

Ασκ. 7.127

Το έργο της εξωτερικής δύναμης είναι ίσο με τη μεταβολή της ενέργειας της ταλάντωσης.

Δηλαδή: $W_{F_{εξ}} = \Delta E =$

$$W_{F_{εξ}} = E_{τελ} - E_{αρχ}$$

Αν $E_{αρχ} = 0$

και $E_{τελ} = E$ τότε: $W_{F_{εξ}} = E$



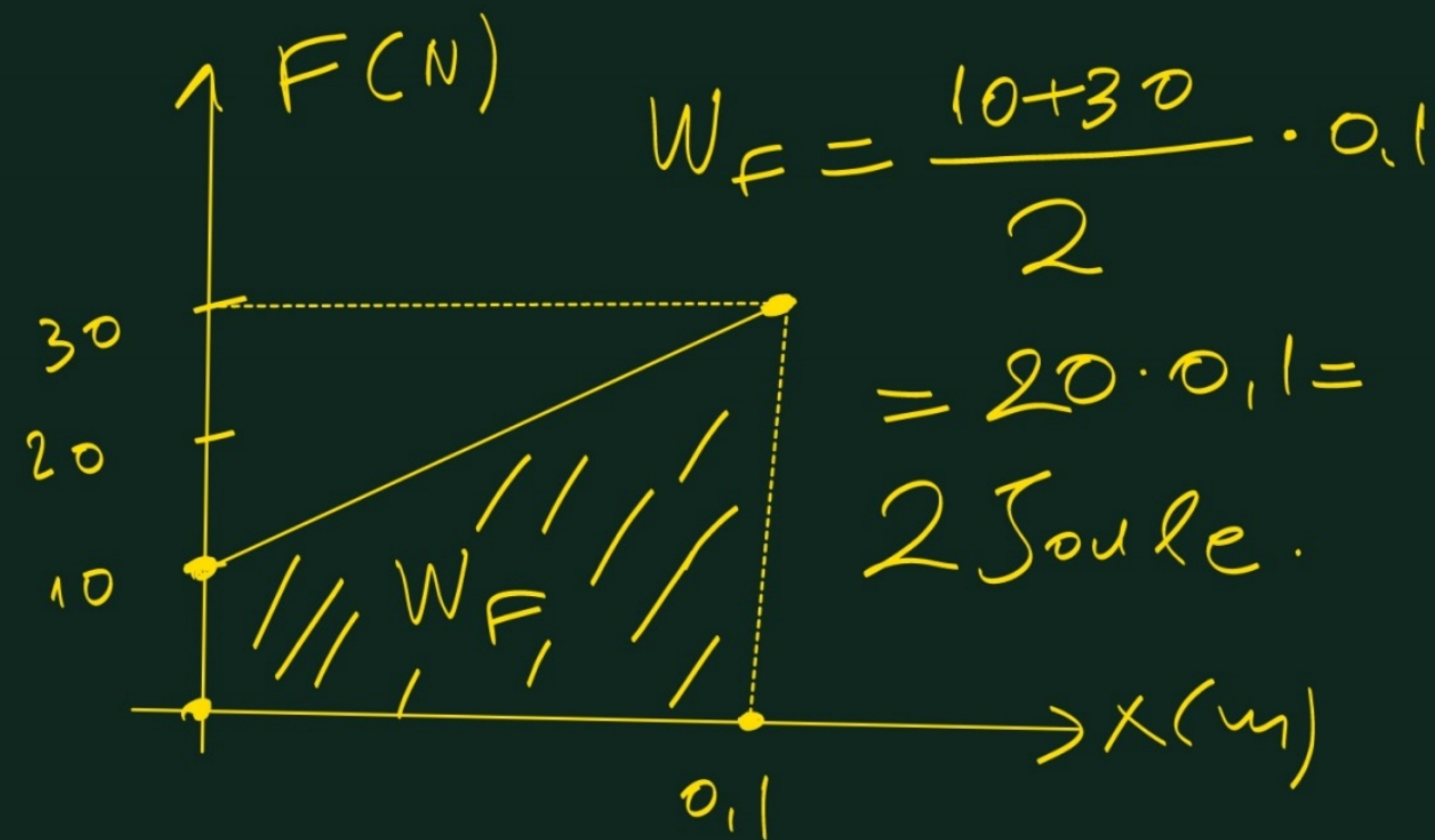
α) Αρχικά το σώμα βρίσκεται στη θΙ.

$$F = 10 + 200x$$

$$F(0) = 10 \text{ N}$$

$$F(0,1) = 10 + 200 \cdot 0,1 (=)$$

$$F(0,1) = 30 \text{ N}$$



$$W_{F_{ελ}} = U_{ελ(αρχ)} - U_{ελ(τελ)} \Rightarrow$$

$$W_{F_{ελ}} = 0 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

$$W_{F_{ελ}} = -\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,01 = -1 \text{ J.}$$

Το έργο της F επιφέρει τη μεταβολή της ενέργειας της ταλάντωσης ενώ το έργο της $F_{ελ}$ είναι: $W_{F_{ελ}} = -\Delta U$
 Δηλαδή $|W_{F_{ελ}}| = \Delta U =$ μεταβολή δυναμικής ενέργειας ελατηρίου

β) Γενικά από το ΘΜΚΕ

(απόδειξη) αυτού που είδαμε στο α).

$$\text{Αρχ: } W_{F_{\varepsilon 3}} = E \Rightarrow$$

$$W_{F_{\varepsilon 3}} = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 200 A^2 \Rightarrow$$

$$A^2 = \frac{2}{100} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{2}}{10} \text{ m.}$$

γ) έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_{F_{\varepsilon 3}} + W_{F_{\varepsilon 2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_{F_{\varepsilon 3}} + U_{\varepsilon 2}(\alpha p x) - U_{\varepsilon 2}(\tau \varepsilon 2) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_{F_{\varepsilon 3}} + \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2 \Rightarrow$$

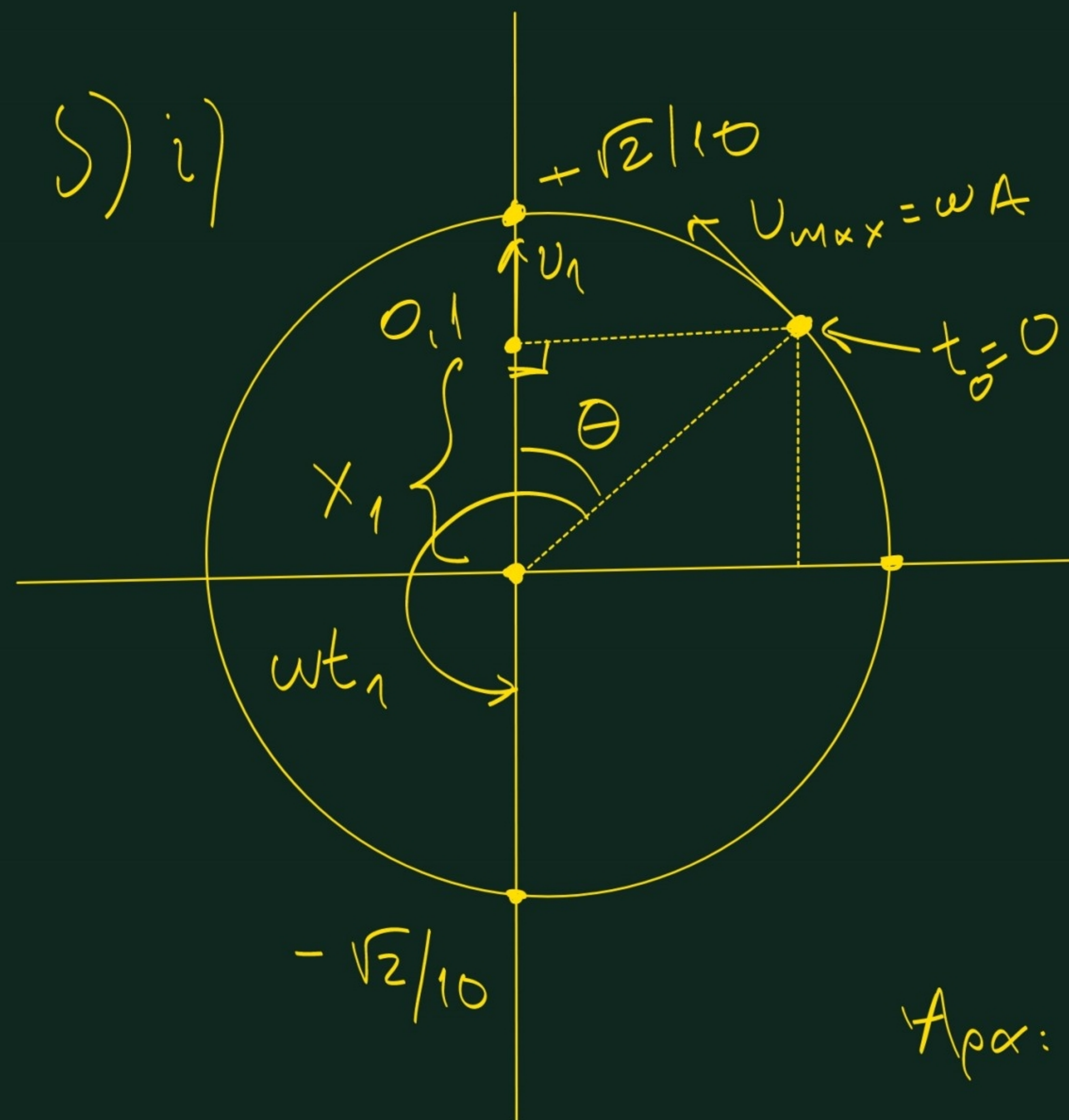
$$\frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} k x_2^2 = W_{F_{\varepsilon 3}} + \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon 2} = W_{F_{\varepsilon 3}} + E_{\alpha p x}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,01 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot \frac{2}{100} \Rightarrow$$

$$v_1^2 + 1 = 2 \Rightarrow v_1^2 = 1 \Rightarrow v_1 = 1 \text{ m/s.}$$



Τη στιγμή $t_0=0$ το σώμα
βρίσκεται στη θέση $x_1=+0,1\text{m}$
και έχει ταχύτητα
 $v_1=+1\text{m/s}$.

$$\cos \theta = \frac{x_1}{A} = \frac{0,1}{\frac{\sqrt{2}}{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

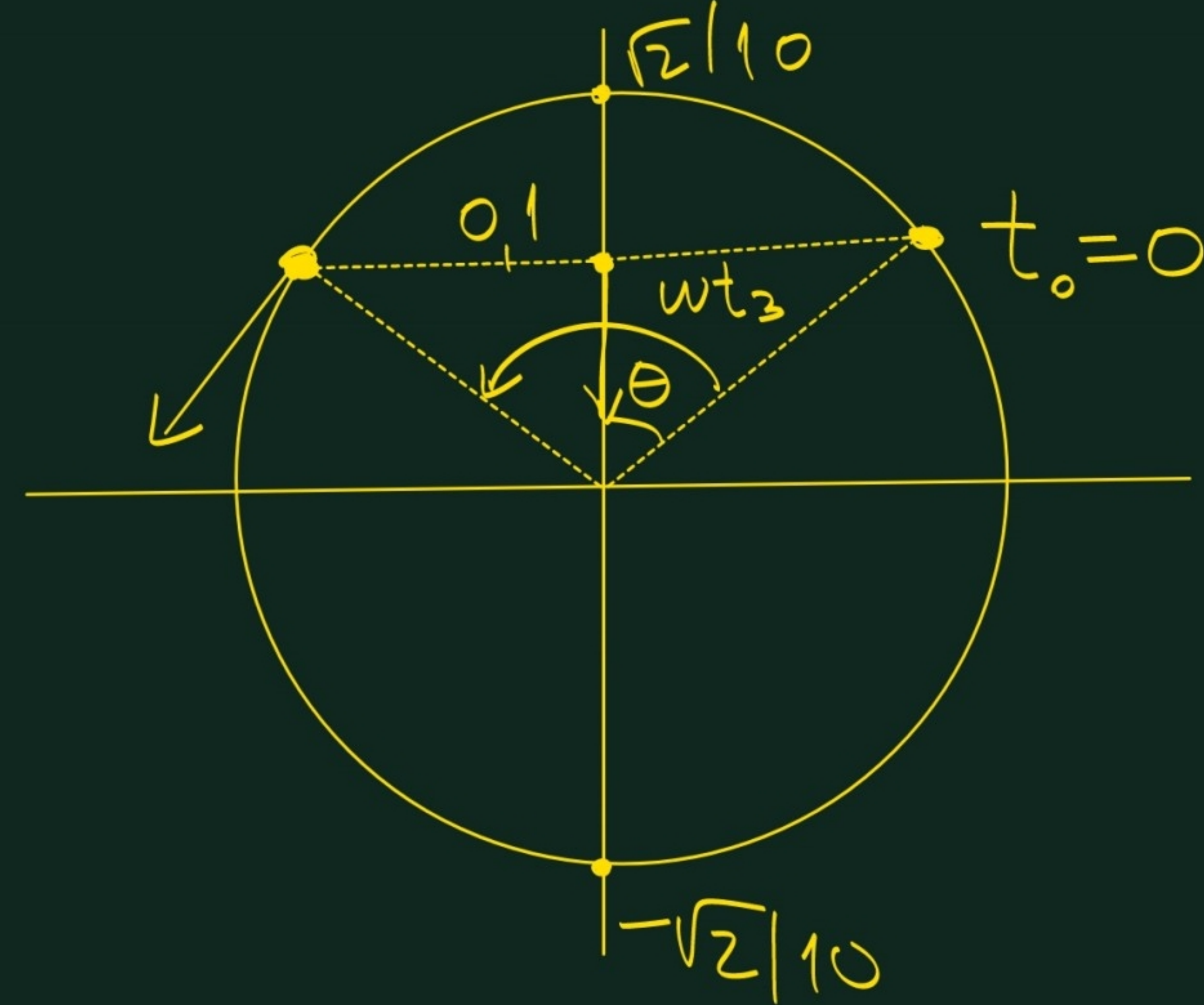
$$\text{Άρα: } \omega t_1 = \pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{5\pi}{4\omega} = \frac{5\pi}{4\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{5\pi}{4\sqrt{\frac{200}{2}}} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{\pi}{8} \text{ sec}$$

ii) Για τη στιγμή t_3 έχουμε:

$$\omega t_3 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t_3 = \sqrt{\frac{200}{2}} \cdot \frac{\pi}{20} =$$

$$= 10 \cdot \frac{\pi}{20} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$



$$\omega t_3 = \frac{\pi}{2}$$

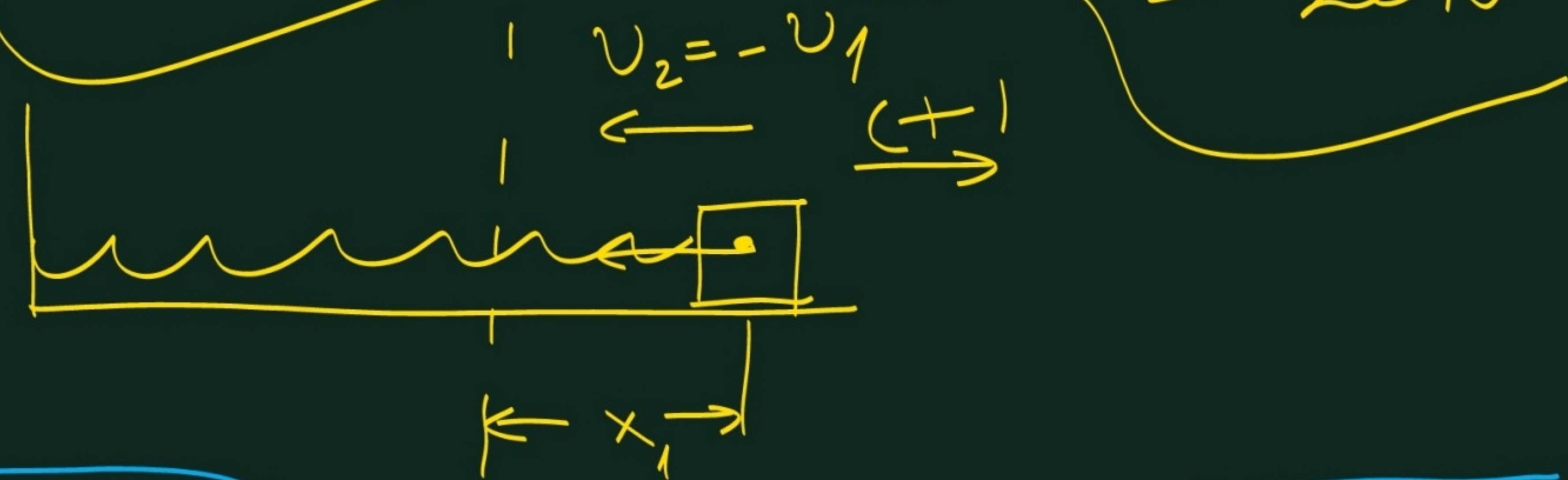
$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

Άρα θα ξαναβρούμε
στη θέση $x_1 = +0.1 \text{ m}$
με ταχύτητα

$$v_2 = -1 \text{ m/s}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \sum F = F_{\text{ελ}} = -kx_1 = -200 \cdot 0.1 =$$

$$= -20 \text{ N}$$



$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \sum F \cdot v = (-kx_1) \cdot (-v_1) =$$

$$= kx_1 v_1 = 200 \cdot 0.1 \cdot 1 =$$

$$= 20 \text{ Watt}$$

Απόδειξη ότι ένα σώμα
ελαττεί αληθινά ελαστικά
ταλαντώνεται (αατ ή ρατ)

Για να αποδείξεις ότι ένα
σώμα ελαττεί αατ ακολουθούμε
για διαδικασία δύο βημάτων.

1^ο βήμα: Ξεκαθαρίζουμε τι συμβαίνει
στη θέση ισορροπίας που υπολογίζουμε
σε μία εξίσωση που θα χρησιμοποιηθεί
στο 2^ο βήμα.

2^ο βήμα: Επιτρέπουμε το σώμα από τη ΘΙ
πάρνοντας ως θετική τη φορά επιρροής
και υπολογίζουμε τη συνισταμένη, που είναι η δύναμη

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

επικοινωνία:

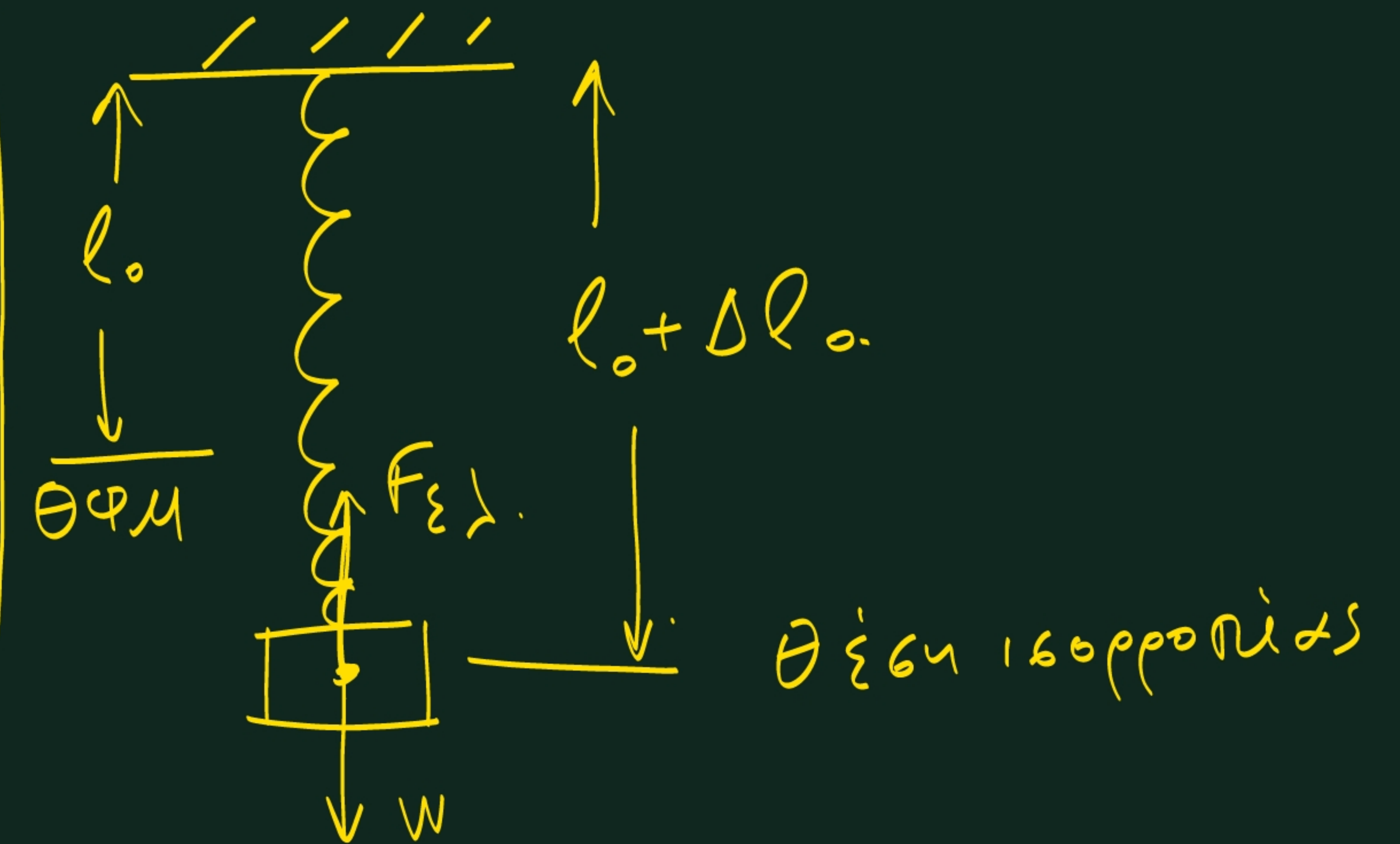
$$\Sigma F = F_{\text{ελα}} = -Dx$$

και από εκεί
βρίσκουμε τη
σταθερά επικοινωνίας

D

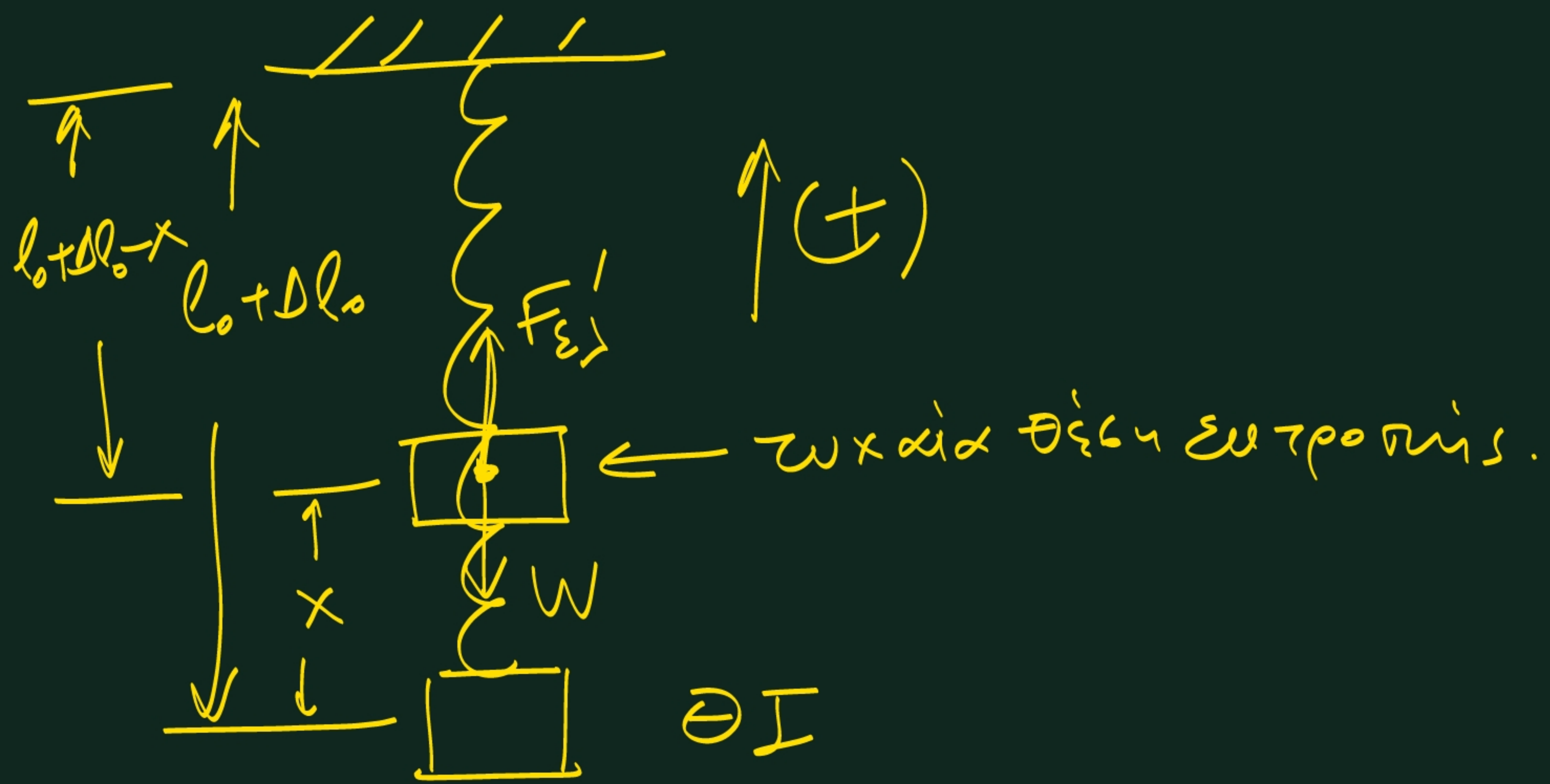
Παράδειγμα

Σώμα σε κατακόρυφο ελατήριο.



1^ο βήμα: Στη ΘΙ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\text{ελ}} = W \Rightarrow k \cdot \Delta l_0 = mg$$



2^ο Βήμα:

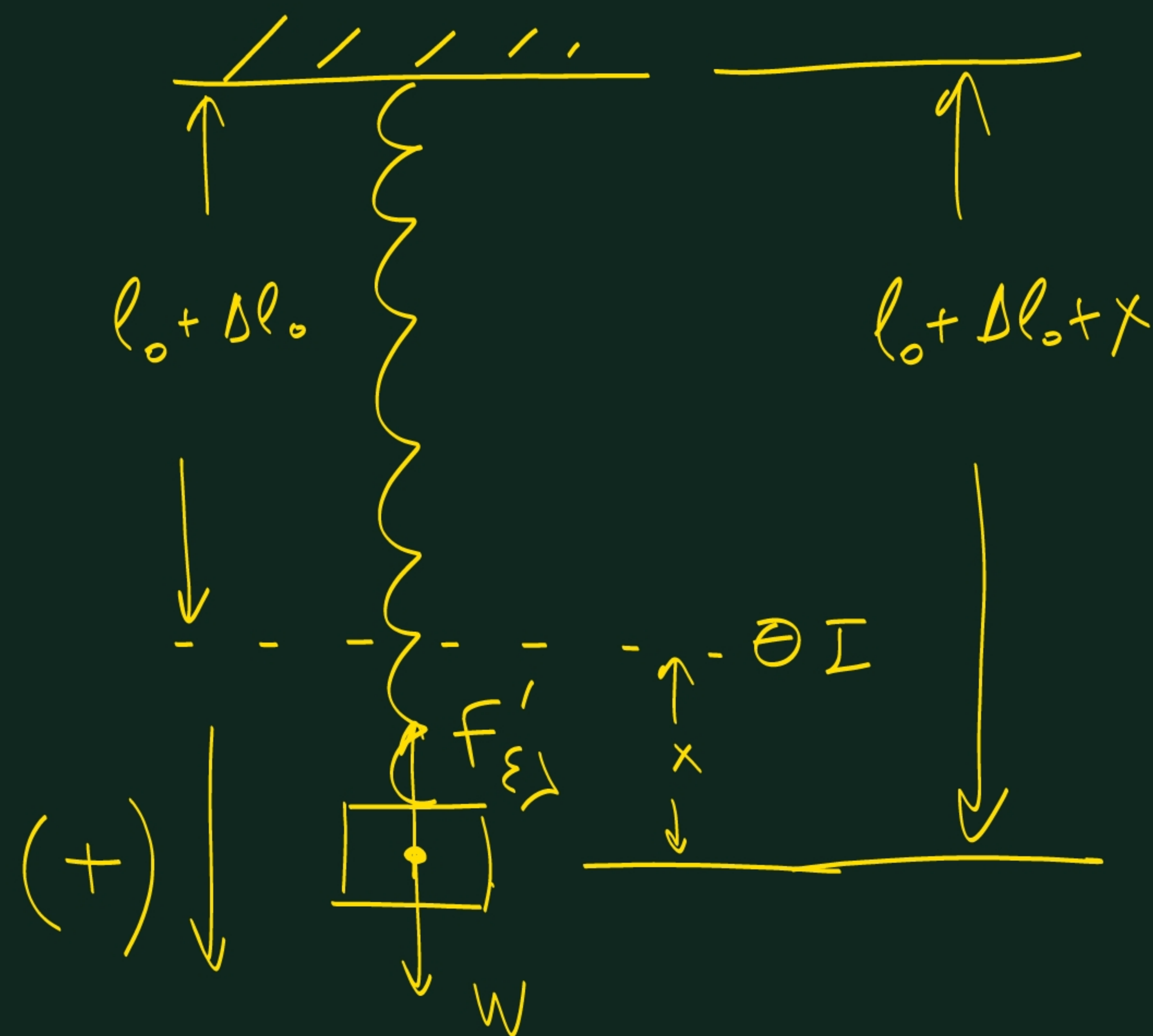
Συνωκία θέση ισορροπίας έχουμε:

$$\Sigma F = F_{ελ}' - W \Rightarrow$$

$$\Sigma F = k(\Delta l_0 - x) - mg \Rightarrow$$

$$\Sigma F = k \cdot \Delta l_0 - kx - mg \Rightarrow \Sigma F = -kx$$

Από η συνωκία
είναι α.α.ζ με $D = k$.



Συνωκία θέση:

$$\Sigma F = W - F_{ελ}' \Rightarrow$$

$$\Sigma F = mg - k(\Delta l_0 + x) \Rightarrow$$

$$\Sigma F = \cancel{mg} - \cancel{k \cdot \Delta l_0} - kx \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -kx$$

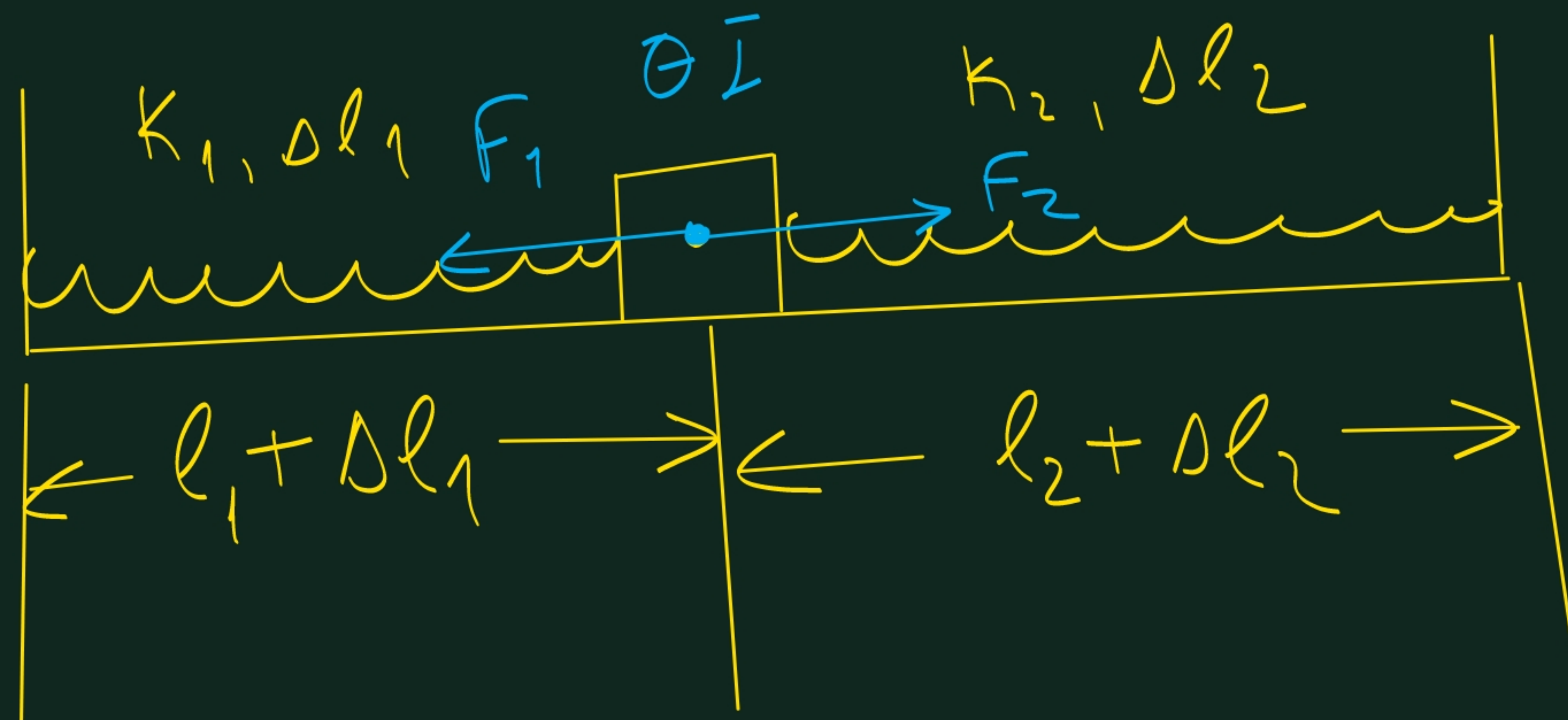
Αδμ. 1.27)

Σώμα κινείται σε δύο
οριζόντια ελατήρια.

Για να ισορροπεί το σώμα,

θα πρέπει τα ελατήρια να
είναι και τα δύο επενδυμένα
ή και τα δύο συσπειρωμένα.

Έστω ότι είναι επενδυμένα.



1^ο νόμος: $\Sigma m \theta I$ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow$$

$$k_1 \cdot \Delta l_1 = k_2 \cdot \Delta l_2$$

