

Γνωστά έχουμε:

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} = \frac{A_0 \cdot e^{-k\Lambda T}}{A_0 \cdot e^{-(k+1)\Lambda T}} = e^{-k\Lambda T + (k+1)\Lambda T} = e^{-k\Lambda T + k\Lambda T + \Lambda T} = e^{\Lambda T}$$

Συνεπώς:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\Lambda T}$$

Δηλαδή οι ποσότητες $A_0, A_1, A_2, \dots$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με λόγο $e^{\Lambda T}$.

$$\Delta A = -\Lambda A \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = -\Lambda \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = -\Lambda A$$

ρυθμός
μείωσης

ποσοστό
μείωσης

Ένας άλλος σημαντικός χρόνος είναι ο χρόνος ημιφωτισ, δηλαδή ο χρόνος που χρειάζεται να περάσει για να μειωθεί το ηλάτος της ταλάντωσης στο γιόδο.

$$A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t} \Rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 \cdot e^{-\Lambda T_{1/2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\Lambda T_{1/2}} \Rightarrow \ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\Lambda T_{1/2}} \Rightarrow$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\Lambda T_{1/2} \cdot \ln e \Rightarrow$$

$$-\ln 2 = -\Lambda T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\Lambda} = \frac{2\pi \ln 2}{b}$$

Όπως και το πλάτος, έτσι και η ενέργεια μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

$$E = \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} D A_0^2 \cdot e^{-2\Lambda t} \Rightarrow$$

$$E = E_0 \cdot e^{-2\Lambda t}$$

Αν $t = \kappa T$ τότε:

$$E_\kappa = E_0 \cdot e^{-2\kappa \Lambda T}$$

$$E_1 = E_0 \cdot e^{-2\Lambda T} \Rightarrow \frac{E_0}{E_1} = e^{2\Lambda T}$$

$$\text{Ανάλυση: } \frac{E_0}{E_1} = \frac{E_1}{E_2} = \dots = \frac{E_\kappa}{E_{\kappa+1}} = e^{2\Lambda T}$$

Άρα και οι διαδοχικές ενέργειες είναι όροι γεωμετρικής προόδου με λόγο $e^{2\Lambda T}$.

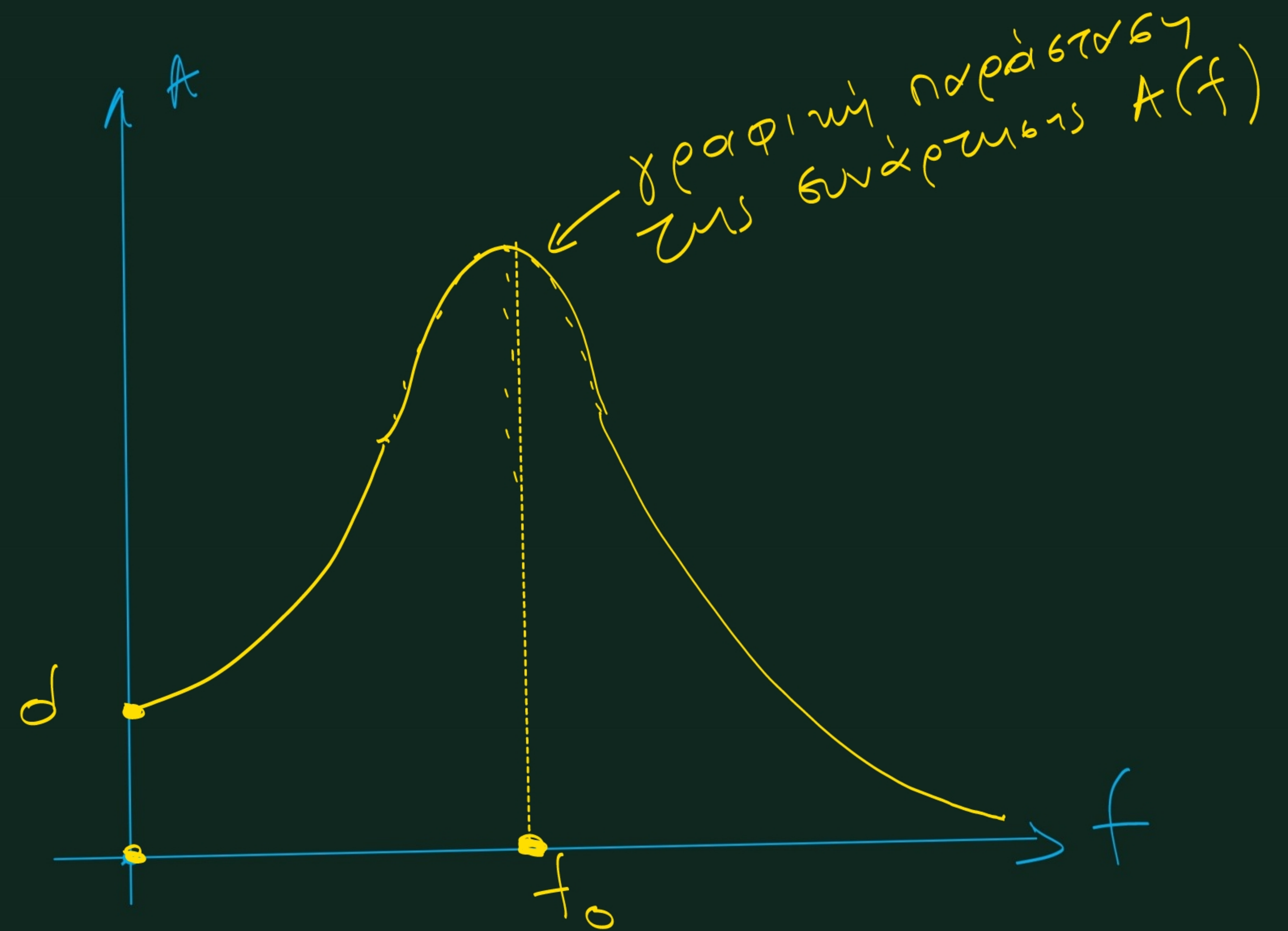
Αν $t = \kappa T_{1/2}$ τότε:

$$E_\kappa = E_0 \cdot e^{-2\kappa \Lambda T_{1/2}} \Rightarrow$$

$$E_\kappa = E_0 \left(e^{-\Lambda T_{1/2}} \right)^{2\kappa} = \frac{E_0}{2^{2\kappa}}$$

$$\text{Άρα: } \frac{E_0}{E_1} = \frac{E_1}{E_2} = \dots = \frac{E_\kappa}{E_{\kappa+1}} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{για το πλάτος: } A_\kappa &= A_0 \cdot e^{-\Lambda T_{1/2} \kappa} = A_0 \cdot \left(e^{-\Lambda T_{1/2}} \right)^\kappa = \\ &= A_0 \cdot (2^{-1})^\kappa \Rightarrow A_\kappa = \frac{A_0}{2^\kappa} \end{aligned}$$



Αν η συχνότητα του εξωτρεπιστή
διεχέρτα είναι πολύ μικρή (αργός)

τότε το πλάτος είναι: $A \approx d$

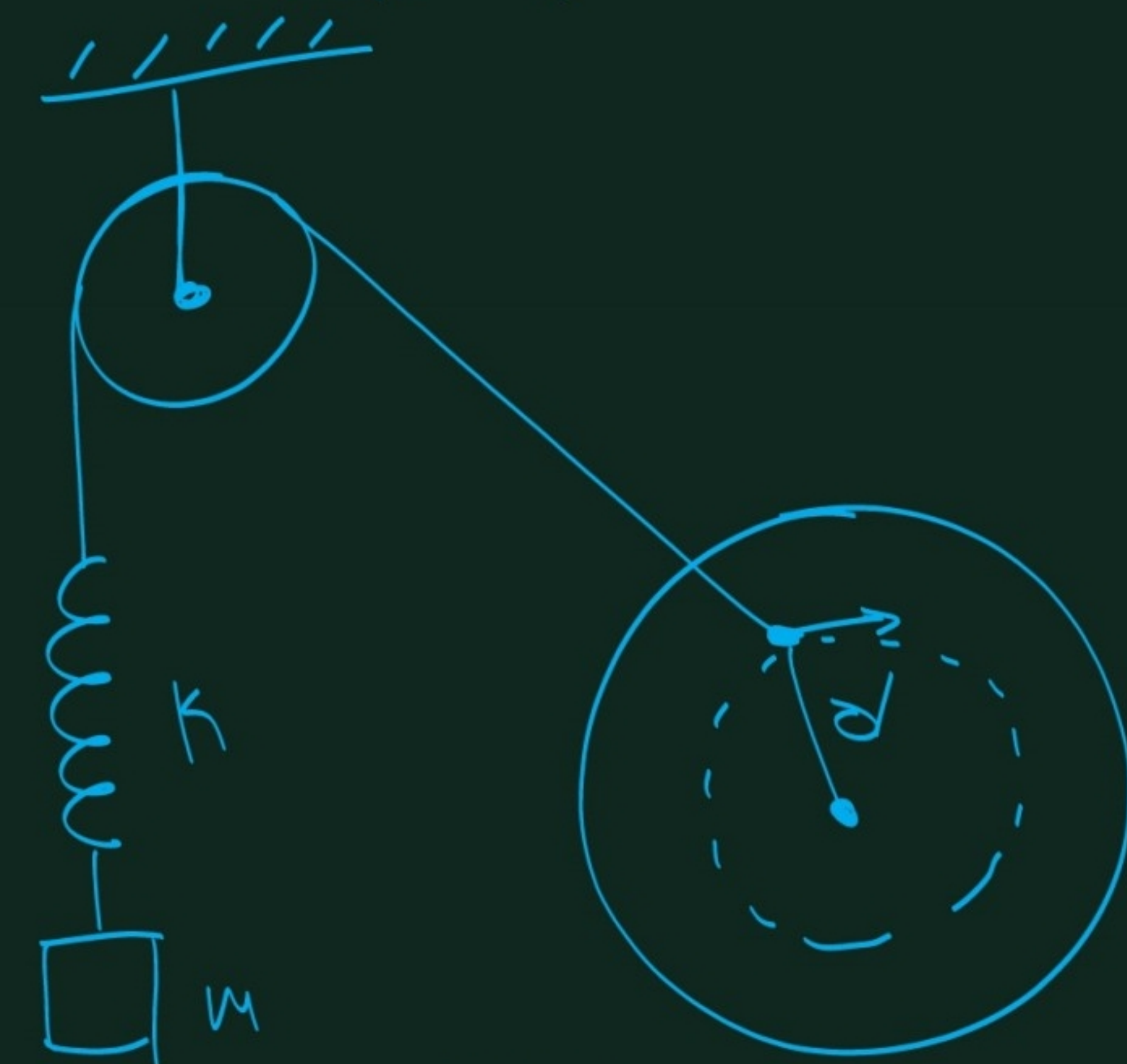
Αν η συχνότητα είναι πολύ μεγάλη (πολύ γρήγορος)

τότε το σύστημα λόγω αδράνειας αδυνατεί να τον παρακολουθήσει
και το πλάτος μηδενίζεται.

$$D = m\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow$$

$$2\pi f_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} = \text{ιδιοσυχνότητα.}$$



$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

2ος Νόμος Νεύτωνα στις

ταλαντώσεις

$$1) \quad \Sigma F = -Dx \Rightarrow ma = -Dx \Rightarrow ma + Dx = 0 \quad (\text{αμείωτες})$$

$$\text{ή } \Sigma F = F_{\text{ελασ}} \quad \text{ψε } F_{\text{ελασ}} = -Dx$$

$$2) \quad \Sigma F = F_{\text{ελασ}} + F_{\text{αντ}} \Rightarrow ma = -Dx - bv \Rightarrow ma + bv + Dx = 0 \quad (\text{φθίνουσες})$$

$$\text{ψε } F_{\text{αντ}} = -bv$$

$$3) \quad \Sigma F = F_{\text{ελασ}} + F_{\text{αντ}} + F_{\text{εξ}} \Rightarrow ma = -Dx - bv + F_{\text{εξ}} \Rightarrow ma + bv + Dx = F_{\text{εξ}} \quad (\text{εξαναγκασμένες})$$

$$\text{Αν } F_{\text{εξ}} = F_0 \cdot \sin \omega t \quad (\omega = 2\pi f)$$

έχουμε την μηχανική διεγέρση και ισχύουν τα παραπάνω.