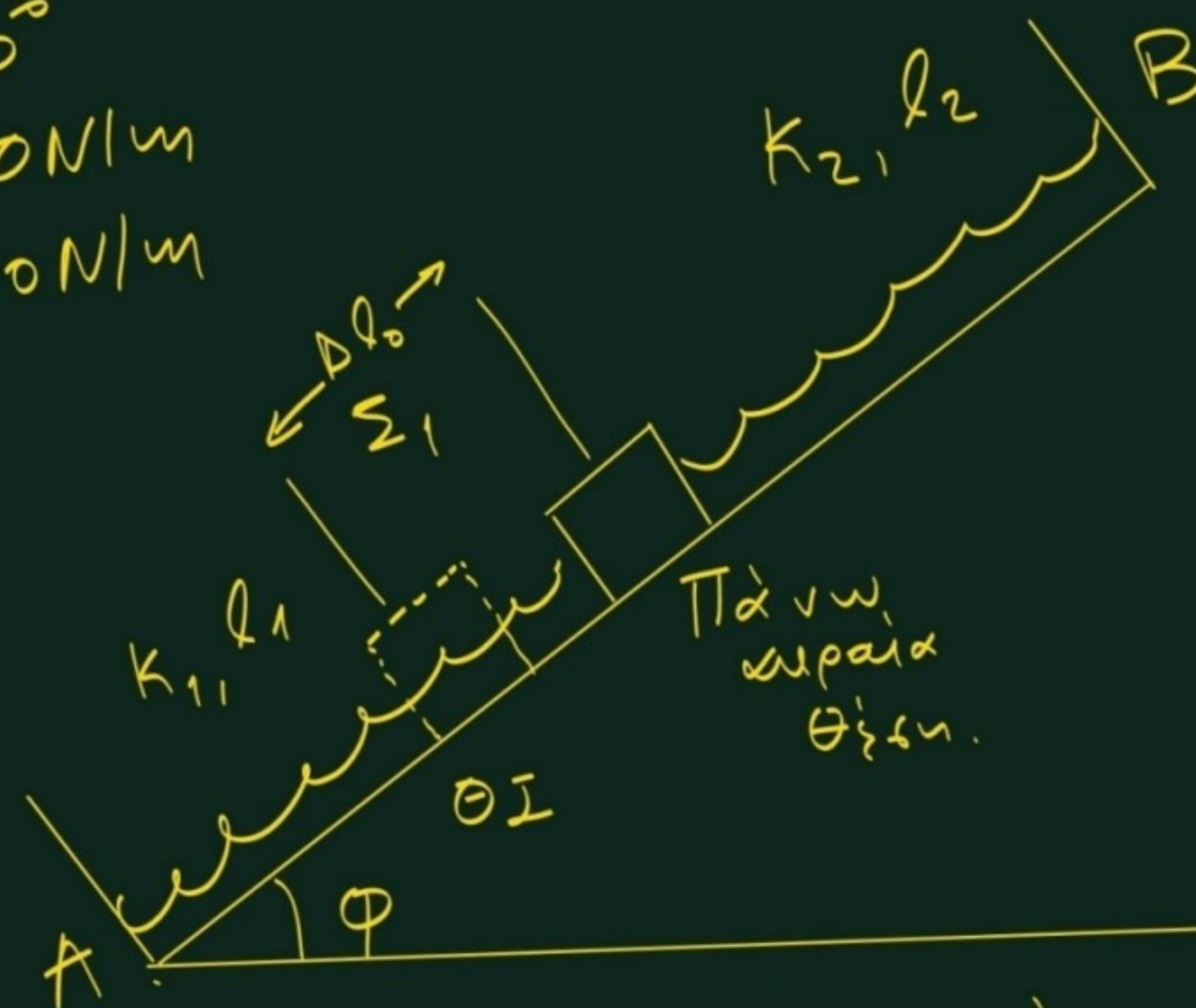


Θέμα Δ (2012)

$$\varphi = 30^\circ$$

$$K_1 = 60 \text{ N/m}$$

$$K_2 = 140 \text{ N/m}$$



Δ1) Ανάλυση ταλάντωσης.

1ο βήμα (θέση ισορροπίας)

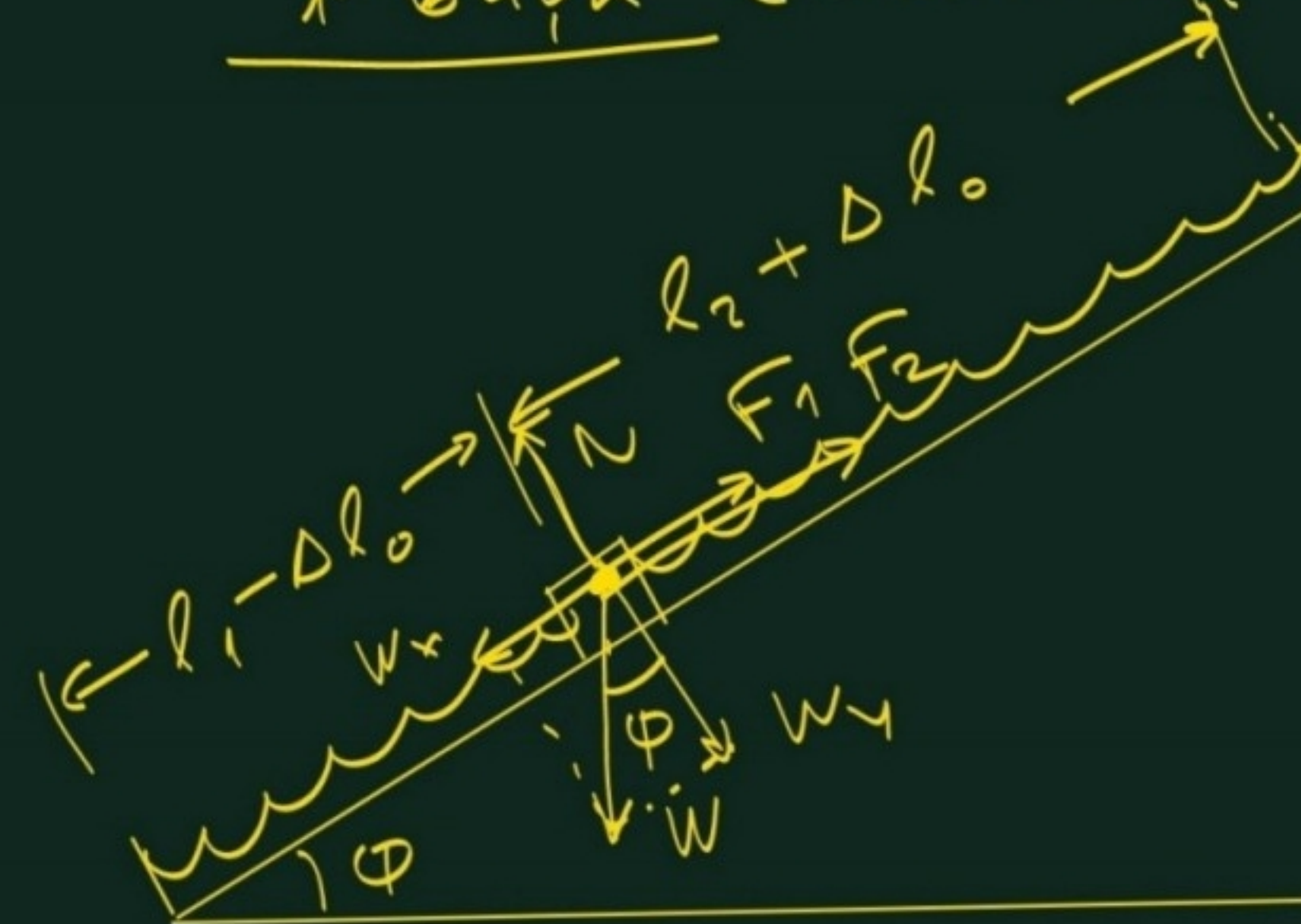
Στη ΘΙ έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$$

$$W_x - F_1 - F_2 = 0 \Rightarrow$$

$$W_x = F_1 + F_2 \Rightarrow$$

$$W_x = K_1 \Delta l_0 + K_2 \Delta l_0.$$



2ο βήμα.

2ο βήμα. Στην οποια θέση

έχουμε:

$$\Sigma F = F_1' + F_2' - W_x = 0$$

$$\Sigma F = K_1(\Delta l_0 - x) + K_2(\Delta l_0 - x) - W_x = 0$$

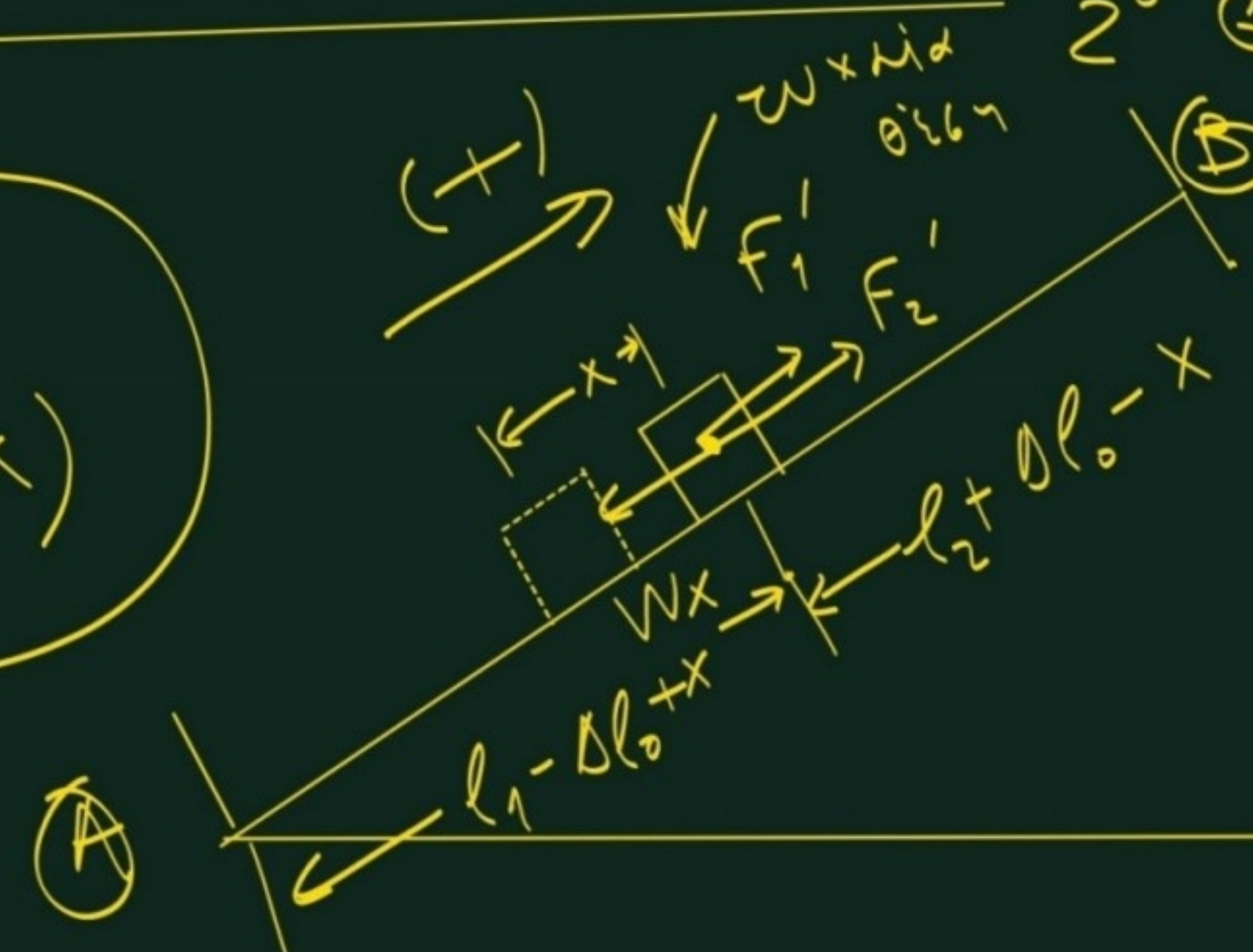
$$\Sigma F = K_1 \Delta l_0 - K_1 x + K_2 \Delta l_0 - K_2 x - W_x = 0$$

$$\Sigma F = -(K_1 + K_2)x$$

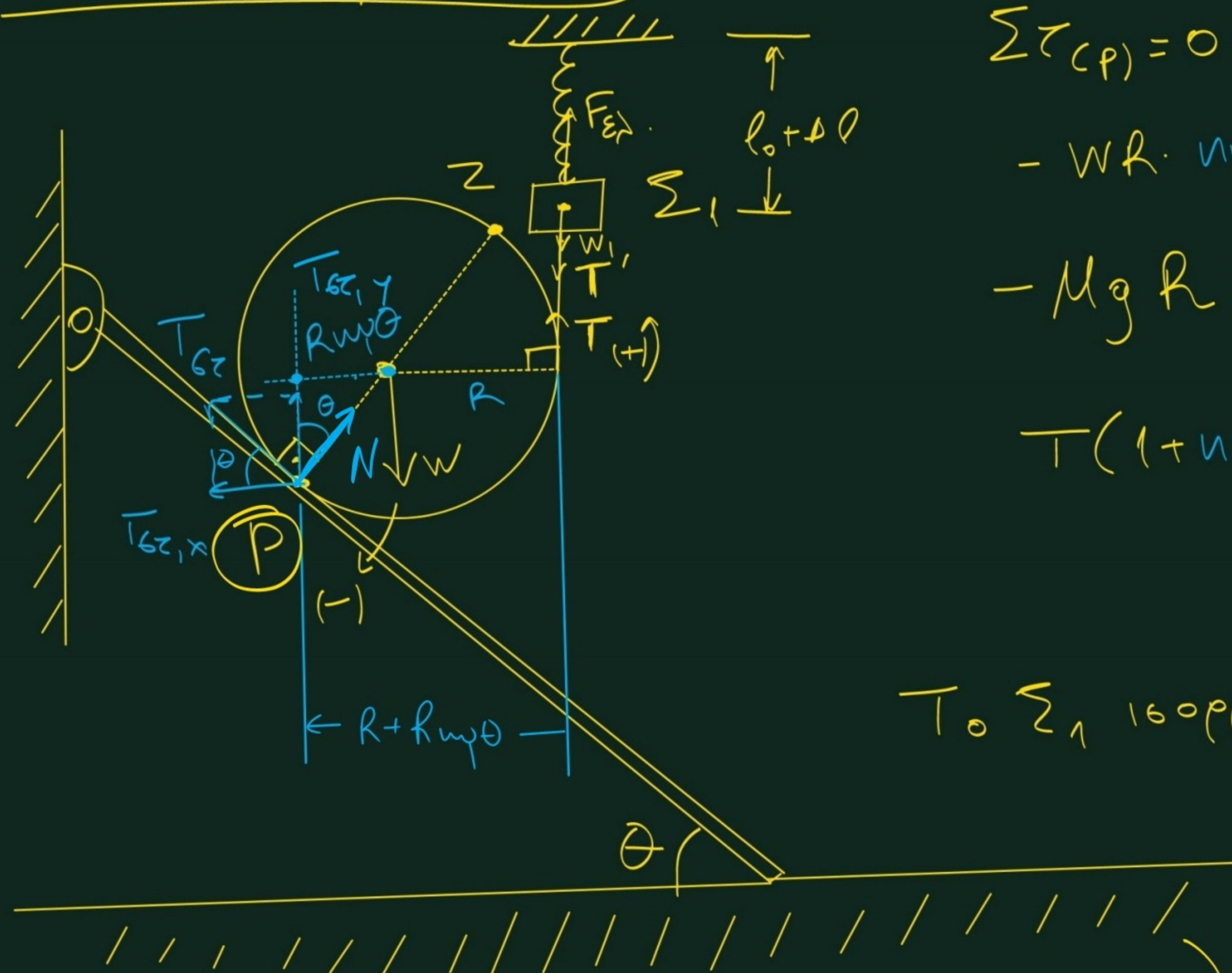
Αρα συνολικά είναι αατ με $D = K_1 + K_2$

$$l_1 - \Delta l_0 + x = l_1 - (\Delta l_0 - x)$$

$$l_2 + \Delta l_0 - x = l_2 + (\Delta l_0 - x)$$



ΘΕΜΑ Δ | 2025



Δ1.) Ο δίσκος ισορροπεί, οπότε:

$$\sum \tau_{(P)} = 0 \Rightarrow \tau_{W(P)} + \tau_{T(P)} = 0 \Rightarrow$$

$$-WR \cdot \eta\gamma\theta + T \cdot (R + R\eta\gamma\theta) = 0 \Rightarrow$$

$$-MgR \eta\gamma\theta + TR(1 + \eta\gamma\theta) = 0 \Rightarrow$$

$$T(1 + \eta\gamma\theta) = Mg \quad \theta \Rightarrow T \cdot 1,6 = 4 \cdot 10 \cdot 0,8 \Rightarrow$$

$$T = \frac{40 \cdot 0,8}{1,6} = \frac{24}{1,6} = \frac{6}{0,4} = 15 \text{ N}$$

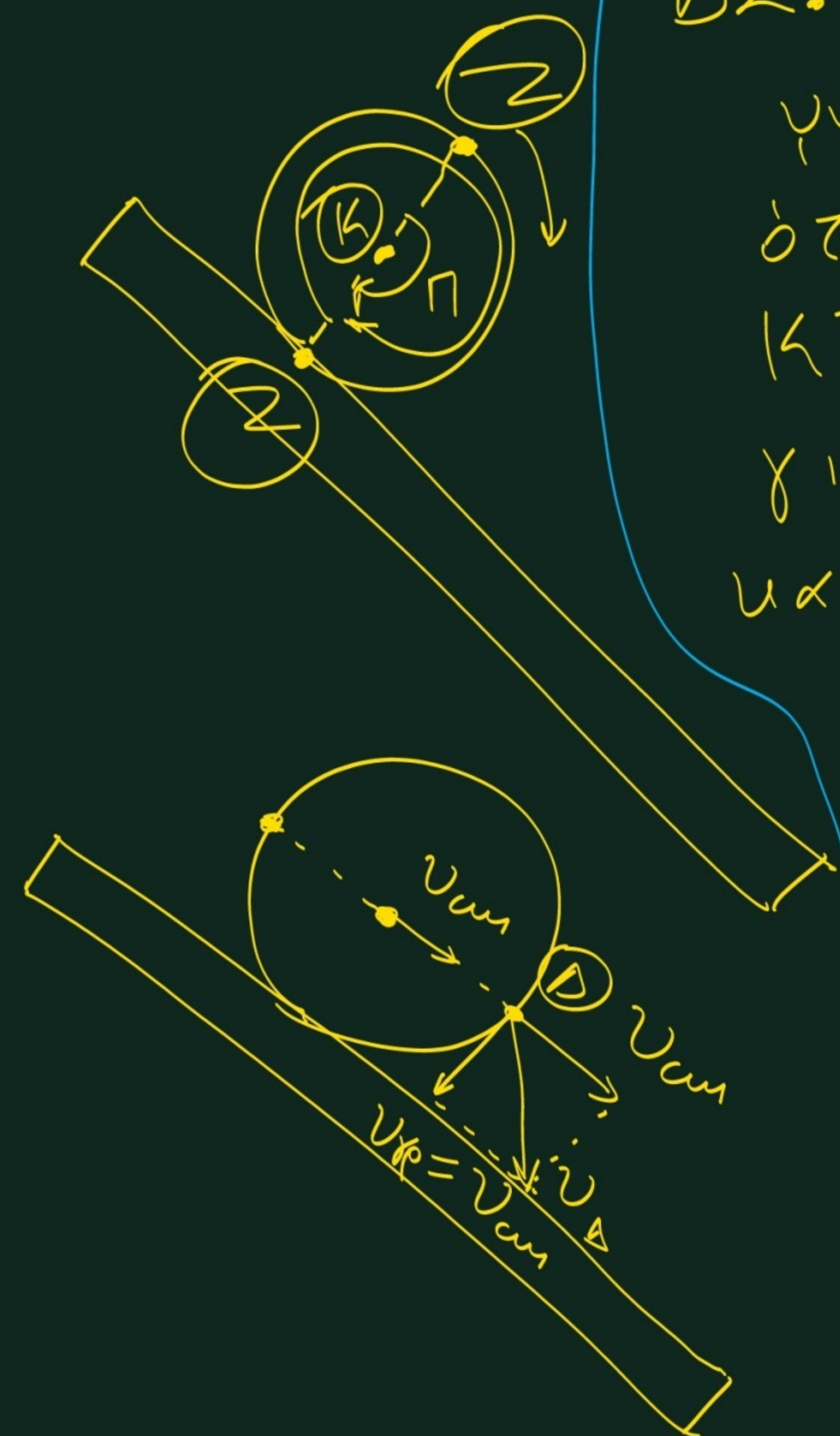
Το Σ_1 ισορροπεί, οπότε:

$$T' + W_1 = F_{\epsilon\lambda} \Rightarrow T + m_1g = k \cdot \Delta l \Rightarrow$$

$$15 + 15 = 60 \cdot \Delta l \Rightarrow 30 = 60 \Delta l \Rightarrow \Delta l = 0,5 \text{ m}$$

2^{ος} τρόπος: Με ισορροπία δυνάμεων. (δυνάμεις: $T, W, T_{\epsilon\tau}$)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$



Δ2. α) Η ταχύτητα του (2)
 γυρνάει για 1^η φορά
 όταν η επιβατική αμείβαλη
 κ2 στραφεί κατά π rad
 για 2^η φορά όταν στραφεί
 κατά $\pi + 2\pi = 3\pi$ rad

Το νέυτρο γάλας μετατορίζεται
 κατά $S = R\theta = \frac{9}{8\pi} \cdot 3\pi = 1$
 $S = \frac{27}{8} \text{ m}$

$$v_{cm} = a_{cm} t_1 = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ m/s}$$

$$v_{\Delta}^2 = v_{cm}^2 + (\omega R)^2 = 2v_{cm}^2 \Rightarrow v_{\Delta} = v_{cm} \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$v_{\Delta} = 4,5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

β) Την στιγμή t_1 η ταχύτητα
 του (2) γυρνάει για 2^η φορά, άρα:

$$\theta = \frac{1}{2} \alpha_{γων} \cdot t_1^2 \Rightarrow$$

$$3\pi = \frac{1}{2} \alpha_{γων} \cdot 1,5^2 \Rightarrow$$

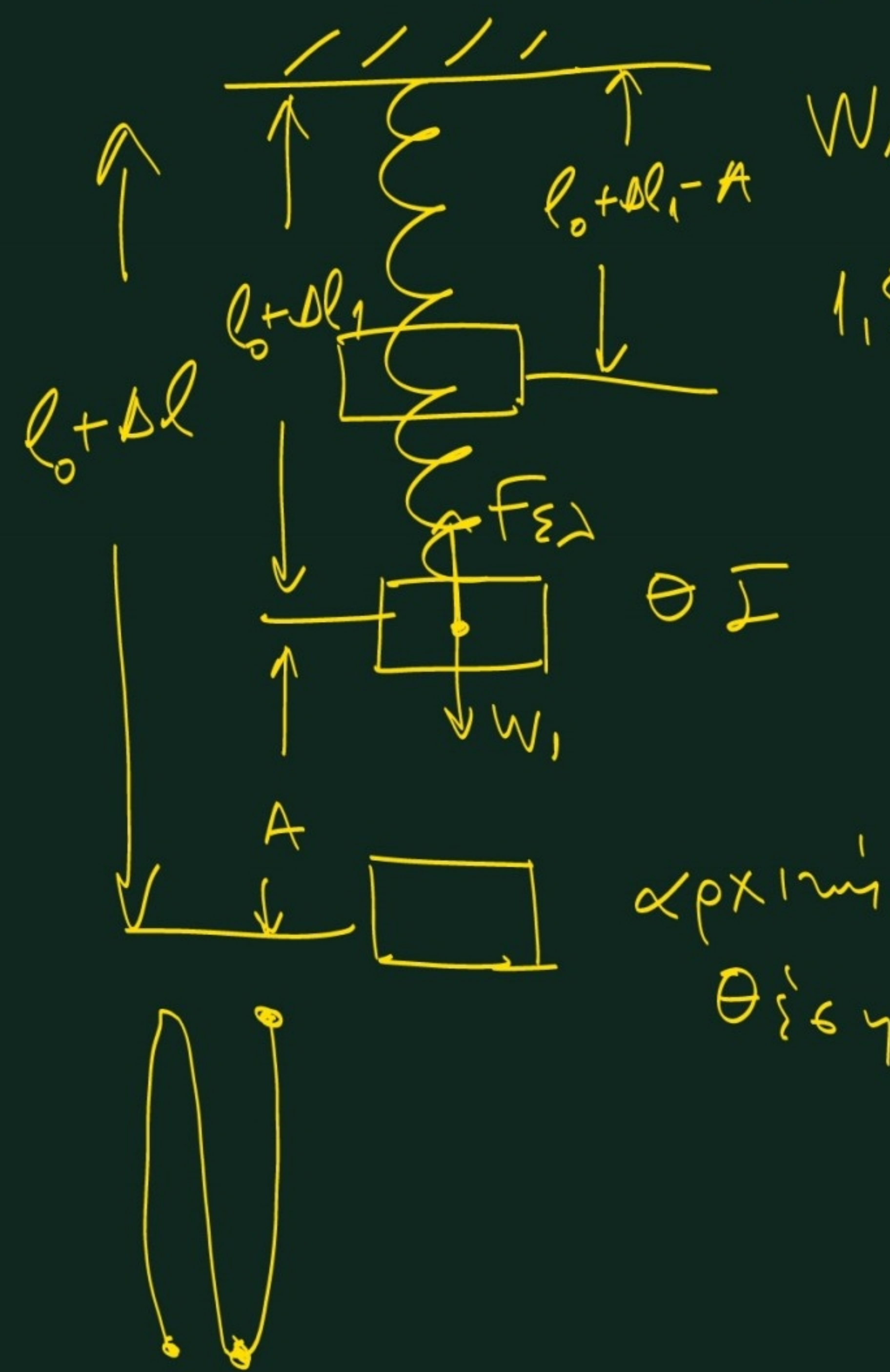
$$\alpha_{γων} = \frac{2 \cdot 3\pi}{1,5^2} \text{ rad/s}^2$$

$$a_{cm} = \alpha_{γων} R = \frac{2 \cdot 3\pi}{2,25} \cdot \frac{9}{8\pi} \Rightarrow$$

$$a_{cm} = \frac{6\pi \cdot 9}{2,25 \cdot 8\pi} = \frac{24}{8} = 3 \text{ m/s}^2$$

D3. Το Σ_1 εκτελεί ταλαντώση
 γεινώνοντας από την κάτω
 ακραία θέση.

Στη ΘΙ έχουμε:



$$W_1 = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$1,5 \cdot 10 = 60 \cdot \Delta l_1 \Rightarrow$$

$$\Delta l_1 = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{Άρα: } A = \Delta l - \Delta l_1 = 0,25 \text{ m}$$

αρχική
 θέση

$$t_1 = 1,5 \text{ sec}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{60}} = \frac{2\pi}{\sqrt{40}} \approx \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ sec.}$$

$$\text{Άρα: } t_1 = T + \frac{T}{2}$$

οπότε το m_1 θα βρεθεί στην πάνω ακραία
 θέση για 2^η φορά.

$$\text{Άρα: } W_{F_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda, \text{αρχ}} - U_{\varepsilon\lambda, \text{τελ}} =$$

$$= \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2 - \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l_1 - A)^2 =$$

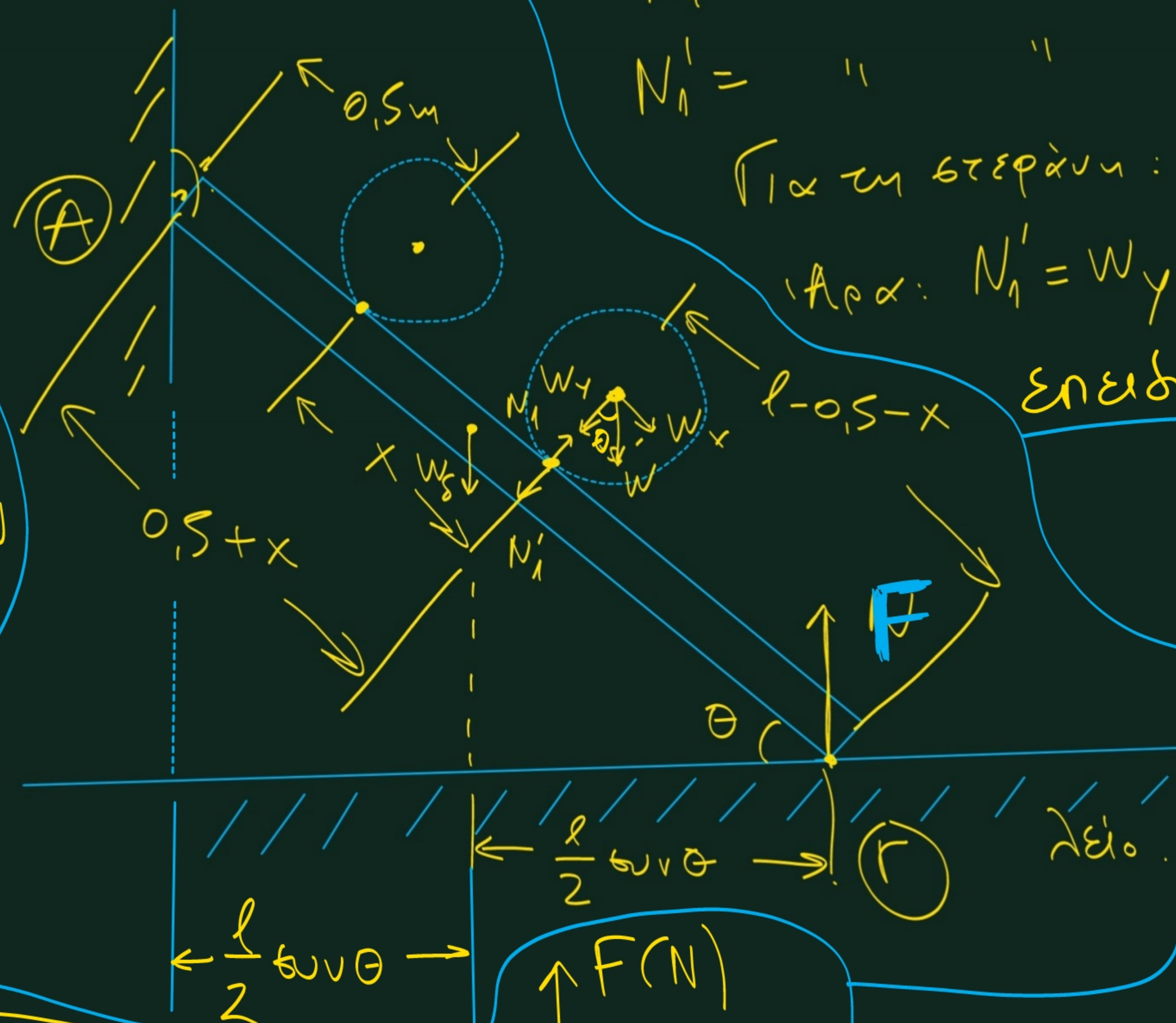
$$= \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 0,5^2 - \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot (0,25 - 0,25)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 0,25 = \frac{15}{2} \Rightarrow W_{F_{\varepsilon\lambda}} = 7,5 \text{ Joule}$$

Δ4.

$$F(0) = 10\text{N}$$

$$F(3) = 40\text{N}$$



N_1 = αντίστοιχη δύναμη από τη δοκό στη στεφάνη

N_1' = " " " " στεφάνη " δοκό.

Για τη στεφάνη: $N_1 = W_y$

Αρα: $N_1' = W_y$

Επειδή $N_1 = N_1'$ (δράση-αντίδραση)

Ποιόνουμε ισορροπία ροπών ως προς (A):

$$\sum \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{W_s}(A) + \tau_{N_1'}(A) + \tau_F(A) = 0 \Rightarrow$$

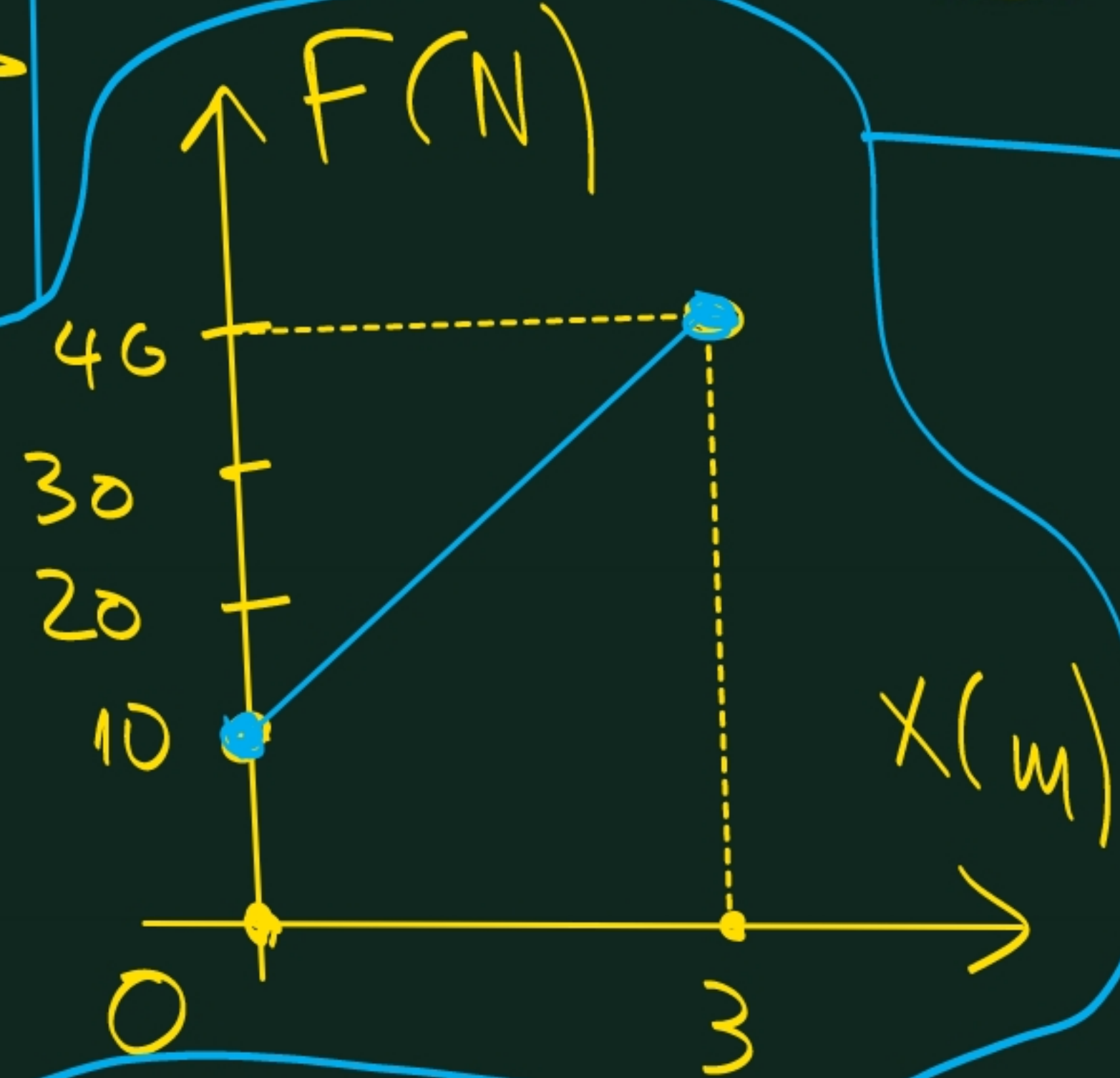
$$-W_s \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin \theta - N_1' (0.5 + x) + F \cdot l \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow$$

$$-10 \cdot \frac{4}{2} \cdot 0.8 - 40 \sin \theta (0.5 + x) + F \cdot 4 \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow$$

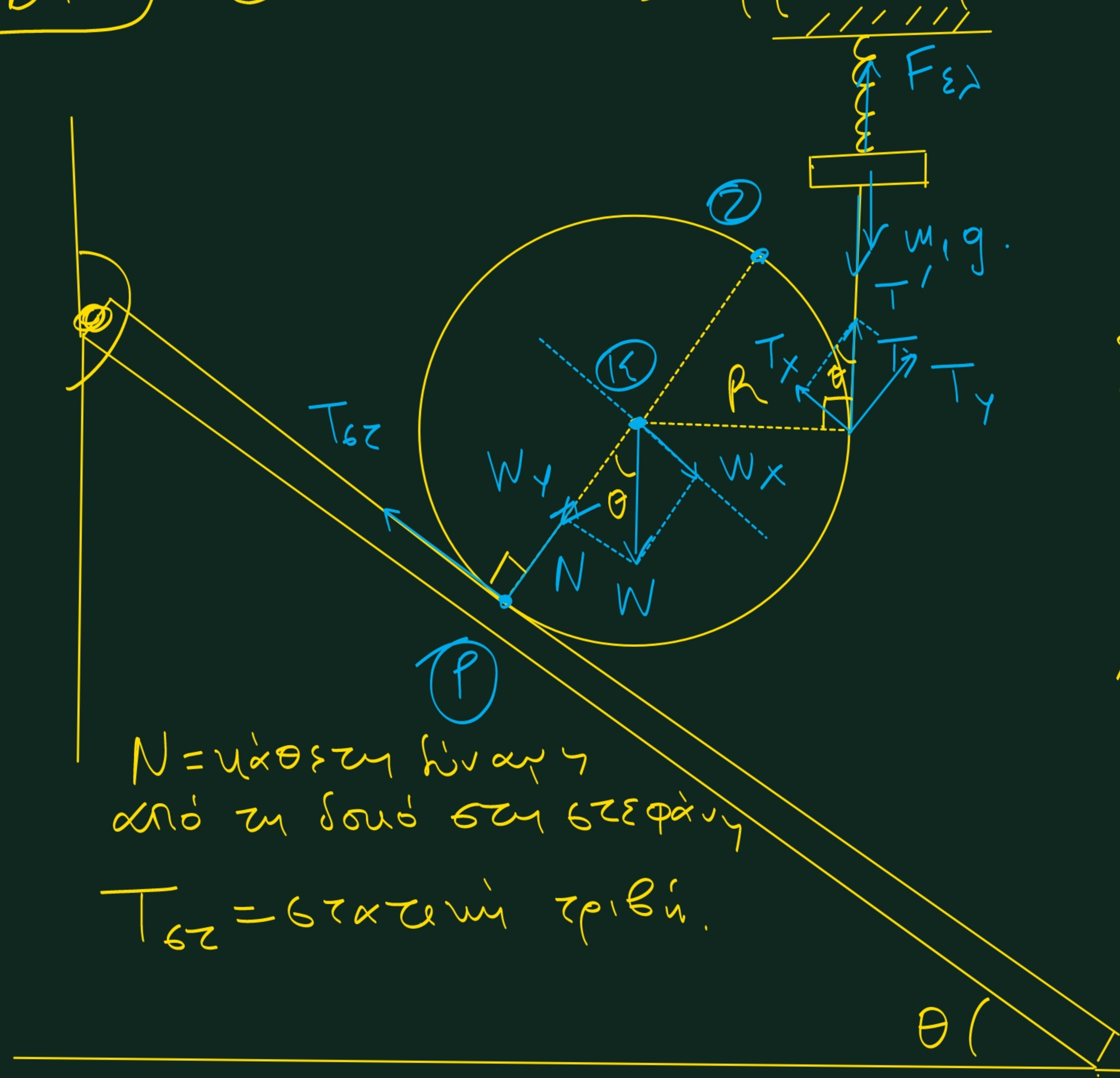
$$-20 \cdot 0.8 - 40 \cdot 0.8 (0.5 + x) + F \cdot 4 \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4F = 20 + 40(0.5 + x) \Rightarrow F = 5 + 10(0.5 + x) \Rightarrow F = 10 + 10x$$

Αρα: $F = 10 + 10x$ (SI)



Δ1.) (2^{ος} τρόπος) Ισορροπία ρομών-δυνάμεων



N = κάθετη δύναμη
από τη δουά στη στεφάνη

T_{6z} = στατική τριβή.

$$\sum \tau(K) = 0 \Rightarrow \tau_T(K) + \tau_{T_{6z}}(K) = 0 \Rightarrow$$

$$T \cdot R - T_{6z} \cdot R = 0 \Rightarrow T = T_{6z}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow W_x - T_x - T_{6z} = 0 \Rightarrow$$

$$Mg \cdot \mu \theta - T \cdot \mu \theta - T = 0 \Rightarrow$$

$$Mg \mu \theta = T(1 + \mu \theta) \Rightarrow$$

$$4 \cdot 10 \cdot 0,6 = T \cdot 1,6 \Rightarrow$$

$$T = \frac{40 \cdot 0,6}{1,6} = \frac{10 \cdot 0,6}{0,4} = \frac{6}{0,4} = \frac{60}{4} = 15 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} T' + m_1 g &= F_{\epsilon\lambda} \Rightarrow \\ T + m_1 g &= K \cdot \Delta l \Rightarrow \\ 15 + 15 &= 60 \cdot \Delta l \Rightarrow \\ \Delta l &= 0,5 \text{ m} \end{aligned}$$