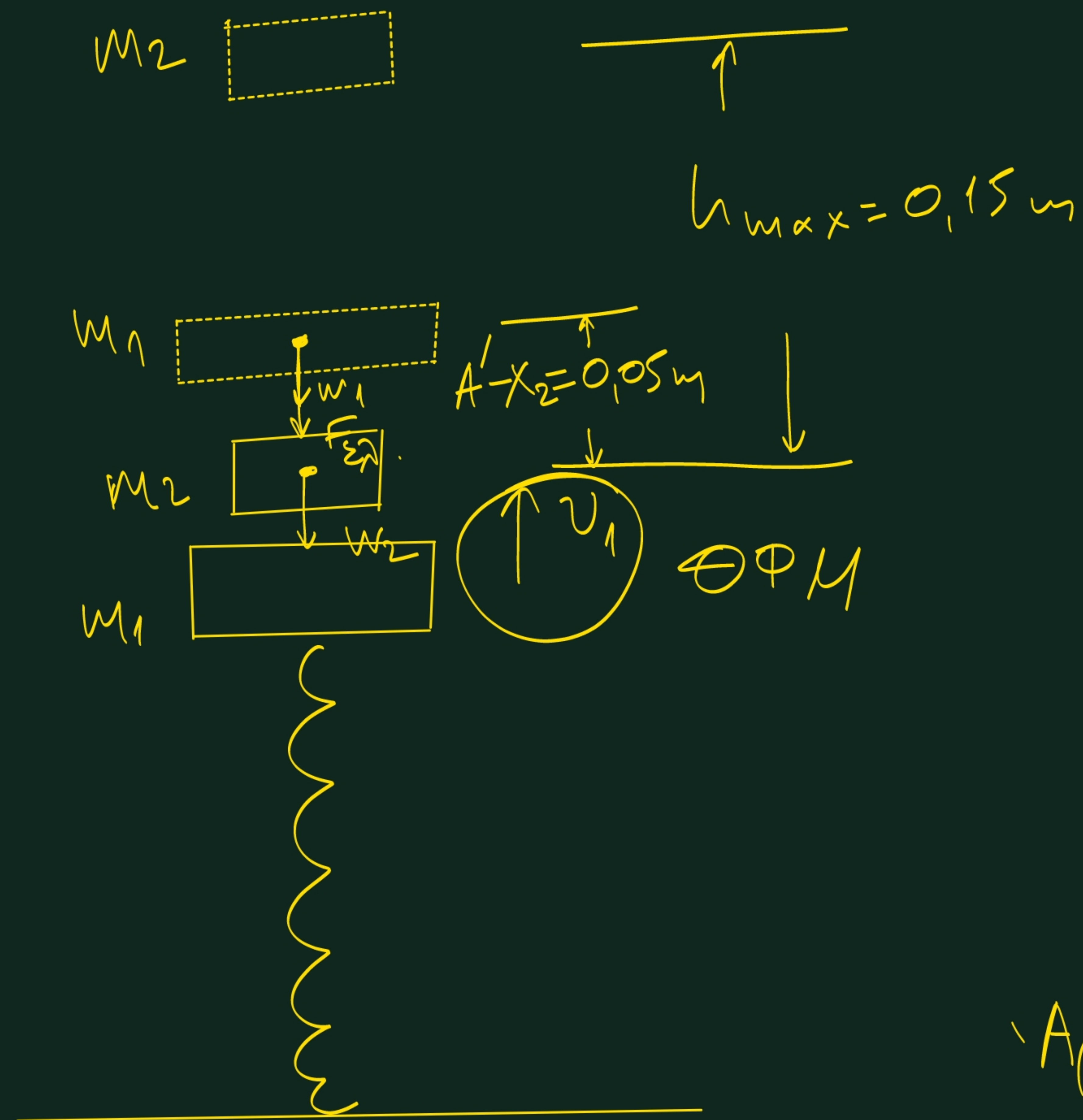
$$\text{ύψος } A' - x_2 =$$

$$= \frac{5}{80} - \frac{1}{80} = \frac{4}{80} = \frac{1}{20} =$$

$$= 0,05 \text{ m}$$

πάνω από τη θέση
 όπου χάνουν την
 επαφή.

8)



Το m_2 έχει ευθράδυνση g

αφού $\Sigma F_2 = m_2 g$ καθώς κινείται προς τα πάνω.

$$m_2 a_2 = m_2 g \Rightarrow a_2 = g.$$

Το m_1 όμως πέφτει δεμένο στο ελατήριο οπότε έχει μεγαλύτερη ευθράδυνση.

$$\Sigma F_1 = m_1 g + F_{\epsilon 2} \Rightarrow m_1 a_1 = m_1 g + F_{\epsilon 2} =$$

$$a_1 = g + \frac{F_{\epsilon 2}}{m_1} > g = a_2$$

Άρα με το δεδομένο ότι τα δύο σώματα ξεκινούν με την ίδια ταχύτητα $v_1 = \sqrt{3} \text{ m/s}$, θα αμυντοποιηθεί πρώτο αυτό που έχει τη μεγαλύτερη ευθράδυνση δηλαδή το m_1 (που πέφτει δεμένο στο ελατήριο).

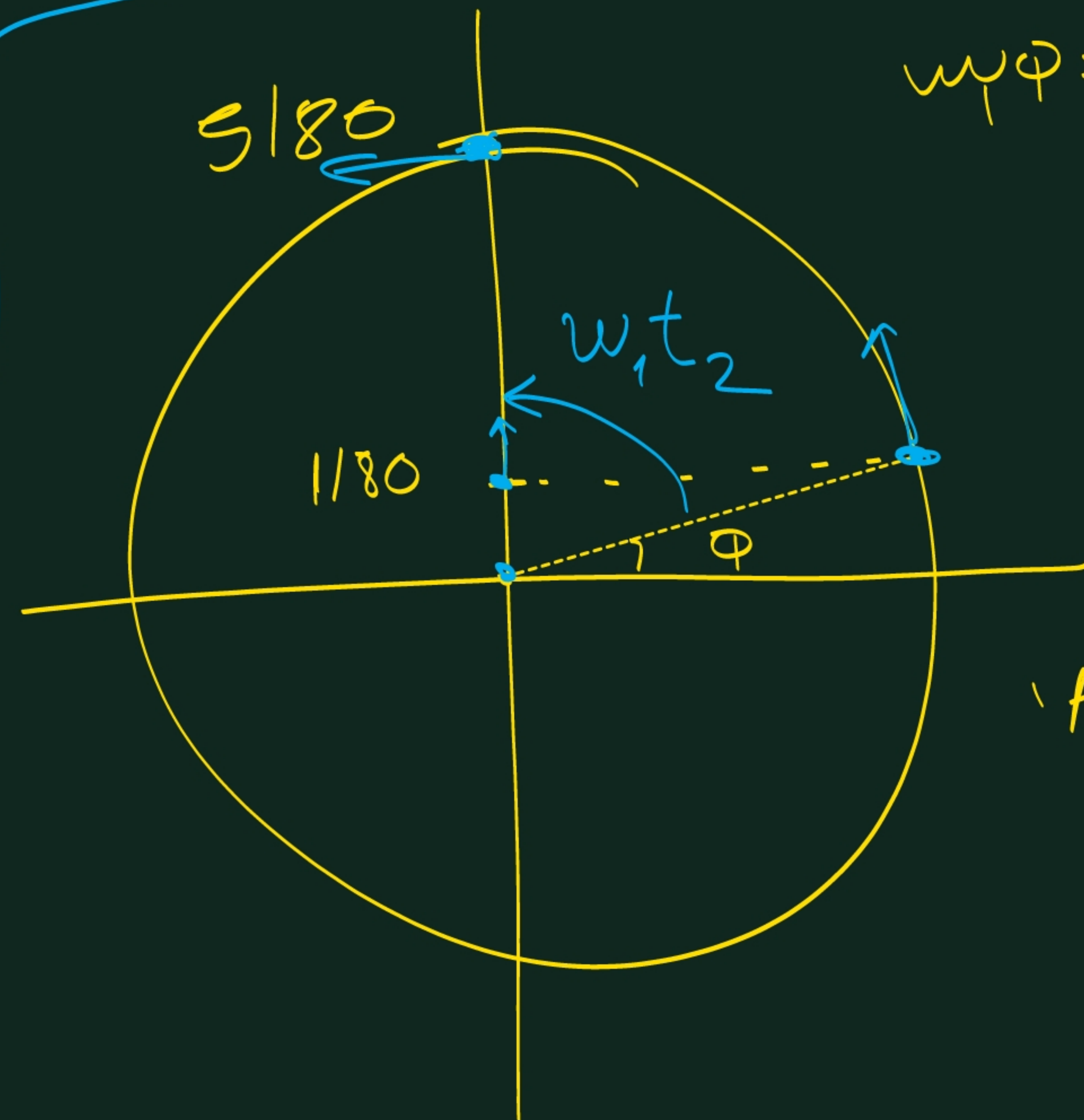
Για το m_2 έχουμε:

$$0 = v_1 - g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ sec.} \approx 0,173 \text{ sec}$$

Το m_1 ξεκινά από τη θέση

$$x_2 = \frac{1}{80} \text{ m και φτάνει μέχρι του}$$

$$A' = \frac{5}{80} \text{ m}$$



$$\omega \varphi = \frac{\frac{1}{80}}{\frac{5}{80}} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

$$\omega_1 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{5}{40}$$

$$\text{Άρα: } \omega_1 30^\circ = \frac{5}{2} \cdot \omega \varphi \Rightarrow$$

$$30^\circ \approx \frac{5}{2} \varphi \Rightarrow \varphi \approx \frac{60}{5} = 12^\circ \rightarrow \frac{12 \cdot \pi}{180} = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15} \text{ rad}$$

$$\omega_1 t_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot t_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{15} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{400}{0,5}} \cdot t_2 = \frac{13\pi}{30} \Rightarrow$$

$$20\sqrt{2} t_2 = \frac{13\pi}{30} \Rightarrow$$

$$t_2 = \frac{13\pi}{600\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{2}\pi}{1200} \text{ sec}$$

$$t_2 \approx 0,05 \text{ sec}$$