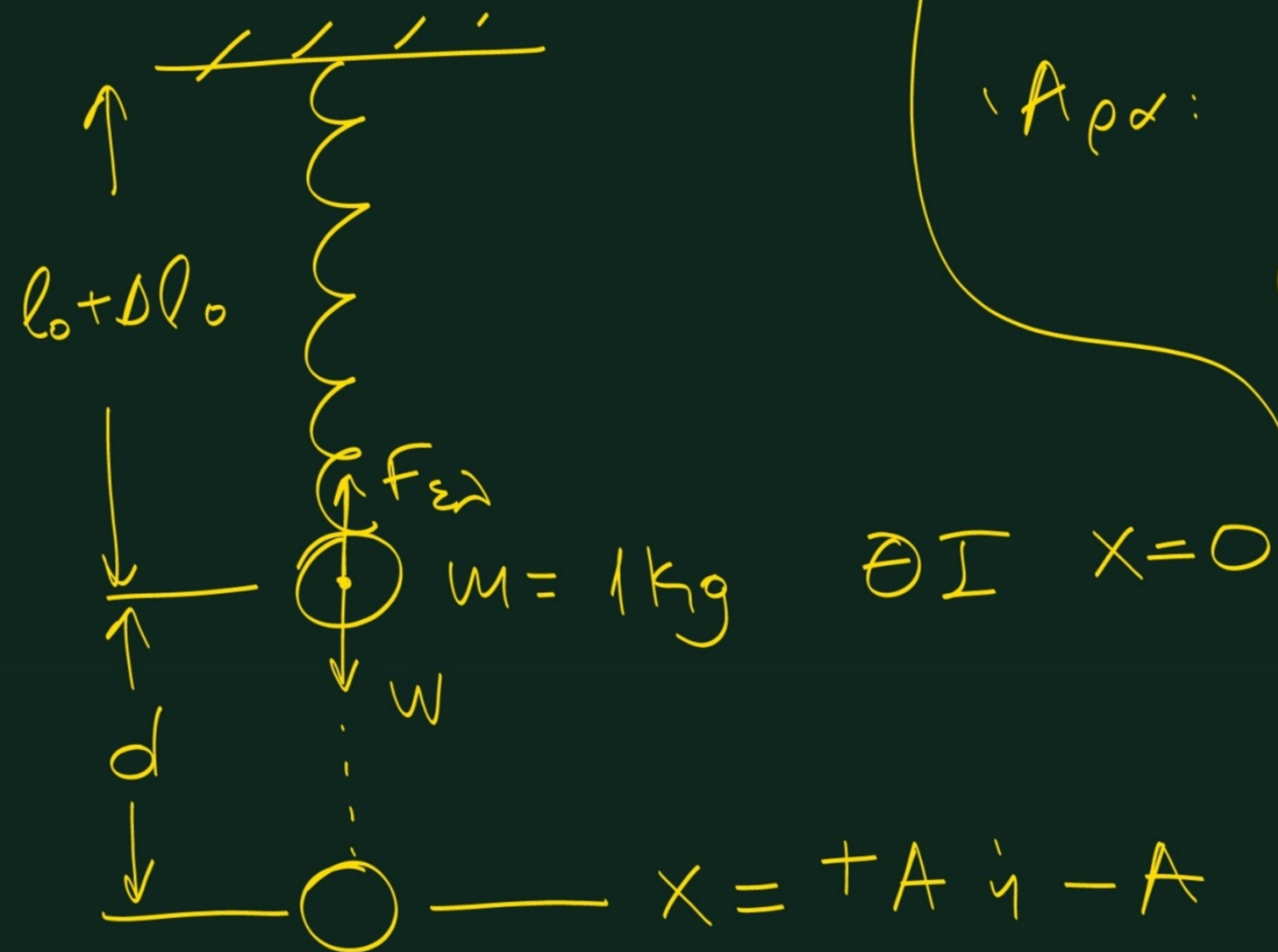


Ασκ. 1.38 (Βιβλίου)



$d = 5 \text{ cm}$ $+A$ αν θετική ↓
 $-A$ αν " " ↑

α) Η σταθερά επαναφοράς
 είναι $D = K$

Αρα: $K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 1$

$$\omega = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ rad/sec}$$

$$\omega = 2\pi f = 1$$

$$10 = 2\pi f = 1$$

$$f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

β) Ευτρέπουμε το δώμα από
 τη ΘΙ και το αφήνουμε χωρίς
 αρχική ταχύτητα, οπότε
 η θέση ευτροπής είναι η
 κάτω крайная θέση και
 $A = d = 0,05 \text{ m}$.

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=0} +A = A \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = 1 =$$

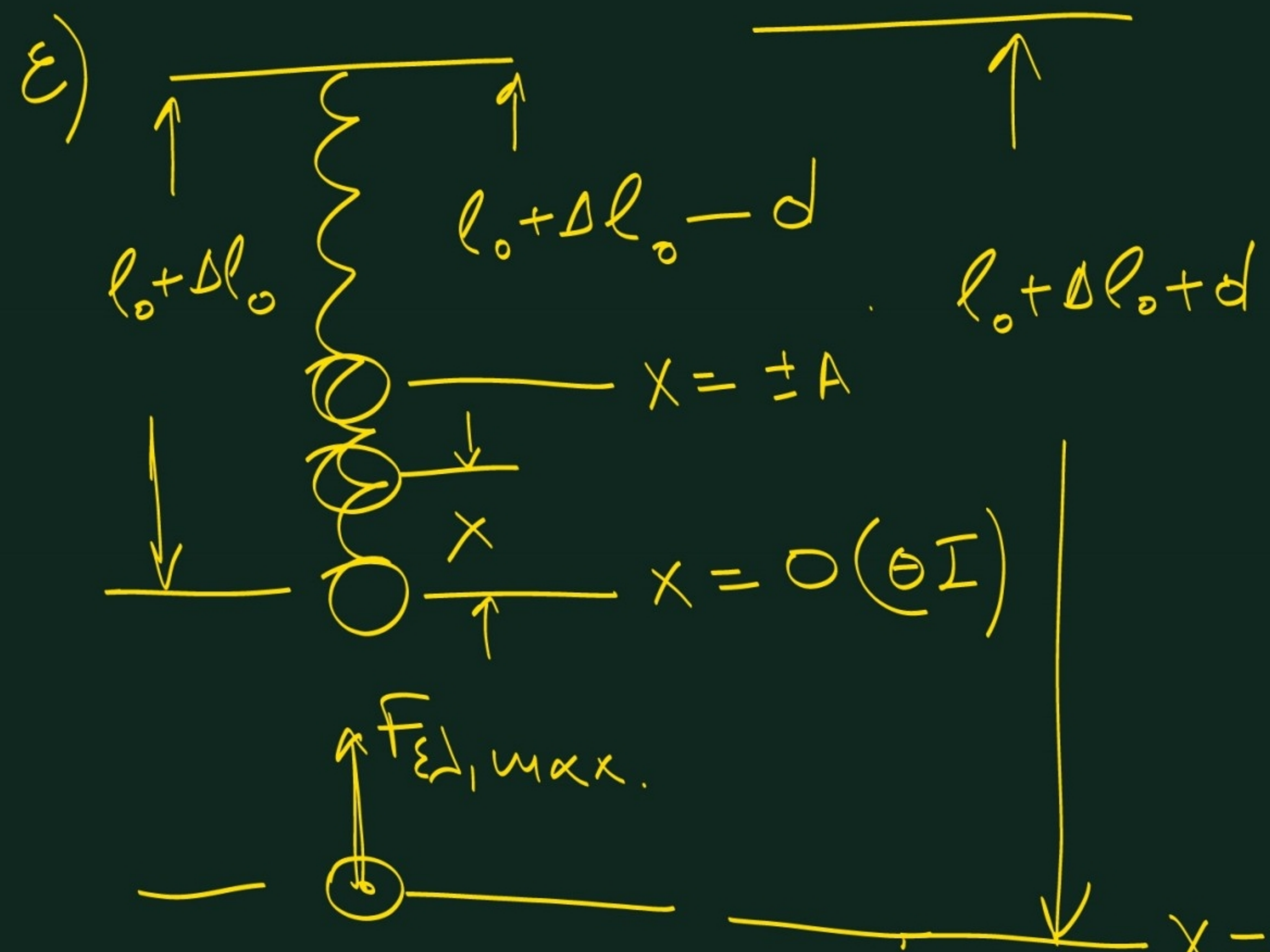
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ αν } \downarrow (+)$$

$$\text{ή } x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=0} -A = A \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = -1 \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ αν } \uparrow (+)$$

$$γ) v_{max} = ωA = ω \cdot d = 10 \cdot 0,05 = 0,5 \text{ m/s.}$$

$$δ) a_{max} = ω^2 A = ω^2 d = 10^2 \cdot 0,05 = 5 \text{ m/s}^2$$



Η δύναμη ελαστικότητας γίνεται μέγιστη στην κατάσταση ακραία θέσης.

$$F_{el,max} = k(\Delta l_0 + d) = k \cdot \Delta l_0 + k \cdot d$$

Αλλά στη ΘΙ έχουμε:

$$\sum F = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta l_0 = mg.$$

Αρα: $F_{el,max} = mg + k \cdot d = 1 \cdot 10 + 100 \cdot 0,05 = 10 + 5 = 15 \text{ N}$ (με φορά προς τα πάνω)

β) Υποθέτοντας θετική φορά προς τα πάνω, σε μία τυχαία θέση η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι:

$$U_{el} = \frac{1}{2} k (\Delta l_0 + x)^2$$

$$U_{el,max} = \frac{1}{2} k (\Delta l_0 + d)^2$$

$$U_{el,min} = \frac{1}{2} k (\Delta l_0 - d)^2$$

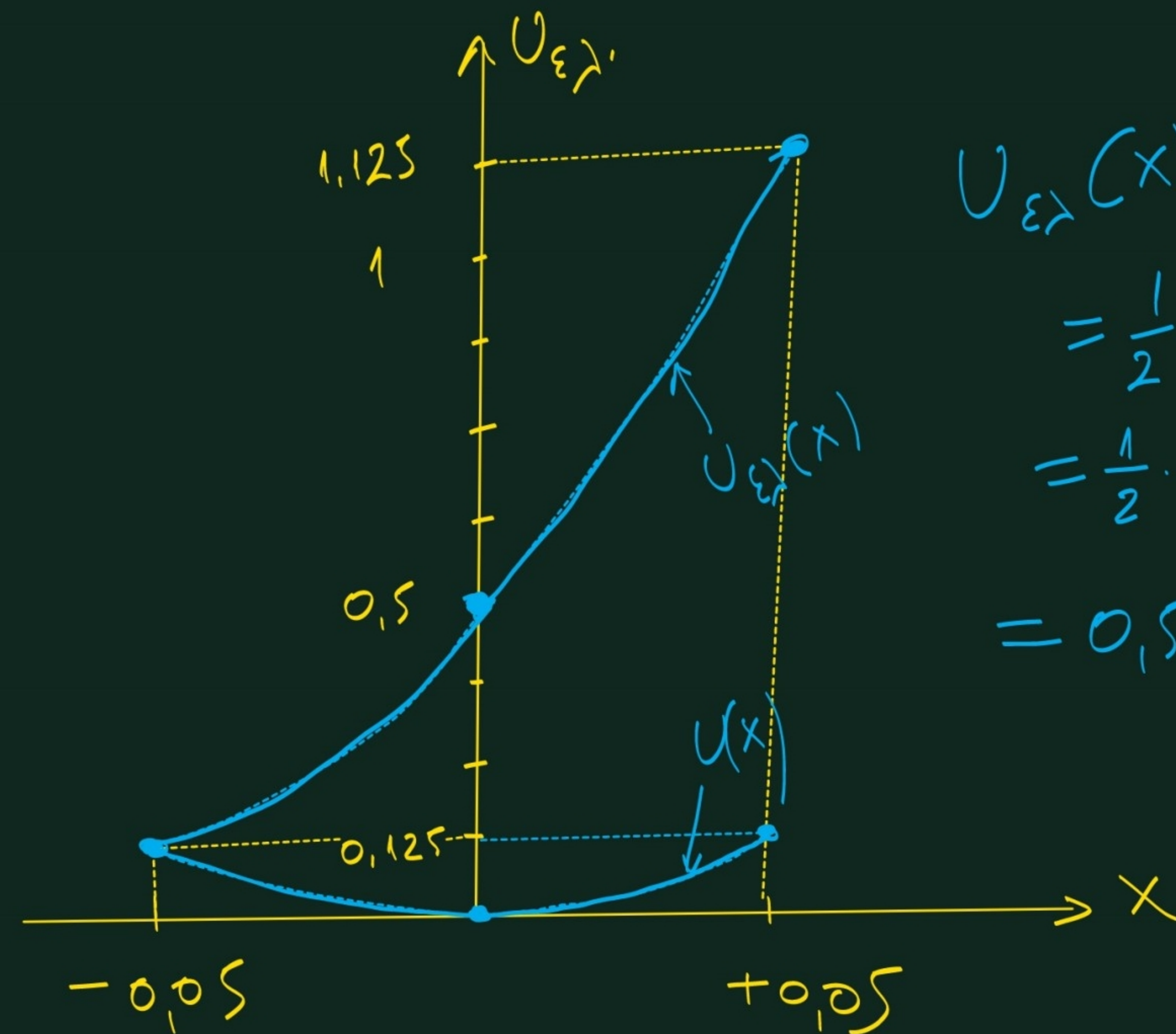
$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ m}$$

$$d = 0,05 \text{ m} = A$$

$$\begin{aligned}
 U_{\varepsilon\lambda, \max} &= \frac{1}{2} \cdot 100 (0,1 + 0,05)^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0,15 \cdot 0,15 = \frac{15 \cdot 0,15}{2} = \\
 &= \frac{2,25}{2} = 1,125 \text{ Joule.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\varepsilon\lambda, \min} &= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (0,1 - 0,05)^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0,05 \cdot 0,05 = \frac{5 \cdot 0,05}{2} = \\
 &= \frac{0,25}{2} = 0,125 \text{ J.}
 \end{aligned}$$

$$U_{\varepsilon\lambda}(0) = \frac{1}{2} k \cdot \Delta \ell_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0,01 = 0,5 \text{ J.}$$



$$\begin{aligned}
 U_{\varepsilon\lambda}(x) &= \frac{1}{2} k \cdot (\Delta \ell_0 + x)^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (0,1 + x)^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 100 (0,01 + 0,2x + x^2) \\
 &= 0,5 + 10x + 50x^2 \\
 &\quad x \in [-0,05, +0,05]
 \end{aligned}$$

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = 50 x^2$$

$$\begin{aligned}
 U(\pm 0,05) &= 50 \cdot 0,05^2 = \\
 &= 50 \cdot 0,05 \cdot 0,05 = 2,5 \cdot 0,05 \\
 &= 0,125 \text{ J.}
 \end{aligned}$$

Αβυ. 1.39.

$$A = 20 \text{ cm}$$

$$T = 10 \text{ sec}$$

Έστω ότι:

$$x(0) = 0$$

και

$$v(0) = v_{\max} = \omega A$$

$$x \geq 10 \text{ cm}$$

α' τρόπο (Με
τριγωνομετρική εξίσωση)

Βρίσκουμε τις δύο πρώτες
(διαδοχικές) συχνότητες για

τις οποίες είναι: $x = 10 \text{ cm}$

$$x = A \sin \omega t \Rightarrow$$

$$10 = 20 \sin \omega t \Rightarrow$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\omega t = \omega \frac{T}{6} \Rightarrow$$

$$\omega t = 2\pi n + \frac{\pi}{6} \quad (1^{\text{η}} \text{ περίπτωση})$$

$$\omega t = 2\pi n + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\pi n + \frac{5\pi}{6} \quad (2^{\text{η}} \text{ περίπτωση})$$

Από την 1^η περίπτωση για $K=0$ έχουμε:

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \cdot t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{T}{12} = \frac{10}{12} \text{ sec.}$$

Από την 2^η περίπτωση για $K=0$

έχουμε:

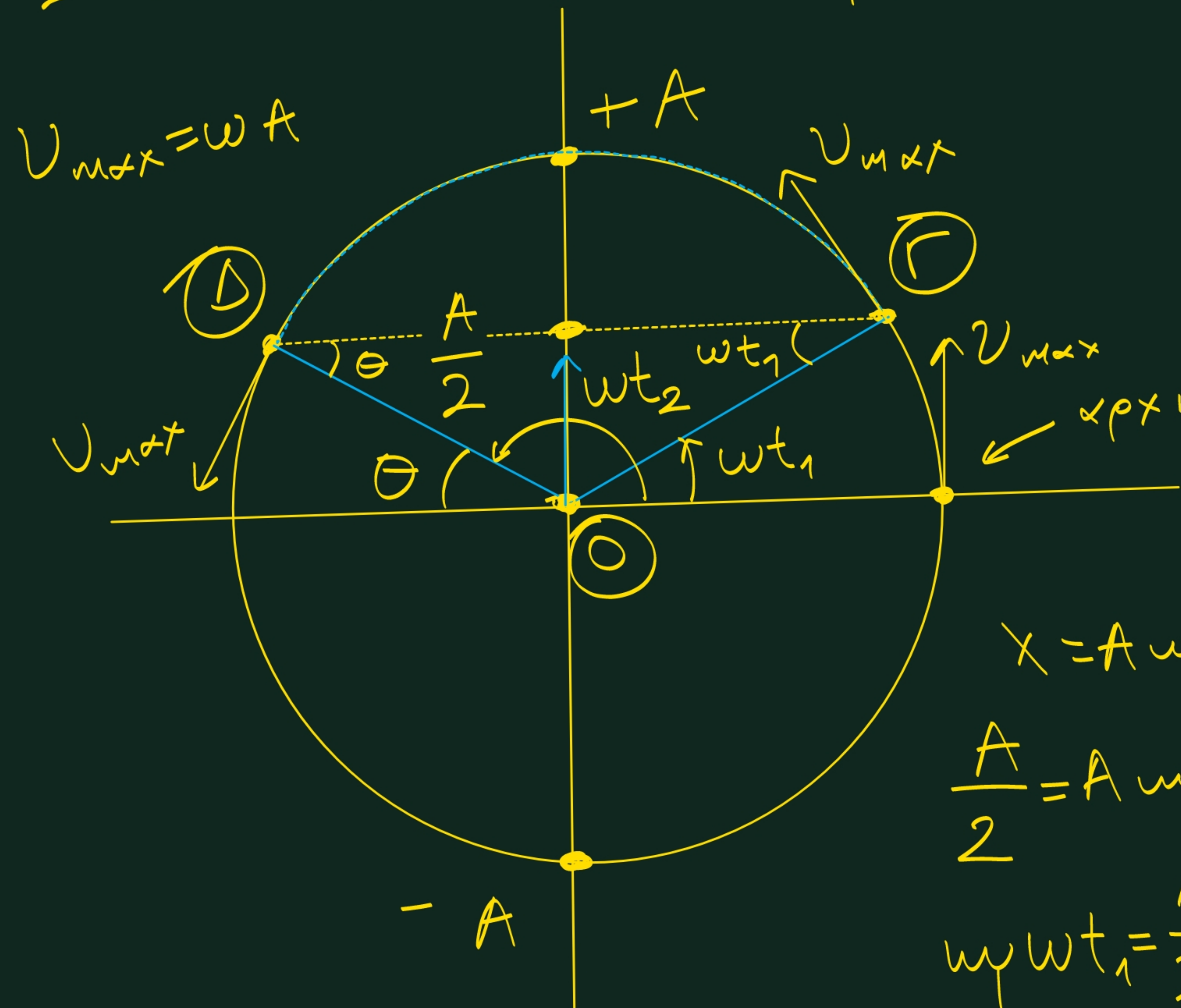
$$\omega t_2 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \cdot t_2 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow$$

$$t_2 = \frac{5T}{12} = \frac{50}{12} \text{ sec}$$

$$\text{Άρα: } \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{50}{12} - \frac{10}{12} = \frac{40}{12} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{10}{3} \text{ sec}$$

2^{ος} τρόπος (με υψηλότερο δείκτη αναφοράς).



$$x = A \sin \omega t = 1$$
$$\frac{A}{2} = A \sin \omega t_1 = 1$$
$$\sin \omega t_1 = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} = 1$$
$$\omega t_1 = \frac{\pi}{6}$$

Το σ_{Γ}^{Δ} είναι ισομερής άρα:

$$\omega t_1 = \theta = \frac{\pi}{6} \quad \text{чел}$$

$$wt_2 + \theta = \eta = 1$$

$$wt_2 = n - \frac{n}{6} \Rightarrow wt_2 = \frac{5n}{6}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5n}{6\omega} - \frac{n}{6\omega} =$$

$$\Delta t = \frac{4n}{6\omega} = \frac{10}{3} \text{ sec}$$