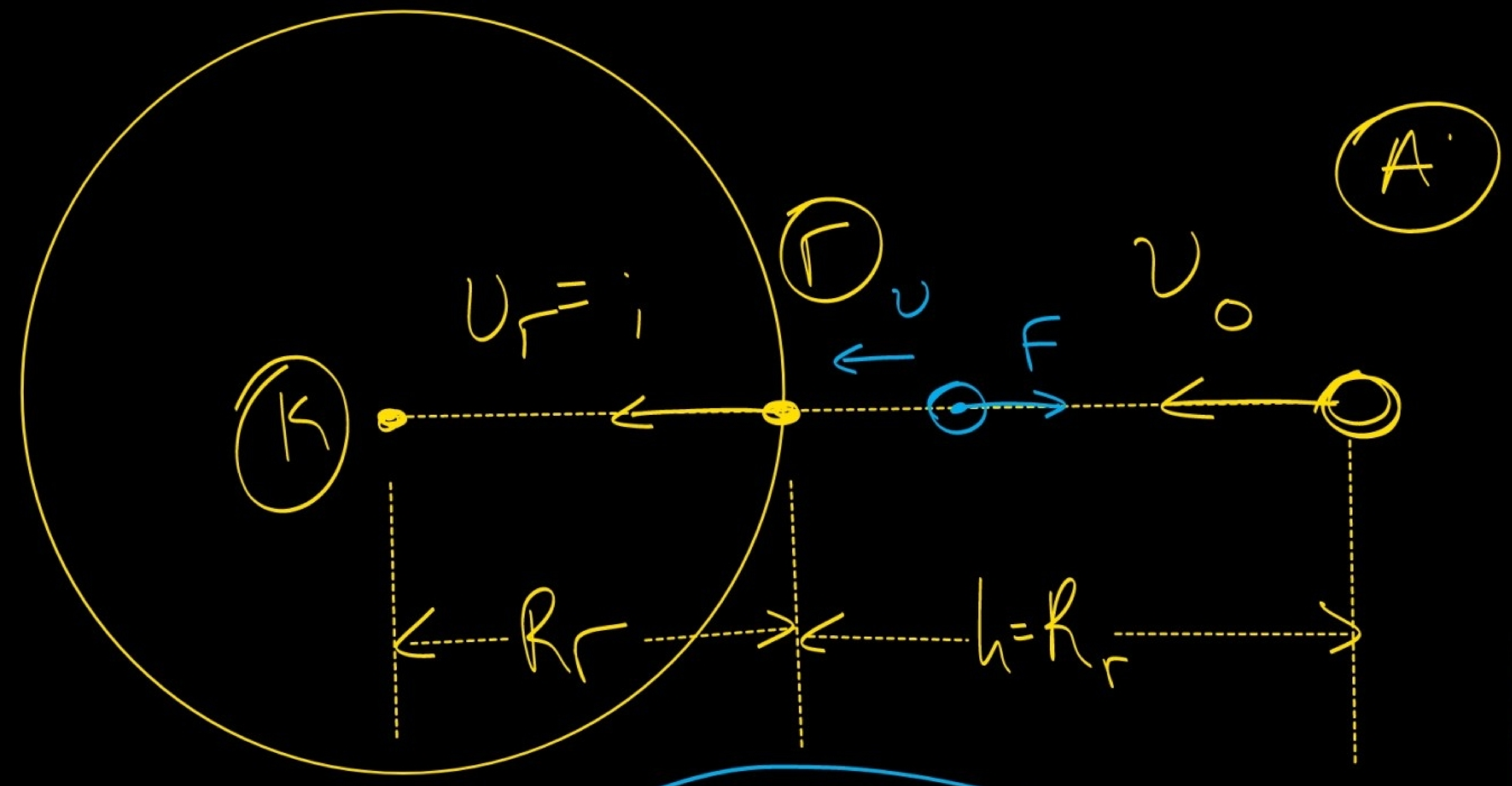
Ασκ. 104 σελ. 203

α) ΑΔΕ: Α → Γ: $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} \Rightarrow$



$R_\Gamma = 6.400\,km = 6{,}4 \cdot 10^3\,km =$
$= 6{,}4 \cdot 10^6\,m.$

$$\frac{\upsilon_0^2}{2} - \frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2} - \frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma} \Rightarrow$$

$$\upsilon_0^2 - \frac{2g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} = \upsilon_\Gamma^2 - 2g_0 R_\Gamma \Rightarrow$$

$$\upsilon_0^2 - g_0 R_\Gamma = \upsilon_\Gamma^2 - 2g_0 R_\Gamma \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma^2 = \upsilon_0^2 + g_0 R_\Gamma = (8 \cdot 10^3)^2 + 10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma^2 = (8 \cdot 10^3)^2 + (8 \cdot 10^3)^2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma^2 = 2 \cdot (8 \cdot 10^3)^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma = 8\sqrt{2} \cdot 10^3\,m/s.$$

Με ΘΜΚΕ θα είχαμε: ΘΜΚΕ: (Α)→(Γ): $\Delta K = W_{(A\to\Gamma)} \Rightarrow K_\Gamma - K_A = m(V_A - V_\Gamma) \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m v_\Gamma^2 - \frac{1}{2}m v_0^2 = m\cdot\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} - \left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}\right)\right) \Rightarrow$$

$$v_\Gamma^2 - v_0^2 = -\frac{2g_0R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{2g_0R_\Gamma^2}{R_\Gamma} \Rightarrow$$

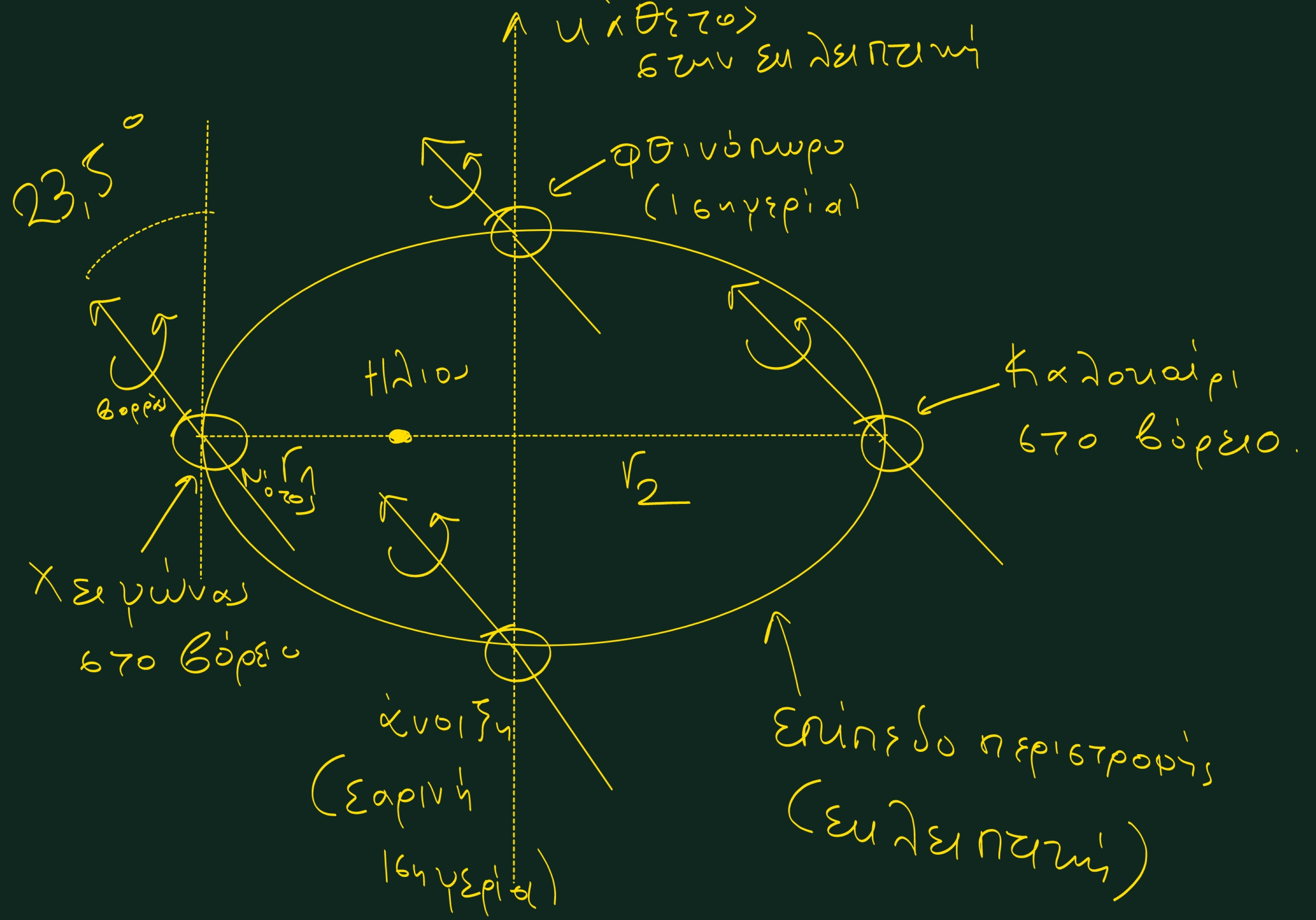
$$v_\Gamma^2 = v_0^2 + g_0R_\Gamma.$$

β) ΘΜΚΕ: (Α)→(Γ): $\Delta K = W_{(A\to\Gamma)} + W_F \Rightarrow \overset{0}{\cancel{K_\Gamma}} - K_A = m(V_A - V_\Gamma) - F\cdot h \Rightarrow$

$$-\frac{1}{2}m v_0^2 = m\left(-\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}\right) - F\cdot h \Rightarrow F\cdot h = m\left(-\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} + \frac{2GM_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) \Rightarrow$$

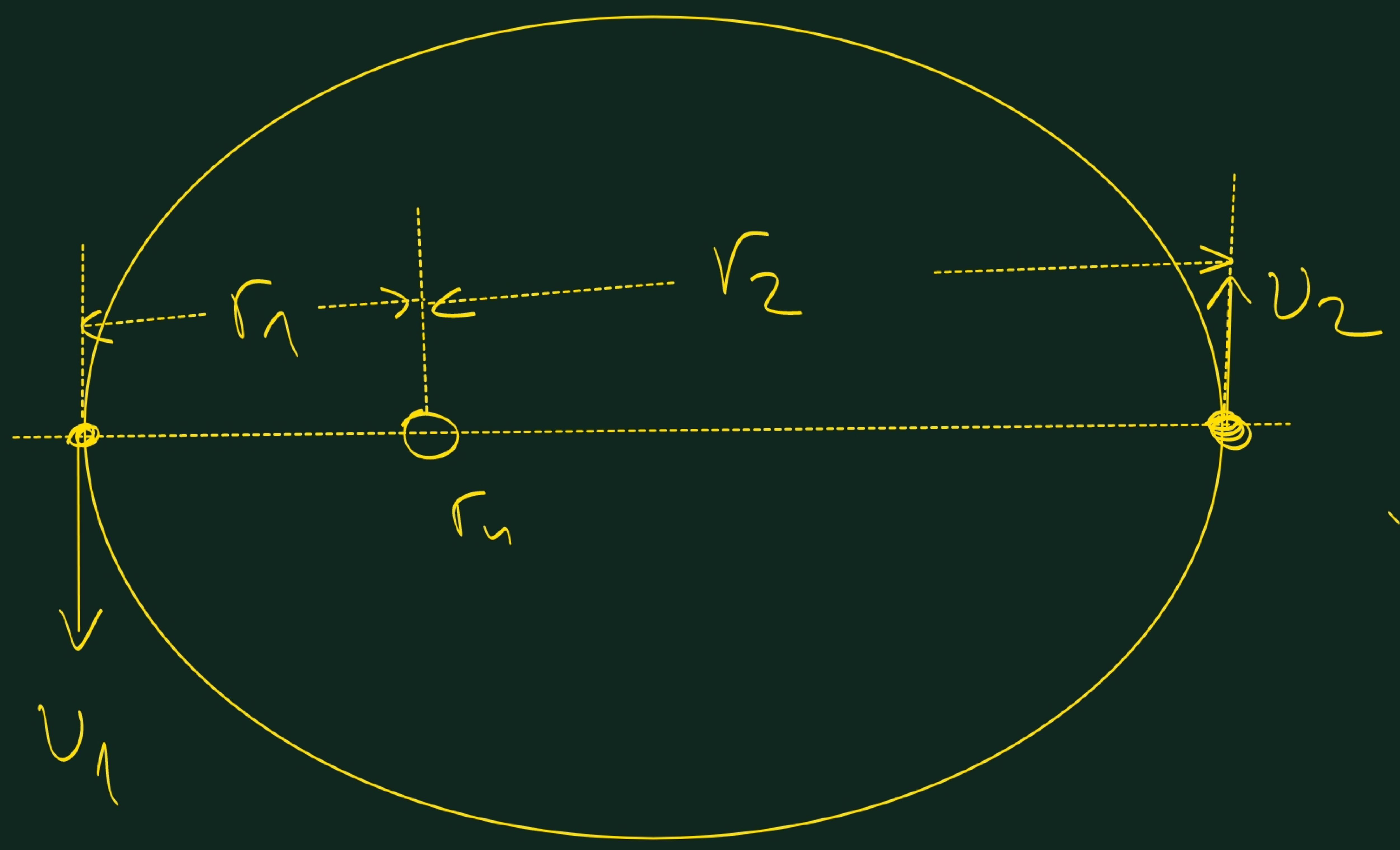
$$F\cdot h = \frac{GM_\Gamma m}{2R_\Gamma} \Rightarrow F\cdot R_\Gamma = \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} \Rightarrow F\cdot R_\Gamma = \frac{g_0R_\Gamma^2\cdot m}{R_\Gamma} \Rightarrow F = \frac{mg_0\cancel{R_\Gamma^2}}{\cancel{R_\Gamma^2}}$$

$$F = mg_0 = 8\cdot10^3\cdot10 \Rightarrow F = 8\cdot10^4\,N$$


κάθετος
στην ελλειπτική
23,5°
φθινόπωρο
(ισημερία)
Καλοκαίρι
στο βόρειο.
Ήλιος
βορράς
νότος
r_2
Χειμώνας
στο βόρειο
άνοιξη
(εαρινή
ισημερία)
Επίπεδο περιστροφής
(ελλειπτική)

Ασκ. 105.

$r_1 = 7\cdot 10^6\, m$, $r_2 = 9\cdot 10^6\, m$, $\upsilon_1 = 8\cdot 10^3\, m/s$.



α) Δεδομένου ότι η δύναμη της βαρύτητας που ασκεί η Γη στο δορυφόρο είναι κεντρική, η περιστροφική στροφορμή του διατηρείται.

$$L = m\upsilon r$$

Άρα:

$$L_1 = m\upsilon_1 \cdot r_1$$
$$L_2 = m\cdot \upsilon_2 \cdot r_2$$
$$L_1 = L_2$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\upsilon_1 r_1 = \cancel{m}\upsilon_2 r_2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 r_1 = \upsilon_2 r_2 \Rightarrow$$

$$8\cdot 10^3 \cdot 7\cdot \cancel{10^6} = \upsilon_2 \cdot 9 \cdot \cancel{10^6} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{56}{9}\cdot 10^3\, m/s = \left(6 + \frac{2}{9}\right)\cdot 10^3 \simeq 6,22\cdot 10^3\, m/s.$$

β' τρόπος (Με διατήρηση ενέργειας).

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m \upsilon_1^2 - \frac{G M_r \cdot m}{r_1} = \frac{1}{2} m \upsilon_2^2 - \frac{G M_r \cdot m}{r_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1^2 - \frac{2 G M_r}{r_1} = \upsilon_2^2 - \frac{2 G M_r}{r_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 - \frac{2 G M_r}{r_1} + \frac{2 G M_r}{r_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 - 2 G M_r \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 - 2 g_0 R_r^2 \left(\frac{\overset{r_2}{1}}{r_1} - \frac{\overset{r_1}{1}}{r_2}\right) \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 - 2 g_0 R_r^2 \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 - 2 \cdot 10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2 \cdot \frac{9 \cdot 10^6 - 7 \cdot 10^6}{7 \cdot 9 \cdot 10^{12}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 = (8 \cdot 10^3)^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{6{,}4^2 \cdot \cancel{10^{12}} \cdot 2 \cdot 10^6}{63 \cdot \cancel{10^{12}}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2^2 = (8 \cdot 10^3)^2 - 2 \cdot \frac{64 \cdot 6{,}4 \cdot 2 \cdot 10^6}{63} \simeq$$

$$64 \cdot 10^6 - 25{,}6 \cdot 10^6 =$$

$$= 38{,}4 \cdot 10^6 \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 \simeq 6{,}16 \cdot 10^3 \ m/s.$$