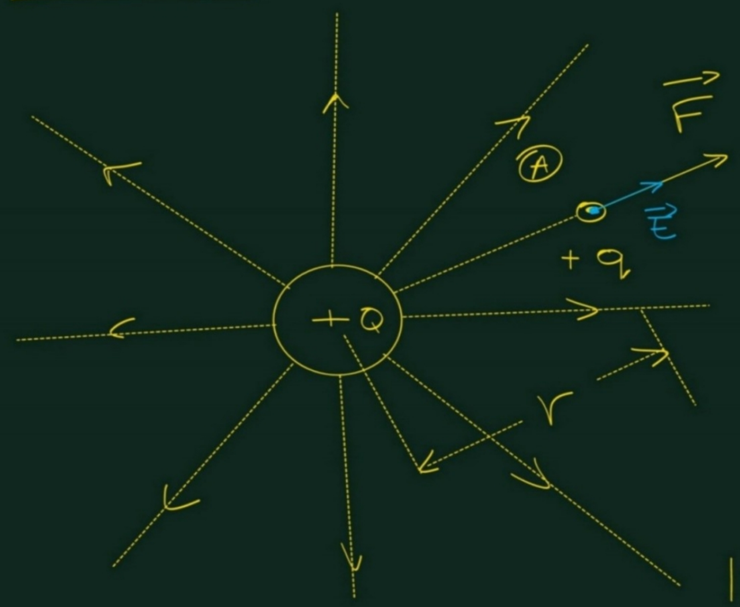
Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου



Οι δυναμικές γραμμές του ηλ. πεδίου είναι ανοιχτές. Ξεκινούν από ένα σημείο και δεν επιστρέφουν ποτέ σ' αυτό.

Αντίθετα, στο μαγνητικό πεδίο οι δυναμικές γραμμές είναι κλειστές αφού αν ξεκινήσουν από ένα σημείο, επιστρέφουν σ' αυτό.

Επίσης οι δυναμικές γραμμές του βαρυτικού πεδίου είναι ανοιχτές.

$$U_A = k_c \frac{Q \cdot q}{r}$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

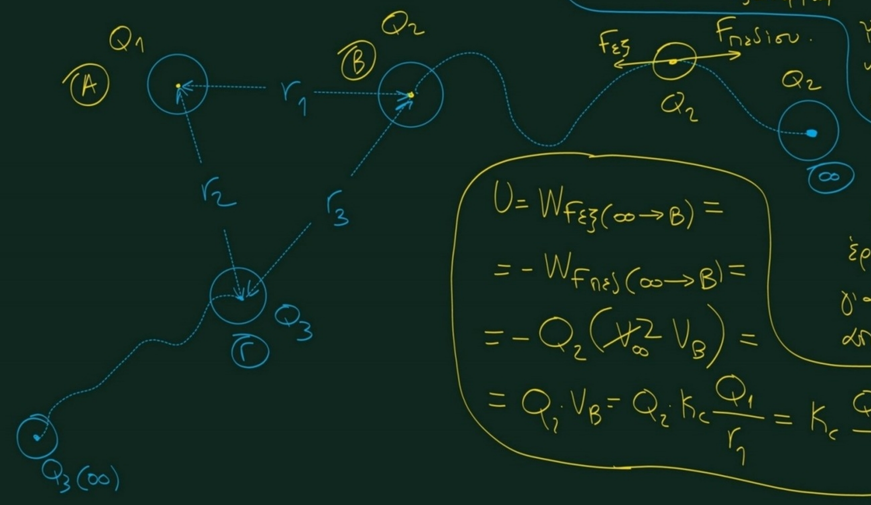
$$|\vec{F}| = k_c \frac{|Q| \cdot |q|}{r^2}$$

$$U_A = q \cdot V_A$$

Άρα: $V_A = k_c \frac{Q}{r}$

$$|\vec{E}| = k_c \frac{|Q|}{r^2}$$

Δυναμική Ενέργεια συστήματος φορτίων.



Το Q_1 τοποθετείται στο (A) χωρίς δαπάνη ενέργειας. Το Q_2 το τοποθετούμε στο (B) ασκώντας δύναμη $\vec{F}_{εξωτερική} = -\vec{F}_{πεδίου}$ ώστε να μετακινηθεί αργά και ισοταχώς από το (∞) στο (B).

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι το έργο της εξωτερικής δύναμης για τη μετακίνηση του Q_2 από το (∞) στο (B).

$$U = W_{F_{εξ}(\infty \to B)} =$$

$$= -W_{F_{πεδ}(\infty \to B)} =$$

$$= -Q_2(\cancel{V_\infty}^{\,0} - V_B) =$$

$$= Q_2 \cdot V_B = Q_2 \cdot k_c \frac{Q_1}{r_1} = k_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1} \Rightarrow U = k_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1}$$

$$U' = W_{\text{Εξ}(\infty \to r)} =$$

$$= -W_{F_{\text{πεδίου}}(\infty \to r)} =$$

$$= -Q_3(V_\infty - V_r) = Q_3 \cdot V_r =$$

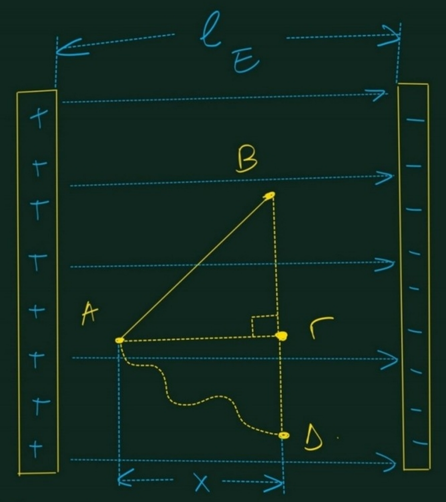
$$= Q_3\left(k_c \frac{Q_1}{r_2} + k_c \frac{Q_2}{r_3}\right) =$$

$$= k_c \frac{Q_1 Q_3}{r_2} + k_c \frac{Q_2 Q_3}{r_3}$$

Άρα η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι:

$$U_{ολ} = U + U' \Rightarrow$$

$$U_{ολ} = k_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1} + k_c \frac{Q_1 Q_3}{r_2} + k_c \frac{Q_2 Q_3}{r_3}$$



$$V_A - V_B = V_A - V_\Gamma = V_A - V_\Delta$$

$$E = \frac{V_A - V_B}{x} = \frac{V_A - V_\Gamma}{x}$$

Άρα: $V_A - V_\Gamma = E \cdot x$

Αν η απόσταση υστάξύ των Α και Γ είναι l τότε:

$$E = \frac{V_+ - V_-}{l} \Rightarrow E = \frac{V}{l}$$

V = τάση πυκνωτή

Το ηλεκτρονιοβόλτ
είναι μονάδα έργου ή ενέργειας.
Συγκεκριμένα είναι η ενέργεια
που αποκτά ένα ηλεκτρόνιο
αν κινηθεί μεταξύ δύο σημείων
που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού
1 Volt

$$W = q \cdot V = -e(-V) = eV$$

$$V = 1\ \text{Volt} \Rightarrow W = 1eV$$

$$1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Joule}$$

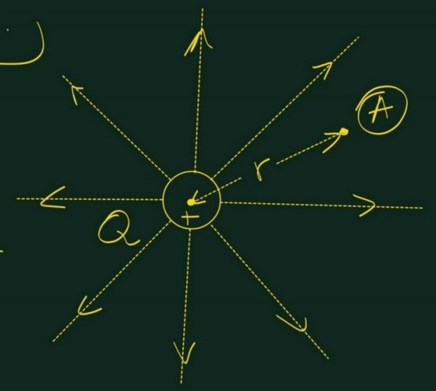
Ασκ. 51 σελ. 194.

$Q = 2 \cdot 10^{-7} C$

$V = 300\ \text{Volt}$

$r = ;$

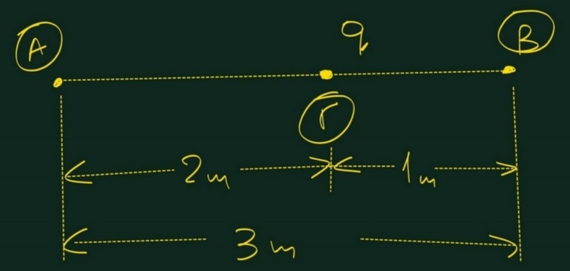
$k_c = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \cdot m^2}{C^2}$



$$V = k_c \frac{Q}{r} \Rightarrow r = \frac{k_c Q}{V} \Rightarrow$$

$$r = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{300} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 10^{2}}{3 \cdot 10^{2}} = 6\ m.$$

Ασκ. 52 σελ. 194



$$V_A = K_c \frac{q}{A\Gamma} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-8}}{2} \Rightarrow$$

$$V_A = 90 \text{ Volt}$$

$$V_B = K_c \frac{q}{B\Gamma} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-8}}{1} \Rightarrow$$

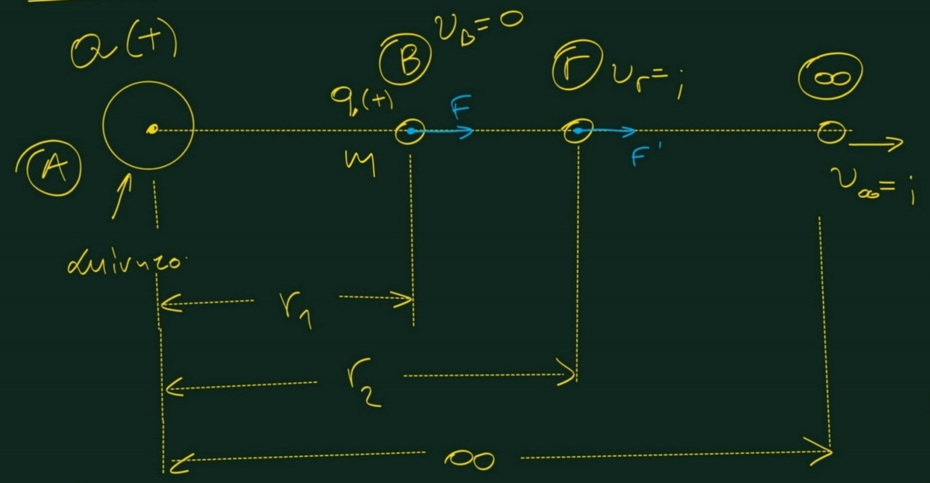
$$V_B = 18 \cdot 10 = 180 \text{ Volt}$$

Άρα: $V_A - V_B = 90 - 180 = -90$ Volt.

Ασκ. 57 σελ. 194.

$1\mu = 10^{-6}$ (micro) $1n = 10^{-9}$ (nano)

$1p = 10^{-12}$ (pico)



$Q = 100\mu C = 100 \cdot 10^{-6} C = 10^{-4} C$

$m = 10g = 10 \cdot 10^{-3} kg = 10^{-2} kg$

$q = 20nC = 20 \cdot 10^{-9} C = 2 \cdot 10^{-8} C$

Α. ΘΜΚΕ: B → Γ:

$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_\Gamma - K_B = W_{F(B \to \Gamma)} \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m v_r^2 - 0 = q \cdot (V_B - V_\Gamma) \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m v_r^2 = q \cdot \left(K_c \frac{Q}{r_1} - K_c \frac{Q}{r_2} \right) \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m v_r^2 = K_c Q q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m v_r^2 = K_c Q \cdot q \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}$

$$\frac{1}{2}\cdot 10^{-2}\cdot v_r^2 = 9\cdot 10^{9}\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{-8}\cdot \frac{0{,}6-0{,}3}{0{,}6\cdot 0{,}3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot 10^{-2}\cdot v_r^2 = 18\cdot 10^{-3}\cdot \frac{0{,}3}{0{,}18} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot 10^{-2}\cdot v_r^2 = \frac{\cancel{18}^{\,1}\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-1}}{1\,\cancel{18}\cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$v_r^2 = \frac{6\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-1}}{10^{-4}} \Rightarrow v_r^2 = 6 \Rightarrow$$

$$v_r = \sqrt{6}\ \text{m/s}.$$

b) ΑΔΜΕ: B → ∞

$$K_B + U_B = K_\infty + U_\infty \Rightarrow$$

$$0 + k_c\frac{Qq}{r_1} = \frac{1}{2}mv_\infty^2 + 0 \Rightarrow$$

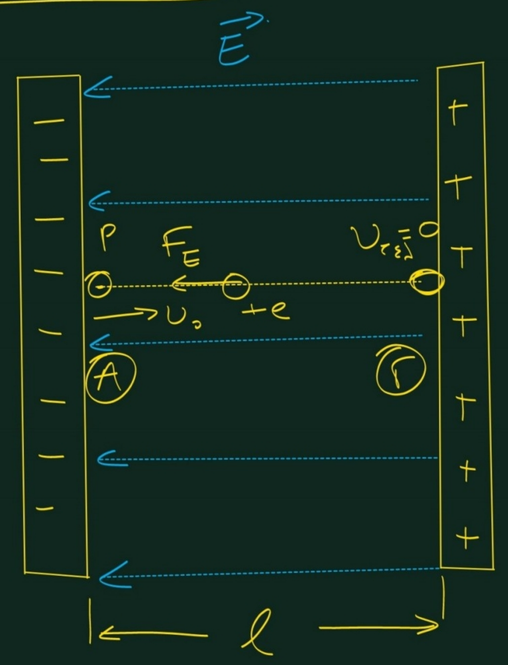
$$\frac{1}{2}m\cdot v_\infty^2 = \frac{k_c Q\cdot q}{r_1} \Rightarrow v_\infty^2 = \frac{2k_c Qq}{m\cdot r_1} \Rightarrow$$

$$v_\infty^2 = \frac{2\cdot 9\cdot 10^{9}\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{-8}}{10^{-2}\cdot 0{,}3} \Rightarrow$$

$$v_\infty^2 = \frac{18\cdot 2\cdot 10^{-3}}{3\cdot 10^{-3}} = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow v_\infty = \sqrt{12} \Rightarrow$$

$$v_\infty = 2\sqrt{3}\ \text{m/s}.$$

Ασκ. 91 σελ. 200.



$q_p = +e$

$F_E = q_p \cdot E = e \cdot \frac{V}{\ell}$ (σταθερή).

ΘΜΚΕ: A → Γ.

$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_\Gamma - K_A = W_{F_E}(A \to \Gamma) \Rightarrow$

$0 - \frac{1}{2} m_p \upsilon_0^2 = -F_E \cdot \ell \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m_p \cdot \upsilon_0^2 = e \frac{V}{\ell} \cdot \ell \Rightarrow \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = eV \Rightarrow$

$V = \frac{m\upsilon_0^2}{2e} \Rightarrow V = \frac{\cancel{1,6} \cdot 10^{-27} (5 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot \cancel{1,6} \cdot 10^{-19}} \Rightarrow$

$V = \frac{10^{-27} \cdot 25 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^{-19}} = \frac{25}{2} \cdot \frac{10^{-17}}{10^{-19}} = 12,5 \cdot 10^2 = 1.250$ Volt.

Ασκ. 92 σελ. 200

$m = 0{,}5\,g = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,kg = 5 \cdot 10^{-4}\,kg$

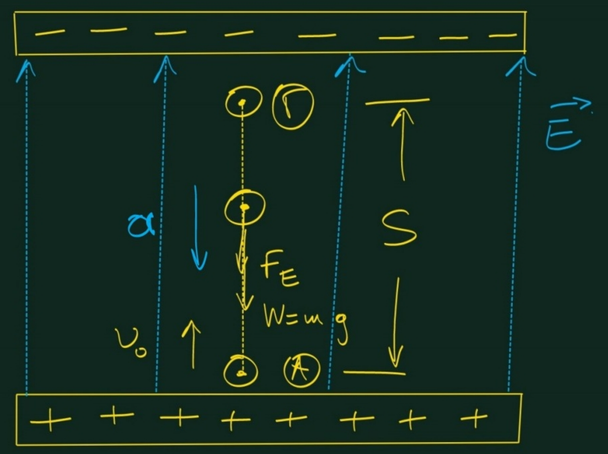
$U_0 = 85\,cm/s = 85 \cdot 10^{-2}\,m/s$

$q = -10^{-8}\,C$

$V = 4\,kV = 4 \cdot 10^{3}\,Volt$

$d = 4\,cm = 4 \cdot 10^{-2}\,m$

$g = 10\,m/s^2$



$$F_E = |q| \cdot E = |q| \cdot \frac{V}{d} \Rightarrow F_E = 10^{-8} \cdot \frac{4 \cdot 10^{3}}{4 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$F_E = 10^{-8} \cdot 10^{3-(-2)} \Rightarrow F_E = 10^{-8} \cdot 10^{5} \Rightarrow F_E = 10^{-3}\,N$$

$$W = mg = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \Rightarrow W = 5 \cdot 10^{-3}\,N$$

$$F_E + W = ma \Rightarrow$$

$$10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot a \Rightarrow$$

$$1 + 5 = 0{,}5 \cdot a \Rightarrow$$

$$a = 12\,m/s^2 \text{ (επιβράδυνση)}$$

ΘΜΚΕ: Α → Γ

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_\Gamma - K_A = W_{F_E} + W_W \Rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = -F_E \cdot S - W \cdot S \Rightarrow$$

$$\frac{m \upsilon_0^2}{2} = (F_E + W) \cdot S \Rightarrow$$

$$\frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot (85 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot S \Rightarrow$$

$$S = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 85^2 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-3}} = \frac{5 \cdot \left(\frac{170}{2}\right)^2}{12} \cdot 10^{-5} = \frac{\frac{10}{2} \cdot \left(\frac{1,7}{2}\right)^2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5}}{12} = \frac{\left(\frac{1,7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}}{12} \Rightarrow$$

$$S = \frac{\frac{2,89}{8}}{12} = \frac{2,89}{96} \Rightarrow$$

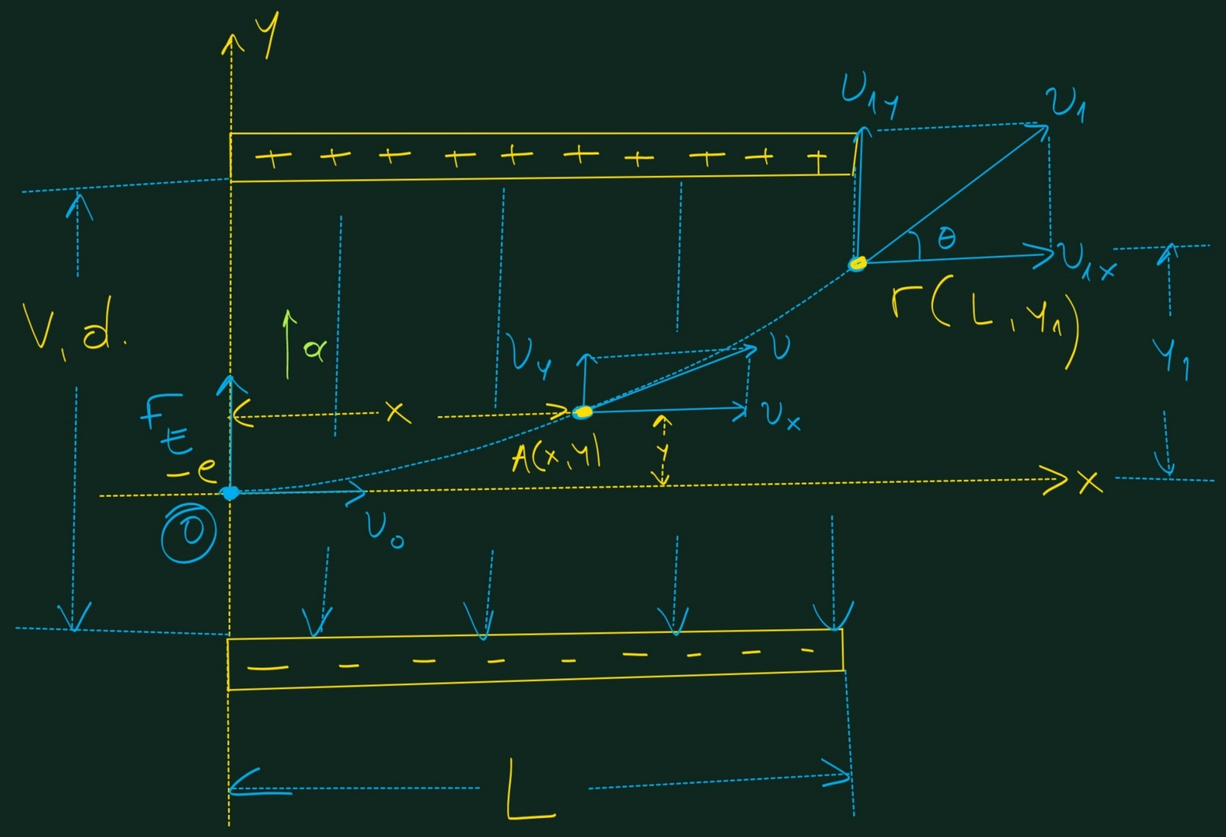
$$S \simeq 0,03\,m \text{ ή } S \cong 3\,cm$$

Άρα φτάνει σε απόσταση

$$d - S \simeq 4 - 3 = 1\,cm$$

από την αρνητική πλάκα.

Κίνηση με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές. (Οριζόντια βολή.)



Εξισώσεις κίνησης

Άξονας x :

$v_x = v_0$ (σταθερή)

$x = v_0 \cdot t$

Ευθύγραμμη ομαλή

Άξονας y :

$v_y = a \cdot t$

$y = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

$a =$ σταθερή

1. Χρόνος παραμονής

$$x = v_0 \cdot t \Rightarrow L = v_0 \cdot t_1 \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{L}{v_0}$$

2. Κατακόρυφη απόκλιση y_1 από την αρχική διεύθυνση.

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2$$

$$m_e a = F_E \Rightarrow m_e a = eE \Rightarrow m_e a = e\frac{V}{d} \Rightarrow a = \frac{eV}{m_e d}$$

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{eV}{m_e \cdot d} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2 \Rightarrow$$

$$y_1 = \frac{eVL^2}{2 m_e v_0^2 \cdot d}$$

3. Ταχύτητα εξόδου.

$$v_1^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_0^2 + (a \cdot t_1)^2 \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + (a t_1)^2} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eVL}{m_e \cdot d \cdot v_0}\right)^2}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_{1y}}{\upsilon_{1x}} = \frac{a t_1}{\upsilon_0} = \frac{eV}{m_e \cdot d} \cdot \frac{L}{\upsilon_0^2} \Rightarrow$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{eV \cdot L}{m_e \cdot \upsilon_0^2 \cdot d}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{y_1}{L - x_1} \Rightarrow \frac{a t_1}{\upsilon_0} = \frac{y_1}{L - x_1} \Rightarrow$$

$$\frac{a t_1^2}{2 \upsilon_0 t_1} = \frac{y_1}{L - x_1} \Rightarrow \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_1}{L - x_1} \Rightarrow$$

$$L - x_1 = x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{L}{2}$$

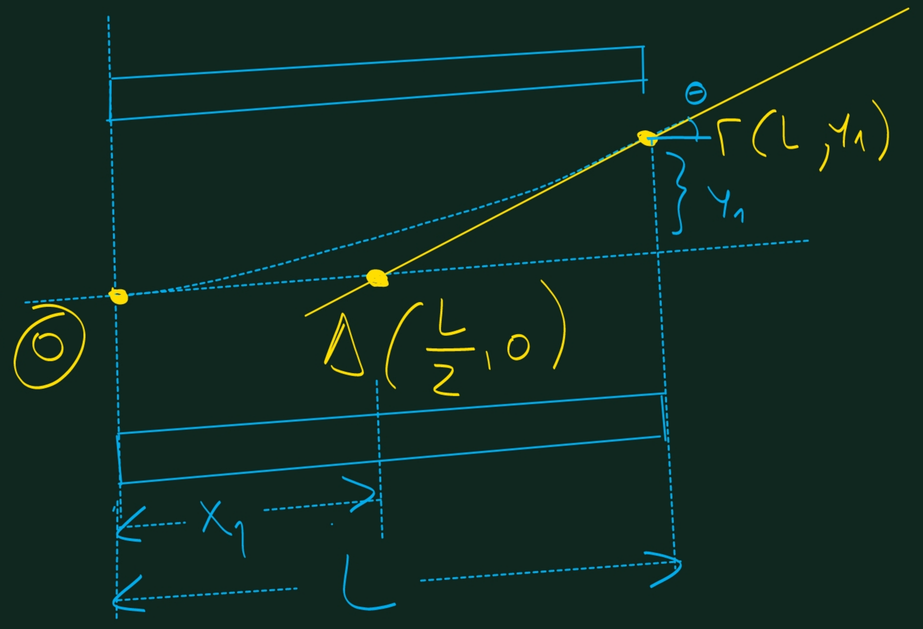
4. Εξίσωση τροχιάς.

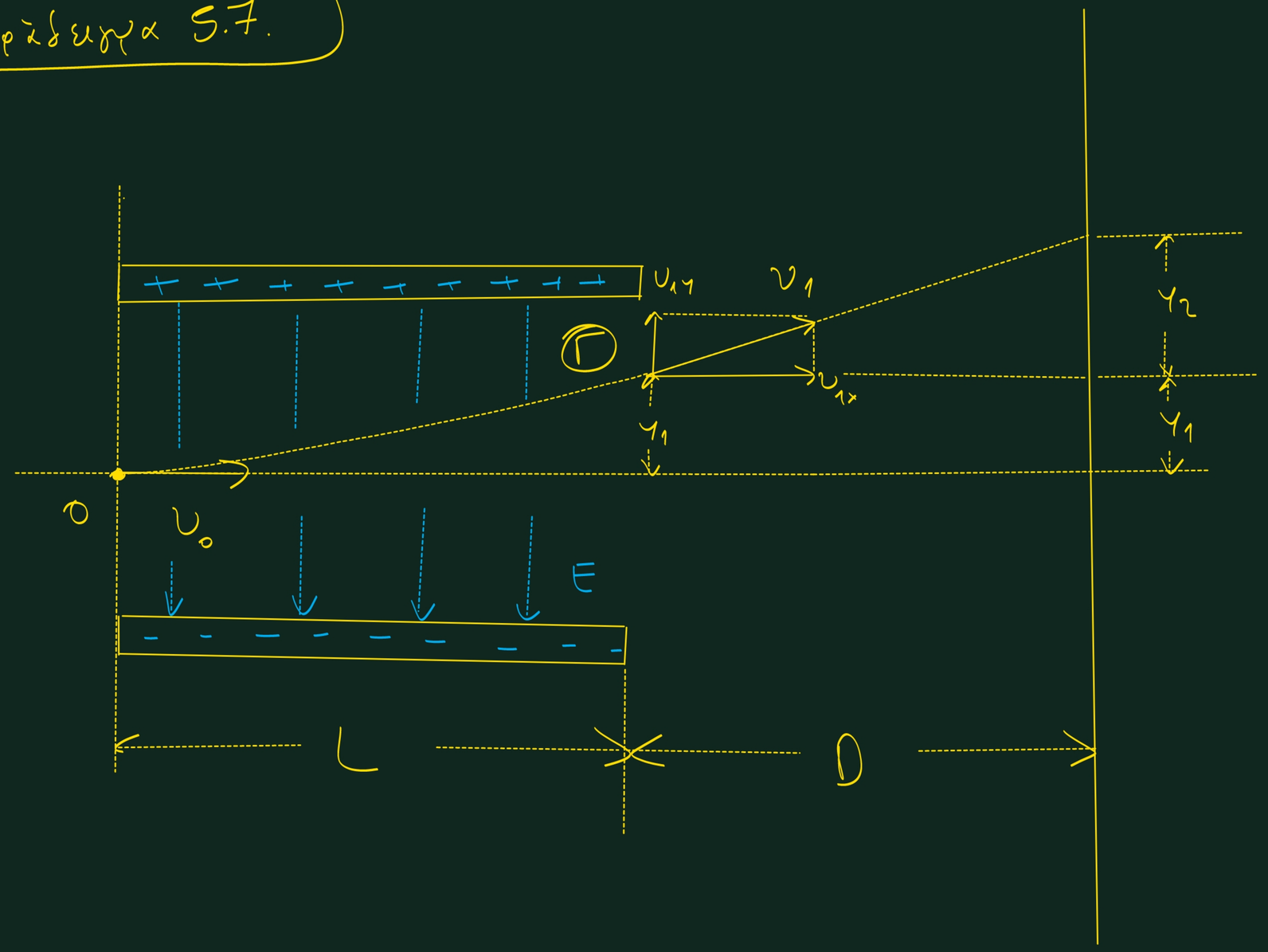
$$x = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0}$$

$$y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$y = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{x}{\upsilon_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{a}{2\upsilon_0^2} \cdot x^2$$

$$y = \frac{\frac{eV}{m_e d}}{2\upsilon_0^2} \cdot x^2 \Rightarrow y = \frac{eV}{2 m_e \upsilon_0^2 \cdot d} \cdot x^2$$ παραβολή.



Η εφαπτομένη της παραβολής τέμνει τον άξονα x στο μισό της τετμημένης.

Παράδειγμα 5.7.