

Στροφομηχανικό ανάλογο.

<u>Μεταφορική</u>	<u>Περιστροφική</u>
Δx	$\Delta \theta$ (γωνιακή μετατόνιση ή συνολική γωνία εστροφής)

$v \rightarrow \omega$

$a \rightarrow \alpha_{γων}$

$p \rightarrow L$

ορμή εστροφομή

$F \rightarrow \tau$ (ροπή)
δύναμη

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Delta \theta = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha_{γων} t^2$$

$$v = v_0 + a t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha_{γων} \cdot t$$

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \omega \Rightarrow \Delta \theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \sum \Delta \theta = \sum \omega \cdot \Delta t$$

Άρα το εμβαδό σε διάγραμμα $\omega-t$
δίνει τη γωνία εστροφής $\Delta \theta$, ακριβώς
όπως το εμβαδό σε διάγραμμα

$v-t$ δίνει τη μετατόνιση Δx

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow \sum \Delta x = \sum v \cdot \Delta t$$

$$\tau_{F_1(A)} = F_1 \cdot d'_1$$

$$\tau_{F_2(A)} = -F_2 \cdot d'_2$$

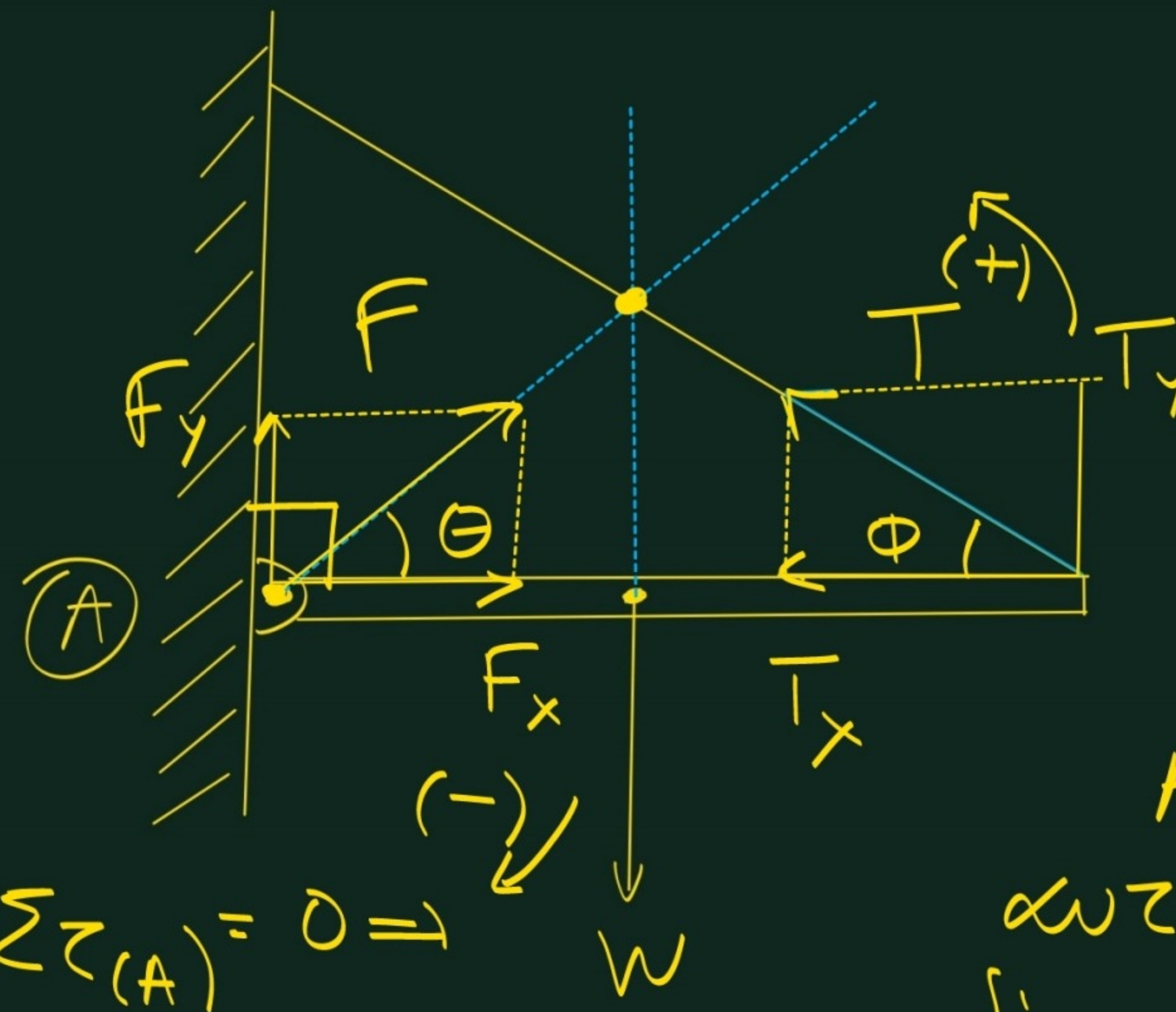
$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(A)} &= F_1 d'_1 - F_2 d'_2 = \\ &= F_1 (d'_1 - d'_2) = F_1 \cdot d \end{aligned}$$

Άρα η ροπή βέλους είναι πάντα $F_1 d$ και είναι ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο την υπολογίζουμε.

Παράδειγμα 4.4

$$\varphi = 30^\circ$$

$$W = 400 \text{ N}$$



$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow$$

$$\tau_{W(A)} + \tau_{T_y(A)} = 0 \Rightarrow$$

$$-W \cdot \frac{l}{2} + T_y \cdot l = 0 \Rightarrow$$

$$T_y = \frac{W}{2} \Rightarrow$$

Αν σε ένα στερεό ακμών του τρις δυνάμεις, τότε οι φορείς τους πρέπει να συμπέσουν.

Αν δεν συνέβαινε αυτό τότε η τρίτη δύναμη θα είχε ροπή ως προς το σημείο του των άλλων δύο και ισορροπία δεν θα υπήρχε.

$$T_y = \frac{W}{2} \Rightarrow T \cdot \sin \phi = \frac{W}{2} \Rightarrow$$

$$T \cdot \sin 30^\circ = \frac{W}{2} \Rightarrow$$

$$T \cdot \frac{1}{2} = \frac{W}{2} \Rightarrow T = W = 400 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_x = T \cdot \sin 30^\circ =$$

$$= 400 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$F_x = 200\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y = W \Rightarrow F_y + \frac{W}{2} = W \Rightarrow$$

$$F_y + 200 = 400 \Rightarrow F_y = 200 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{200}{200\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 = 200^2 \cdot 3 + 200^2 \Rightarrow$$

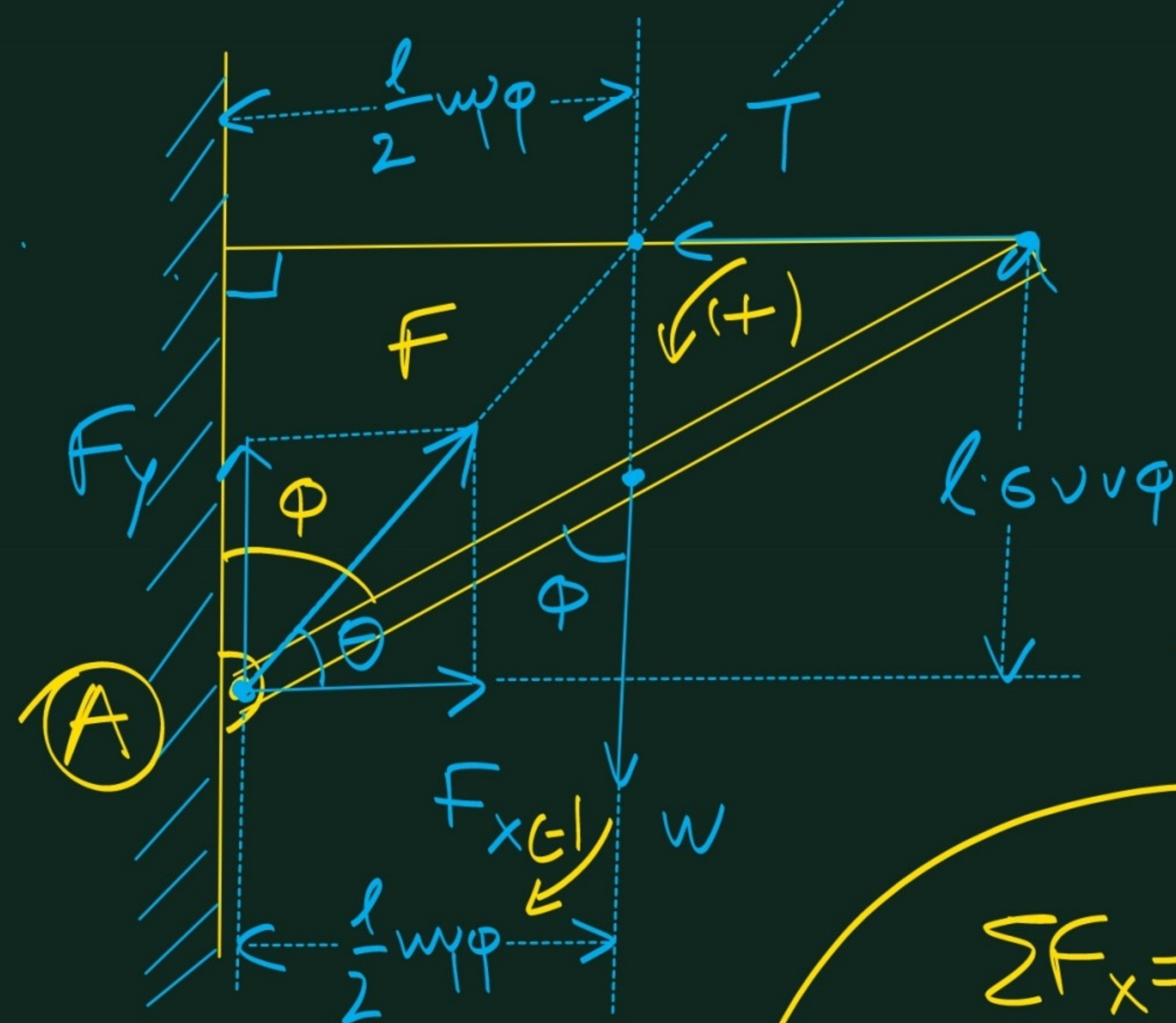
$$F^2 = 200^2 \cdot 4 \Rightarrow F = 400 \text{ N}$$

$$\text{Ap} \alpha: T = 400 \text{ N}$$

$$F = 400 \text{ N}$$

$$\text{u} \alpha \theta = 30^\circ$$

Αδ. 4.56 6ε2.144



$$W = 100 \text{ N}$$

$$\phi = 60^\circ$$

Όπως φαίνεται στο σχήμα, οι φορείς των $\vec{F}$, $\vec{T}$ και $\vec{W}$ συντρέχουν σε σημείο που είναι ύψος της οριζόντιας καθετης του τριγώνου.

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_W(A) + \tau_T(A) = 0 \Rightarrow$$

$$- W \cdot \frac{l}{2} \sin \phi + T \cdot l \cdot \cos \phi = 0 \Rightarrow$$

$$\sin \phi \frac{W}{2} = T \cdot \cos \phi \Rightarrow T = \frac{W \cdot \sin \phi}{2 \cos \phi} = \frac{100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{50\sqrt{3}}{1} \Rightarrow$$

$$T = 50\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{100}{50\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 = 50^2 \cdot 3 + 50^2 \cdot 4 = 50^2 \cdot 7 \Rightarrow$$

$$F = 50\sqrt{7} \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_x = T \Rightarrow$$

$$F_x = 50\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_y = W \Rightarrow$$

$$F_y = 100 \text{ N}$$

Αβ. 4.57

Η N είναι η υάθεση δύναμη
που ασκεί το δάπεδο στον τροχό.
Όσο σωτή η δύναμη υπάρχει,
σηλξή όσο ισχύει:

$$N \geq 0, \text{ ο τροχός}$$

δεν ανεβαίνει.

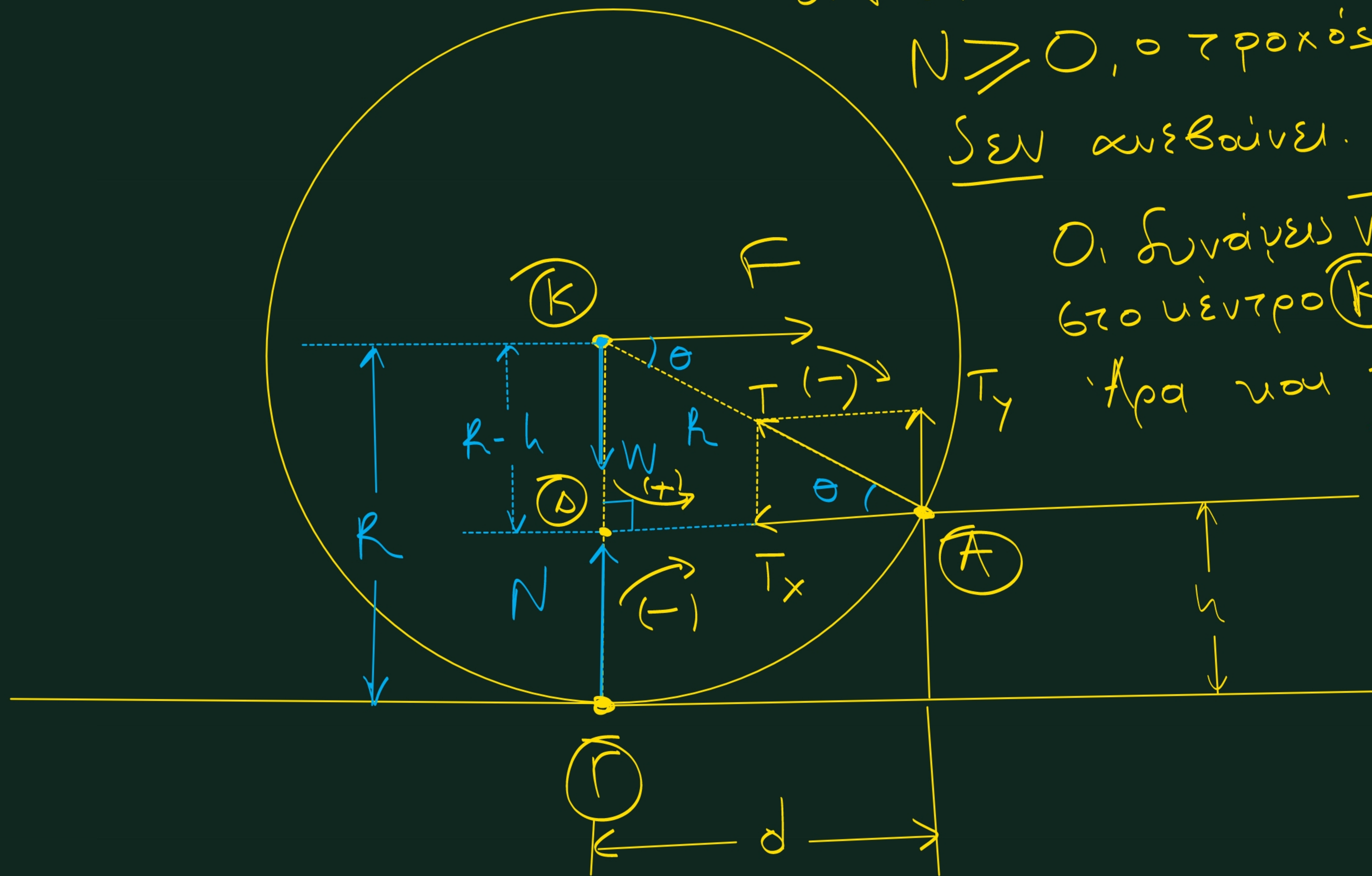
Οι δυνάμεις $\vec{W}$ και $\vec{F}$ τέμνουνται
στο κέντρο (K) του τροχού.

Άρα και οι άλλες δύο δυνάμεις
 $\vec{N}$ και $\vec{T}$ πρέπει

να διέρχονται από το (K) ,
όπως φαίνεται στο σχήμα
αφού αλλιώς θα υπήρχε
συνισταμένη ροπή ως προς (K)
και ο τροχός θα περιστρεφόταν.

Από το τρίγωνο $K\hat{A}\Delta$ έχουμε:

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{R-h}{d}$$



Υπάρχουν 2 τρόποι επίλυσης.

1ος τρόπος (ψε συνιστάμεν ρομών ως προς A)

$$\sum \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{F(A)} + \tau_{W(A)} + \tau_{N(A)} = 0$$

$$\Rightarrow -F(R-h) + W \cdot d - N \cdot d = 0 \Rightarrow$$

$$N = W - F \frac{R-h}{d} \Rightarrow N = W - F \cdot \varepsilon\varphi\theta$$

$$N \geq 0 \Rightarrow W - F \varepsilon\varphi\theta \geq 0 \Rightarrow F \varepsilon\varphi\theta \leq W \Rightarrow$$

$$F \leq \frac{W}{\varepsilon\varphi\theta} \quad (\text{για να υμν ανέβει})$$

Άρα, προκειμένου να ανέβει ο τροχός πρέπει να ισχύει η ανισότητα:

$$F > \frac{W}{\varepsilon\varphi\theta}$$

$$\text{όπου } \varepsilon\varphi\theta = \frac{R-h}{d}$$

$$\text{Από το } \triangle K\hat{A}\Delta \text{ έχουμε: } KA^2 = KD^2 + DA^2 \Rightarrow$$

$$R^2 = (R-h)^2 + d^2 \Rightarrow$$

$$\cancel{R^2} = \cancel{R^2} - 2Rh + h^2 + d^2 \Rightarrow$$

$$d^2 = 2Rh - h^2 = h(2R-h) \Rightarrow$$

$$d = \sqrt{h(2R-h)}$$

$$\text{Άρα: } F > \frac{W}{\frac{R-h}{d}} \Rightarrow F > \frac{W \cdot d}{R-h} \Rightarrow F > \frac{W \sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$$

2^{ος} τρόπος (με ισορροπία δυνάμεων)

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - T_x = 0 \Rightarrow F = T_x$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + T_y - W = 0 \Rightarrow T_y = W - N$$

$$\text{Επίσης: } \varepsilon\varphi\theta = \frac{T_y}{T_x}$$

$$\text{Άρα: } \varepsilon\varphi\theta = \frac{W - N}{F} = 1$$

$$W - N = F \varepsilon\varphi\theta \Rightarrow N = W - F \varepsilon\varphi\theta$$

$$N \geq 0 \Rightarrow W - F \varepsilon\varphi\theta \geq 0 \Rightarrow F \varepsilon\varphi\theta \leq W \Rightarrow F \leq \frac{W}{\varepsilon\varphi\theta} \quad (\text{για να υπάρ αντίθετα})$$

Άρα, για να υπάρξει να αντίθετα έχουμε:

$$F > \frac{W}{\varepsilon\varphi\theta} \Rightarrow F > \frac{W \sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$$