Παράγοντας ελαστικότητας
ή συντελεστής κρούσης (ε)

$$v_1' - v_2' = -\varepsilon(v_1 - v_2)$$

Αν $\varepsilon = 1$ ελαστική

Αν $\varepsilon = 0$ πλαστική

Αν $0 < \varepsilon < 1$ ανελαστική

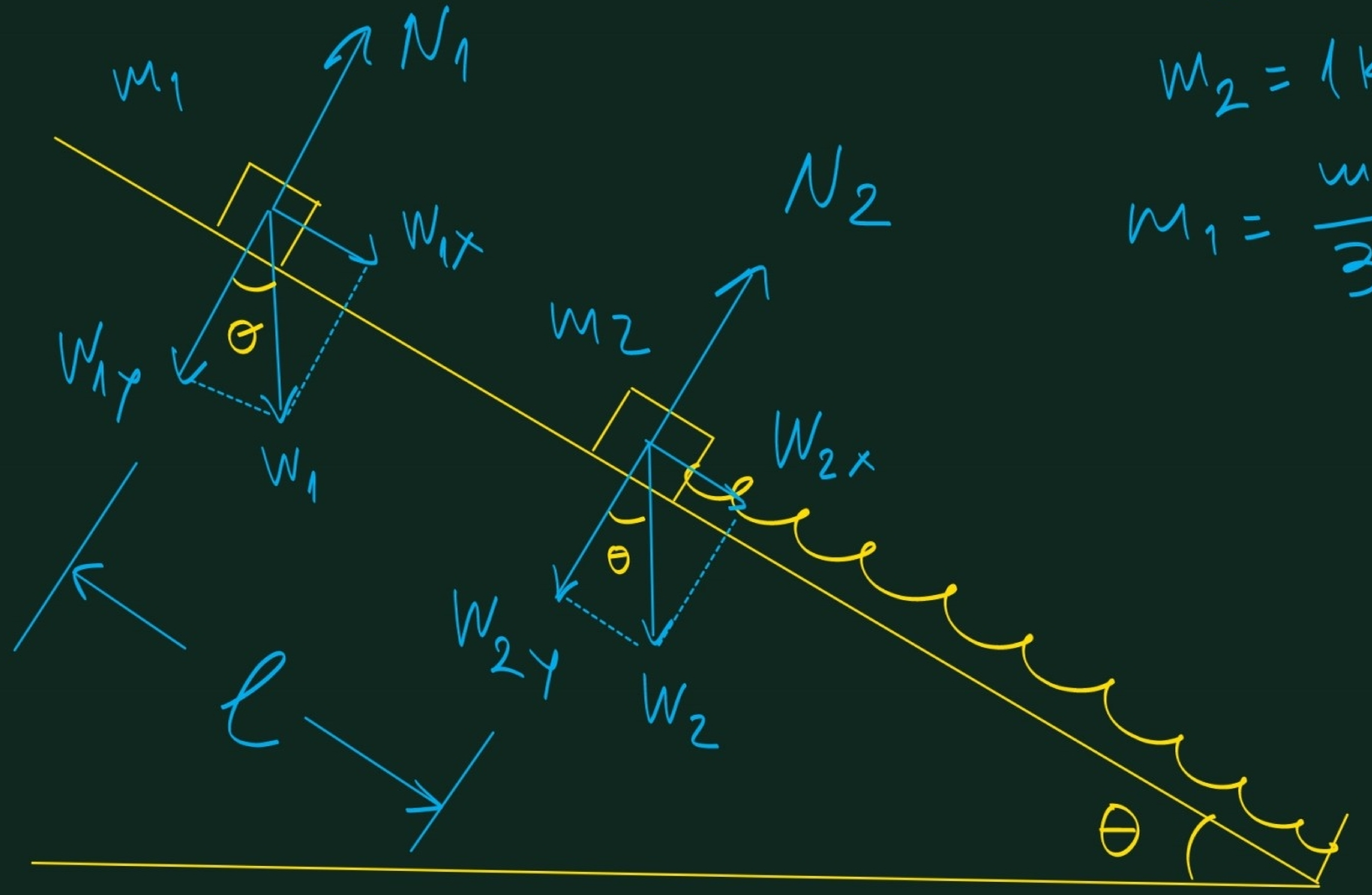
Από την επίλυση του
συστήματος:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$v_1' - v_2' = -\varepsilon(v_1 - v_2)$$

Προκύπτουν οι ταχύτητες
μετά την κρούση αλλά
μαζί με το ε.

Ασκ. 5.48 (Βιβλίου)

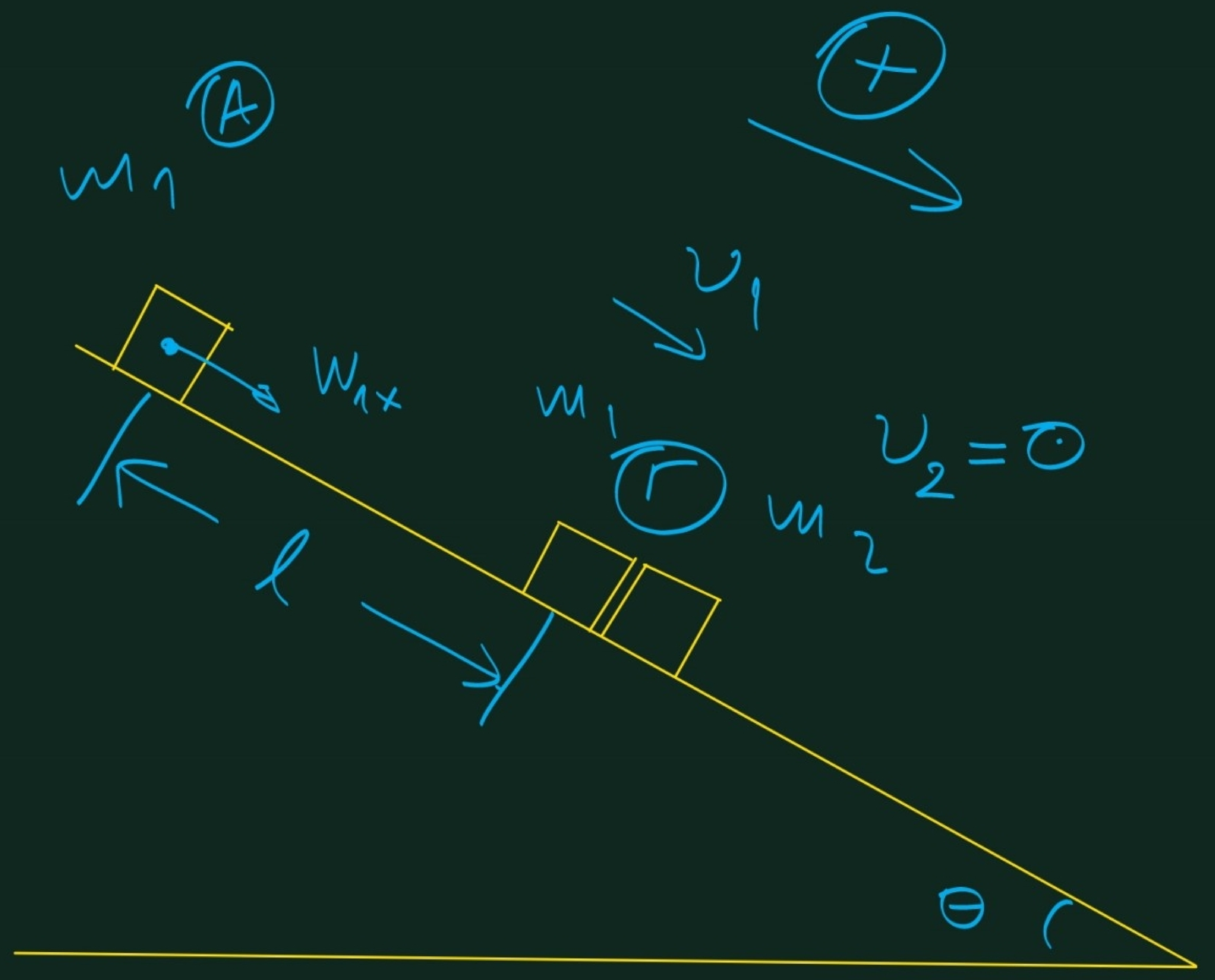


$k = 200\,N/m$

$\theta = 30^\circ$

$m_2 = 1\,kg$

$m_1 = \frac{m_2}{3}$



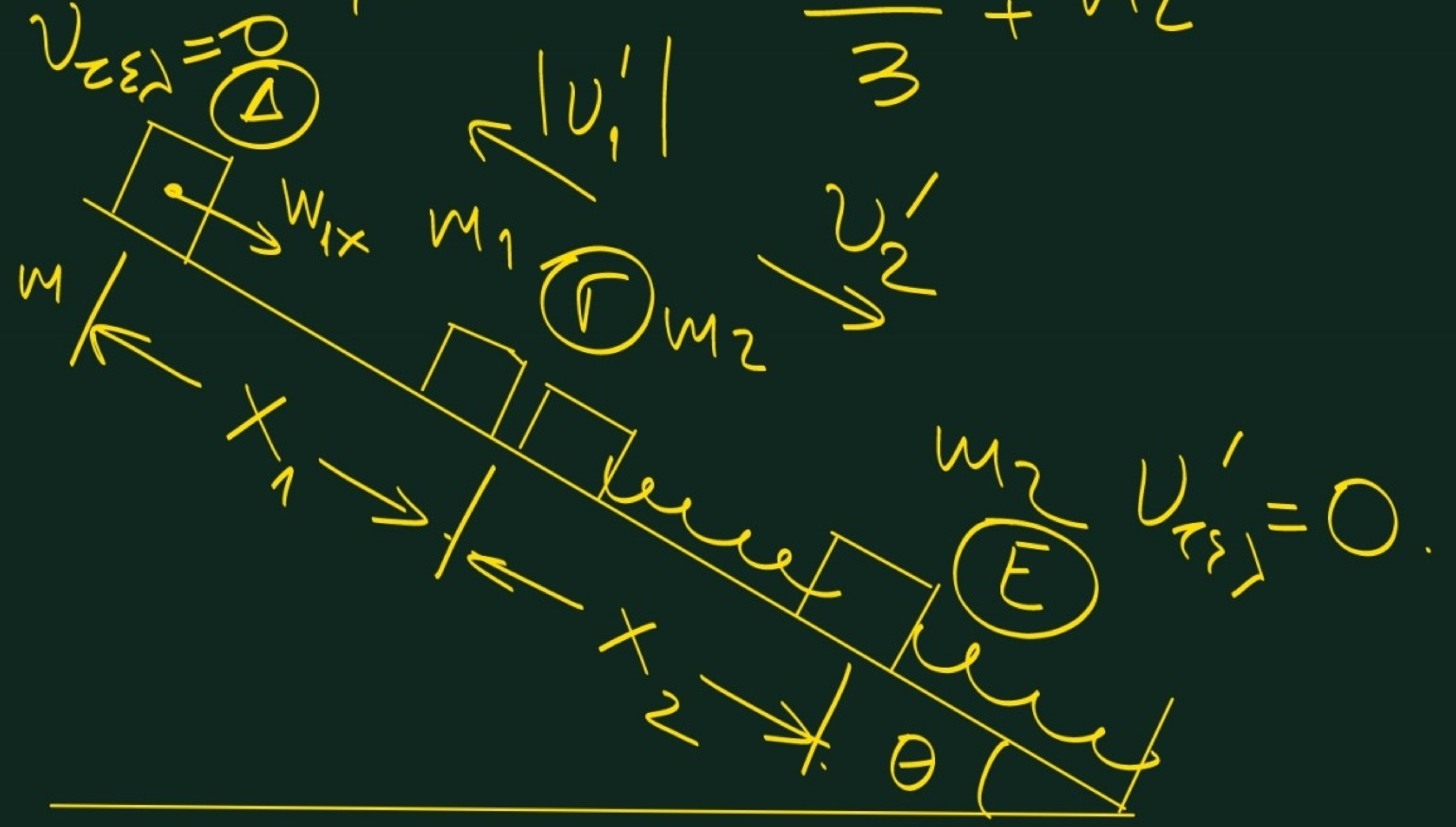
Το m_1 συγκρούεται με το m_2 με ταχύτητα v_1.

ΘΜΚΕ: Α → Γ: $\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = W_{1x} \cdot \ell \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g\, \eta\mu\theta \cdot \ell \Rightarrow$

$v_1^2 = 2 g \ell\, \eta\mu\theta \Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow v_1^2 = 40 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{10}$ m/s.

$$\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{\frac{m_2}{3}-m_2}{\frac{m_2}{3}+m_2}\cdot 2\sqrt{10} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}\cdot 2\sqrt{10} = -\sqrt{10}\ m/s.$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 = \frac{2\frac{m_2}{3}}{\frac{m_2}{3}+m_2}\cdot 2\sqrt{10} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}\cdot 2\sqrt{10} = \sqrt{10}\ m/s$$

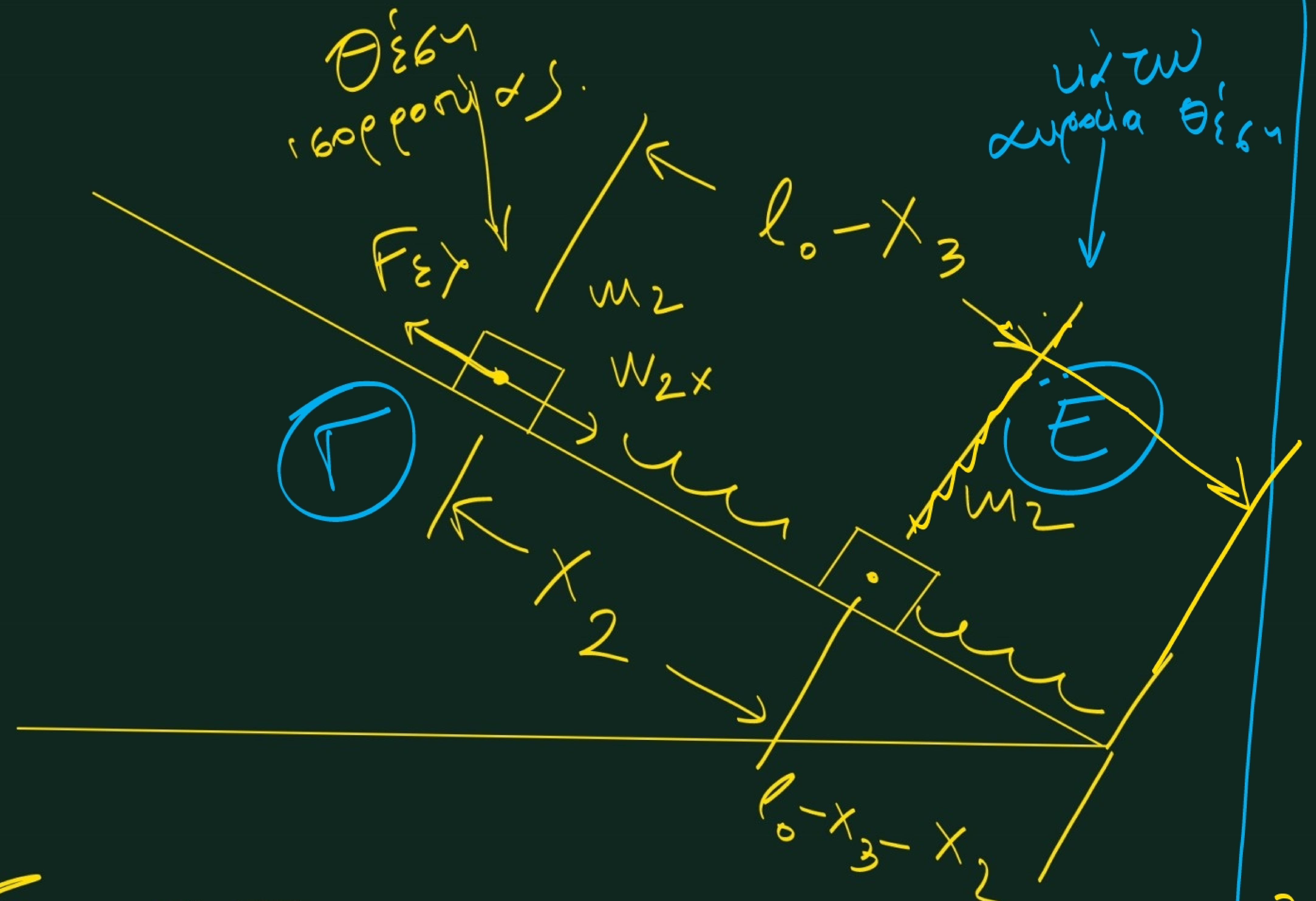


Για το m_1: ΘΜΚΕ: Γ → Δ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = -W_{1x}\cdot x_1 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = -m_1 g\,\eta\mu\theta\cdot x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{\upsilon_1'^2}{2g\,\eta\mu\theta} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{10}{2\cdot 10\cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow x_1 = 1m$$ προς τα πάνω.



Θα μπορούσαμε για το ελατήριο, τη συσπείρωση ή την επιμήκυνση να τη συμβολίσουμε με Δl και να γράψουμε:

$\Delta l_1 = X_3$ (συσπείρωση στη θέση ισορροπίας)

και $\Delta l_2 = X_2$ (συσπείρωση στην κάτω ακραία θέση)

Στη ΘΙ του m_2 το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά X_3.

$$W_{2x} = F_{ελ} \Rightarrow m_2 g ημθ = K X_3$$

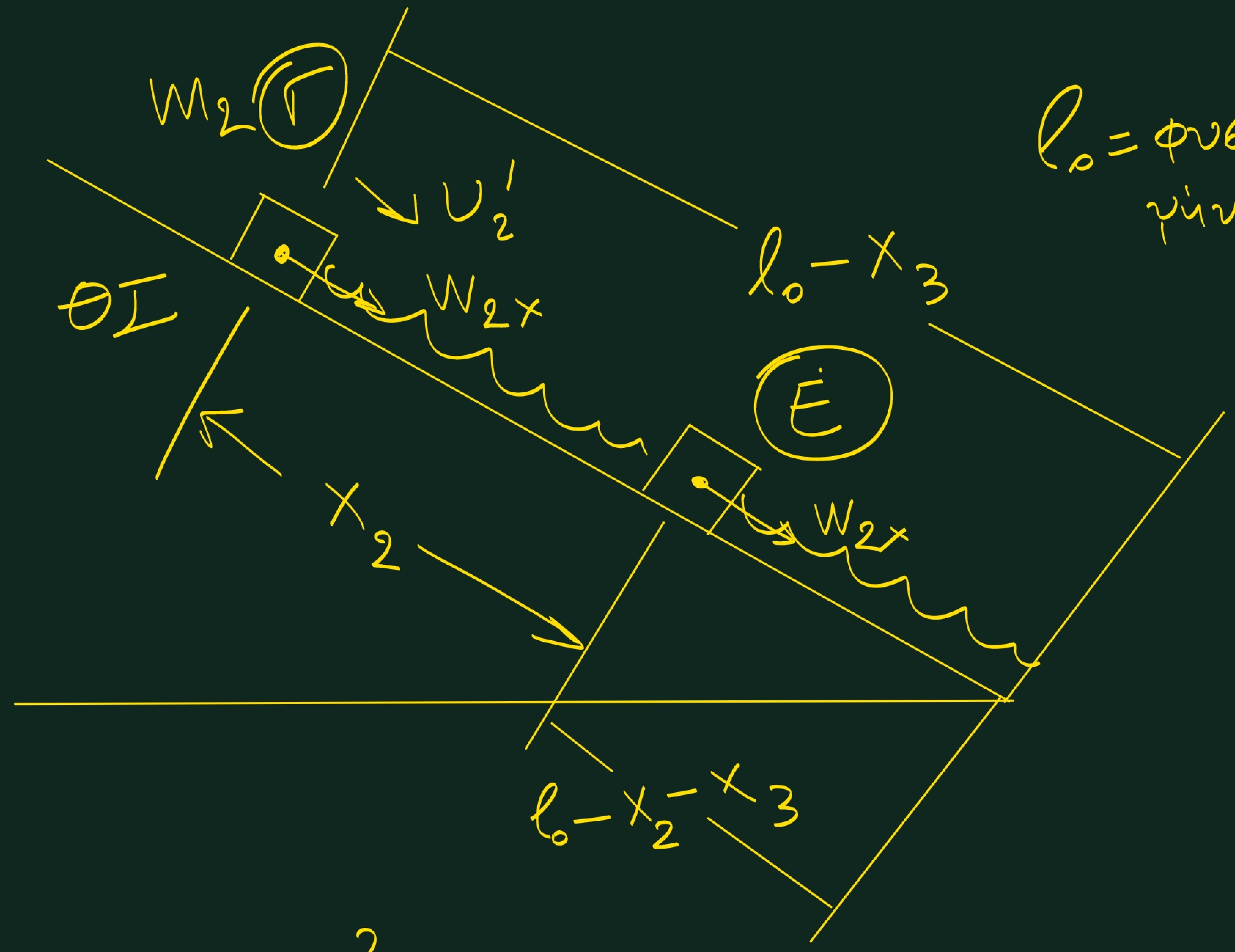
$$υ_Γ = υ_2'$$

$$υ_Ε = 0$$

ΘΜΚΕ: Γ → Ε:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 υ_2'^2 =$$

$$= W_{F_{ελ}(Γ \to Ε)} + W_{W_2(Γ \to Ε)} \Rightarrow$$



ℓ_0 = φυσικό μήκος ελατηρίου.

$$0-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = W_{F_{ελ}}(Γ\to Ε) + W_{w_2}(Γ\to Ε) \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = U_{ελ,Γ} - U_{ελ,Ε} + W_{2x}\cdot x_2 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}kx_3^2 - \frac{1}{2}k(x_2+x_3)^2 + m_2 g\,ημθ\cdot x_2 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}kx_3^2 - \frac{1}{2}k(x_2+x_3)^2 + kx_2x_3 \Rightarrow$$

(αφού $m_2 g\,ημθ = kx_3$ στη ΘΙ)

$$-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}k\left(x_3^2-(x_2+x_3)^2+2x_2x_3\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}k\left(\cancel{x_3^2}-x_2^2-\cancel{x_3^2}-\cancel{2x_2x_3}+\cancel{2x_2x_3}\right)$$

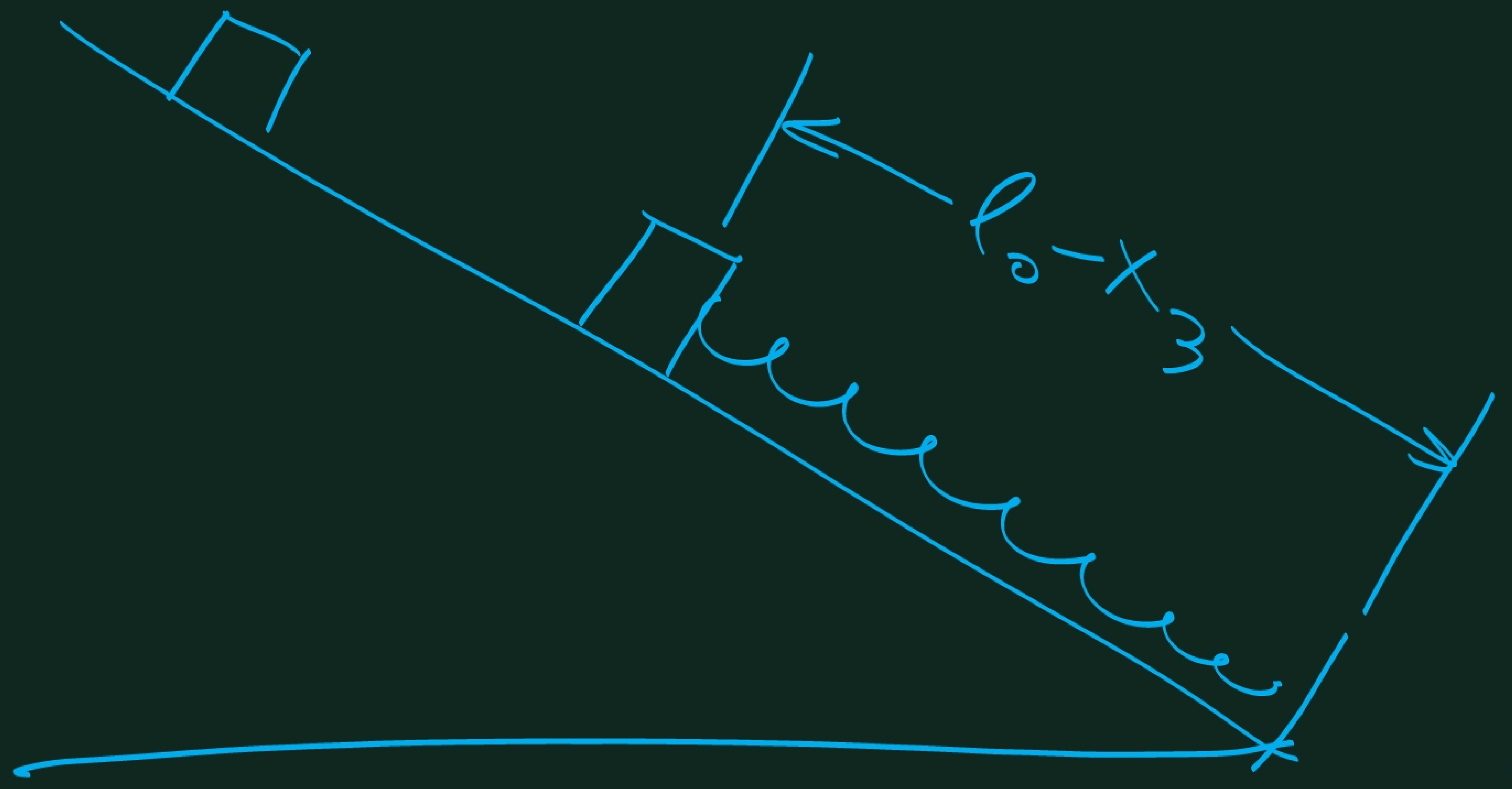
$$\Rightarrow -\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = -\frac{1}{2}kx_2^2 \Rightarrow x_2^2 = \frac{m_2\upsilon_2'^2}{k}$$

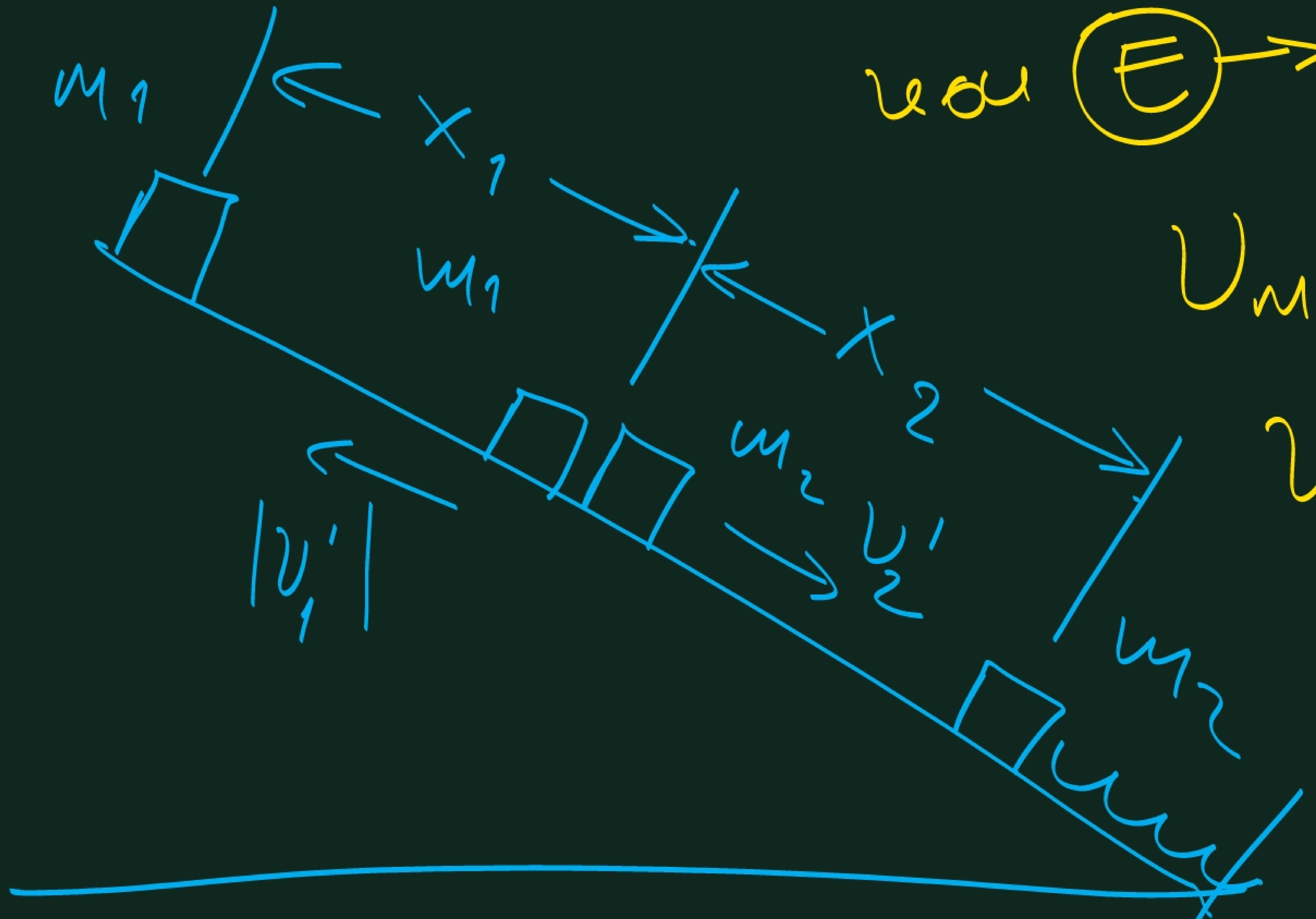
$$x_2^2 = \frac{m_2 v_2'^2}{k} \Rightarrow x_2^2 = \frac{1 \cdot 10}{200} = \frac{5}{100} \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{5}}{10}\ m.$$

Την απόσταση x_2 μπορούμε να τη βρούμε και από τις εξισώσεις των ταλαντώσεων:

$x_2 = A$ (πλάτος ταλάντωσης αφού Γ → Θέση Ισορροπίας και Ε → κάτω ακραία θέση)





$$v_{max} = \omega A \Rightarrow$$

$$v_2' = \sqrt{\frac{k}{m_2}}\, A \Rightarrow$$

$$A = \frac{m_2 v_2'^2}{k} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{5}}{10}\ m$$

$(A = x_3)$

Ασκ. 2.151

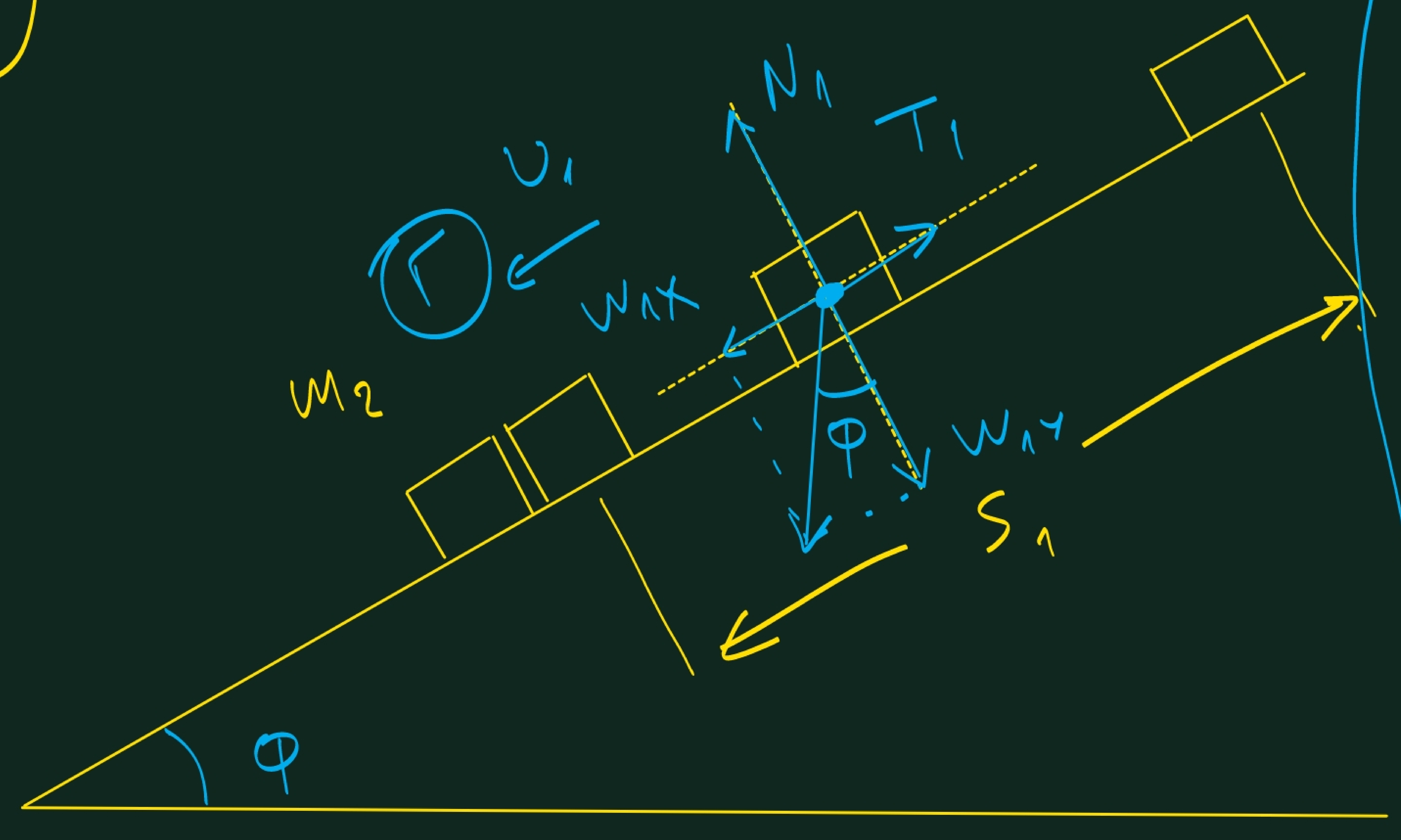
$\varphi = 30^\circ$

$m_1 = 2\,kg$

$\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$s_1 = 10\,m$

$m_2 = 3\,kg$



α) $T_1 = \mu N_1 = \mu\, m_1 g\, \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$

$$T_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$T_1 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10}{8} \Rightarrow T_1 = 7{,}5\,N$$

ΘΜΚΕ: (A) → (Γ):

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - 0 = w_{1x} \cdot s_1 - T_1 \cdot s_1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \upsilon_1^2 = m_1 g\, \eta\mu\varphi \cdot s_1 - T_1 \cdot s_1 \Rightarrow$$

$$\upsilon_1^2 = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot s_1 - 7{,}5 \cdot s_1 \Rightarrow$$

$$\upsilon_1^2 = 2{,}5\, s_1 = 25 \Rightarrow \upsilon_1 = 5\,m/s$$

$$P_{\pi\rho\iota\nu} = P_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 \upsilon_1 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow$$

$$2 \cdot 5 = (2+3) \cdot V \Rightarrow V = 2\,m/s.$$

β) $W_{T_1} = -T_1 \cdot S_1 = -7{,}5 \cdot 10 = -75\ J.$

$Q_1 = |W_{T_1}| = 75\ J.$

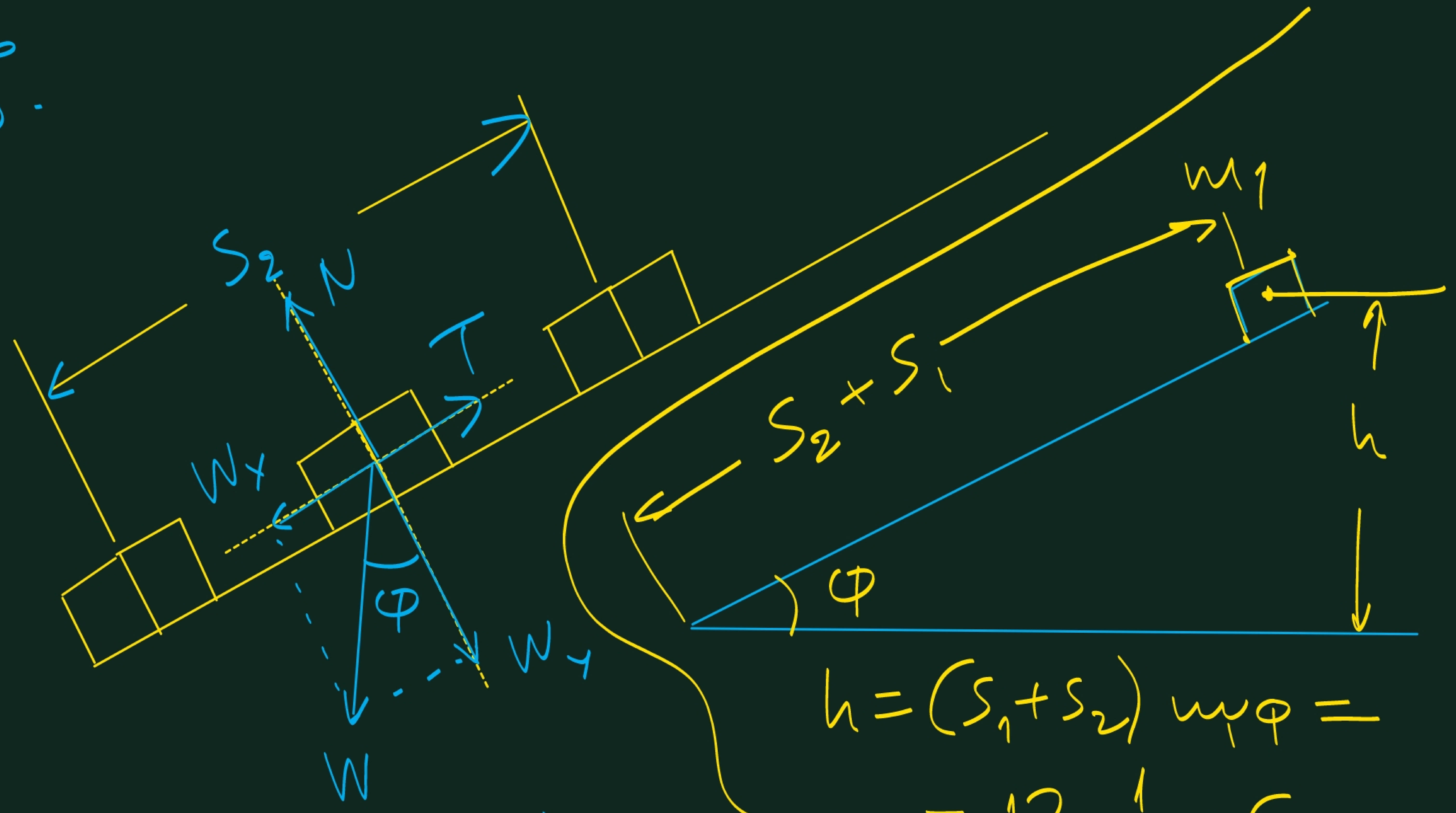
$Q_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 =$

$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2^2 =$

$= 25 - 10 = 15\ J \Rightarrow Q_2 = 15\ J.$

$Q_3 = |W_T| = T \cdot S_2 = 18{,}75 \cdot 2 =$

$= 37{,}5$ Joule.



$h = (S_1+S_2)\,ημφ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6\,m$

$U_1 = m_1 g h = 2 \cdot 10 \cdot 6 = 120\ J.$

$W_y = (m_1+m_2)\, g\, συνφ$

$T = μN = μ(m_1+m_2)\, g\, συνφ =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 5 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 50}{4 \cdot 2} = 18{,}75\ J$

Άρα $Q_{ολ} = 75 + 15 + 37{,}5 = 127{,}5$ Joule.

γ) Η αρχική δυναμική ενέργεια του m_1 είναι:

$$U_1 = m_1 g h = 120\ J.$$

Η θερμότητα στην κρούση είναι:

$$Q_2 = 15\ J.$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\Pi\% = \frac{Q_2}{U_1}\cdot 100 = \frac{15}{120}\cdot 100 = 12,5\%.$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_2^2 - K_{\alpha\rho\chi} = (m_1+m_2)g\,\eta\mu\varphi\, S_2 - \gamma(m_1+m_2)g\,\sigma\upsilon\nu\varphi\, S_2 \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_2^2 - V^2}{2} = g S_2(\eta\mu\varphi - \gamma\,\sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_2^2 - V^2}{2} = 10\cdot 2\cdot\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 - V^2 = 40\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) = 40\cdot\frac{1}{8} = 5\ m/s \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = 3\ m/s.$$

$$K_2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 9 = 22,5\ Joule$$

$U_1 = 120$ Joule

$K = 22,5$ Joule

$\Big\}(+)\ 142,5$

$Q_2 = 15\,J$

$Q_{o\lambda} = 127,5\,J$

$\Big\}(+)\ 142,5$

$m_2 g h_2 = 3 \cdot 10 \cdot 1 = 30\,J$

$U_{o\lambda} = 150\,J$

$112,5 + 15 + 22,5 =$

$= 135 + 15 = 150$