Ασκ. 7 σελ. 69

A. $\upsilon = at$ (αφού $\upsilon_0 = 0 m/s$)

Άρα: $\upsilon = 2 \cdot 15 = 30 m/s$

B. $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2 \Rightarrow$

$\Delta x = 225 m$

$\Delta x = S$ (διάστημα)

↑

μετατόπιση.

Τύποι

$\upsilon = \upsilon_0 + at$ επιταχυνόμενη

$\upsilon = \upsilon_0 - at$ επιβραδυνόμενη

$\upsilon = at$ (αν $\upsilon_0 = 0$)

$\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ επιταχυνόμενη

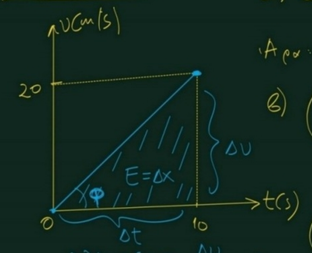
$\Delta x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ επιβραδυνόμενη

$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$ (αν $\upsilon_0 = 0$)

$\Delta x = x - x_0 = x = S$ (αν έχουμε κίνηση σταθερής κατεύθυνσης)

αν $x_0 = 0$

Ασκ. 8 σελ. 69



κλίση = εφφ = $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \alpha$

α) $E = |\Delta x| = S$ (ισοταχής φορά)

Άρα $S = E = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100\,m$

β) $0 \xrightarrow{1^\circ} 1 \xrightarrow{2^\circ} 2 \xrightarrow{3^\circ} 3$

$x = x(t)$

$x(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-0} = 2\,m/s^2$

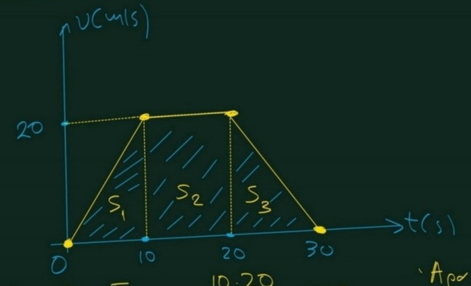
$x(1) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 1\,m$

$x(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = 4\,m$

Άρα στο 2° δευτερόλεπτο διανύει διάστημα

$S = x(2) - x(1) = 4 - 1 = 3\,m$

Ασκ. 9 σελ. 70



Από $0 \to 10\,sec$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη επειδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή.

Εναλλακτικά:

$$S_{ολ} = E_{τραπεζίου} = \frac{B+b}{2} \cdot ύψος = \frac{30+10}{2} \cdot 20 = 400\,m$$

Α. $S_1 = E_{τριγ} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100\,m$

$S_2 = E_{ορθογωνίου} = 10 \cdot 20 = 200\,m$

$S_3 = E_{τριγ} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100\,m$

Άρα: $S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 = 400\,m$

Β. $υ_{μέση} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{400}{30} \Rightarrow$

$υ_μ = \frac{40}{3}\,m/s.$

Ασκ. 10 σελ. 70

$$\upsilon = 8 + 2t \ (SI)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 + at$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = 8\,m/s, \quad a = 2\,m/s^2$$

$$S = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = S(t)$$

$$S(t) = 8t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$S(t) = 8t + t^2$$

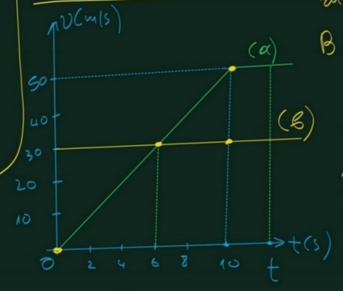
$$S(2) = 8 \cdot 2 + 2^2 = 16 + 4 = 20\,m$$

$$S(4) = 8 \cdot 4 + 4^2 = 32 + 16 = 48\,m$$

Άρα από 2 γέκρι 4sec διένυσε διάστημα:

$$S = S(4) - S(2) = 48 - 20 = 28\,m$$

Ασκ. 11 σελ. 70



Α. Έχουν την ίδια ταχύτητα τη στιγμή $t_1 = 6\,sec$.

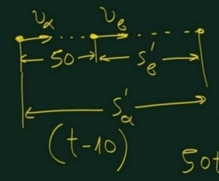
Β. $S_\alpha = \frac{10 \cdot 50}{2} = 250\,m$

$S_\beta = 30 \cdot 10 = 300\,m$

$S_\beta - S_\alpha = 50\,m$

Άρα το (β) βρίσκεται 50m υπροστά από το (α)

γ)



$$S'_\alpha = 50 + S'_\beta \Rightarrow$$

$$\upsilon_\alpha \cdot (t-10) = 50 + \upsilon_\beta (t-10) \Rightarrow$$

$$50(t-10) = 50 + 30(t-10) \Rightarrow$$

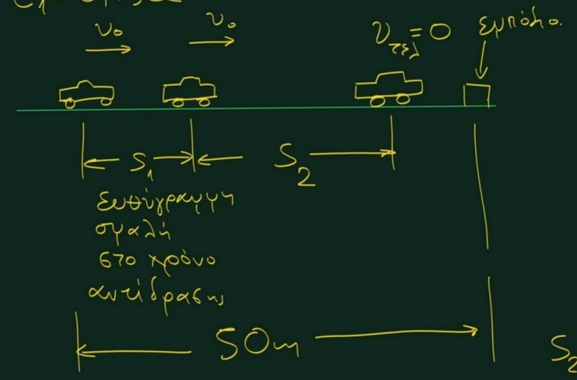
$$50t - 500 = 50 + 30t - 300 \Rightarrow$$

$$20t = 550 - 300 \Rightarrow t = 12{,}5\,sec$$

Ασκ. 13 | σελ. 70

$$\upsilon_0 = 72\ km/h = \frac{72 \cdot 1000}{3600}\ m/s = \frac{720}{36} = 20\ m/s.$$

$t_1 = 0{,}7\ sec$



$a = 10\ m/s^2$ (επιβράδυνση)

S_1 = διάστημα στο χρόνο αντίδρασης.

$S_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 = 20 \cdot 0{,}7 = 14\ m$

S_2 = διάστημα φρεναρίσματος.

$$S_2 = \upsilon_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} a \cdot t_2^2$$

t_2 = χρόνος φρεναρίσματος.

$\upsilon = \upsilon_0 - at \Rightarrow 0 = \upsilon_0 - a t_2 \Rightarrow \upsilon_0 = a t_2 \Rightarrow$

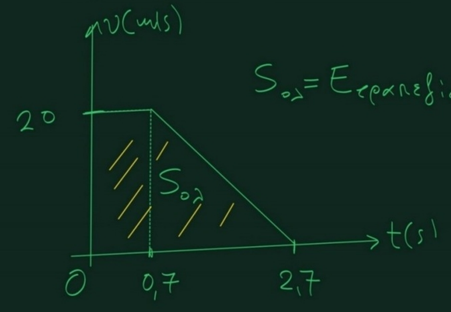
$20 = 10 t_2 \Rightarrow t_2 = 2\ sec$

$$S_2 = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 40 - 20 = 20\ m$$

$S_1 + S_2 = 14 + 20 = 34\ m < 50\ m$ άρα αποφεύγει το εμπόδιο.

β' τρόπος (με διάγραμμα)

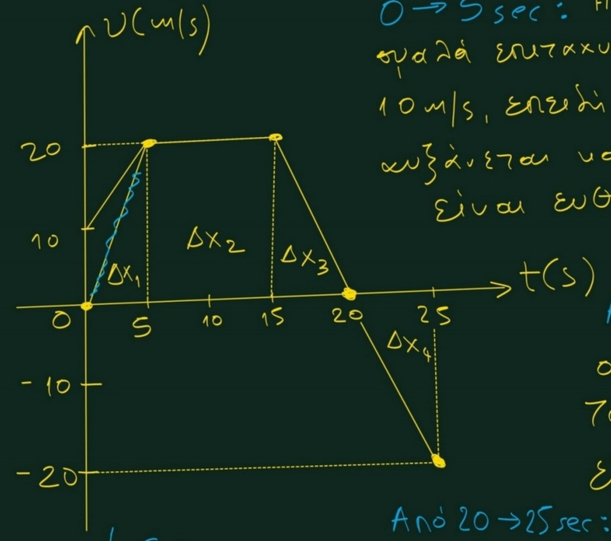
$t_1 = 0{,}7\ sec$ $t_2 = 2\ sec$ (από τον α' τρόπο)



$$S_{01} = E_{τραπεζίου} = \frac{B+b}{2} \cdot υψος = \frac{2{,}7+0{,}7}{2} \cdot 20 = \frac{3{,}4 \cdot 20}{2} \Rightarrow$$

$$S_{01} = 34\ m < 50\ m$$

Ασκ. 19 σελ. 71.



$\upsilon = \upsilon_0 + at$ (1ου βαθμού)

$\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (2ου βαθμού)

Α. Περιγραφή κίνησης (με λεκτικό λόγο).

0 → 5 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα 10 m/s, επειδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία (1ου βαθμού).

Από 5 → 15 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Από 15 → 20 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη επειδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία 1ου βαθμού.

Από 20 → 25 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη αντίθετης φοράς, επειδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία.

Β. Από 0 → 5 sec:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{20-10}{5-0} = \frac{10}{5} = 2\,m/s^2$$

Από 5 → 15 sec είναι:

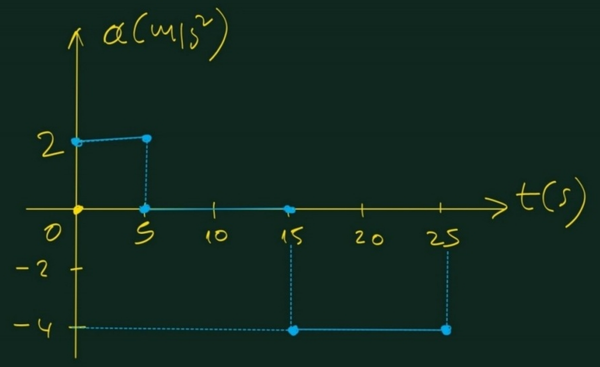
$$\alpha = \frac{20-20}{15-5} = 0\,m/s^2 \text{ (ευθ. ομαλή)}$$

Από 15 → 20 sec είναι:

$$\alpha = \frac{0-20}{20-15} = \frac{-20}{5} = -4\,m/s^2$$

Από 20 → 25 sec:

$$\alpha = \frac{-20-0}{25-20} = \frac{-20}{5} = -4\,m/s^2$$



Γ. Από 0 → 5 sec:

$$\Delta x_1 = \frac{B+b}{2} \cdot \text{ύψος} = \frac{10+20}{2} \cdot 5 = 15 \cdot 5 = 75\,m$$

Από 5 → 15 sec

$$\Delta x_2 = 20 \cdot 10 = 200\,m$$

Από 15 → 20 sec

$$\Delta x_3 = \frac{\text{βάση} \times \text{ύψος}}{2} = \frac{5 \cdot 20}{2} = 50\,m$$

Από 20 → 25 sec:

$$\Delta x_4 = \frac{5 \cdot (-20)}{2} = -50\,m$$

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 =$$

$$= 75 + 200 + 50 - 50 = 275\,m$$

$$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| =$$

$$= 75 + 200 + 50 + |-50| = 375\,m$$

Δ. $U_{μέση} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{375}{25} = 15\,m/s$.

Ε. Να γίνει η γραφική παράσταση θέσης-χρόνου (x-t) αν γνωρίζουμε ότι:

$X_0 = X(0) = 0$.

Από 0 → 5 sec:

$\Delta x_1 = X(5) - X(0) \Rightarrow 75 = X(5) - 0 \Rightarrow$

$X(5) = 75\,m$ $\quad$ $X(0) = 0\,m$

Από 5 → 15 sec:

$\Delta x_2 = X(15) - X(5) \Rightarrow 200 = X(15) - 75 \Rightarrow$

$X(15) = 275\,m$

Από 15 → 20 sec:

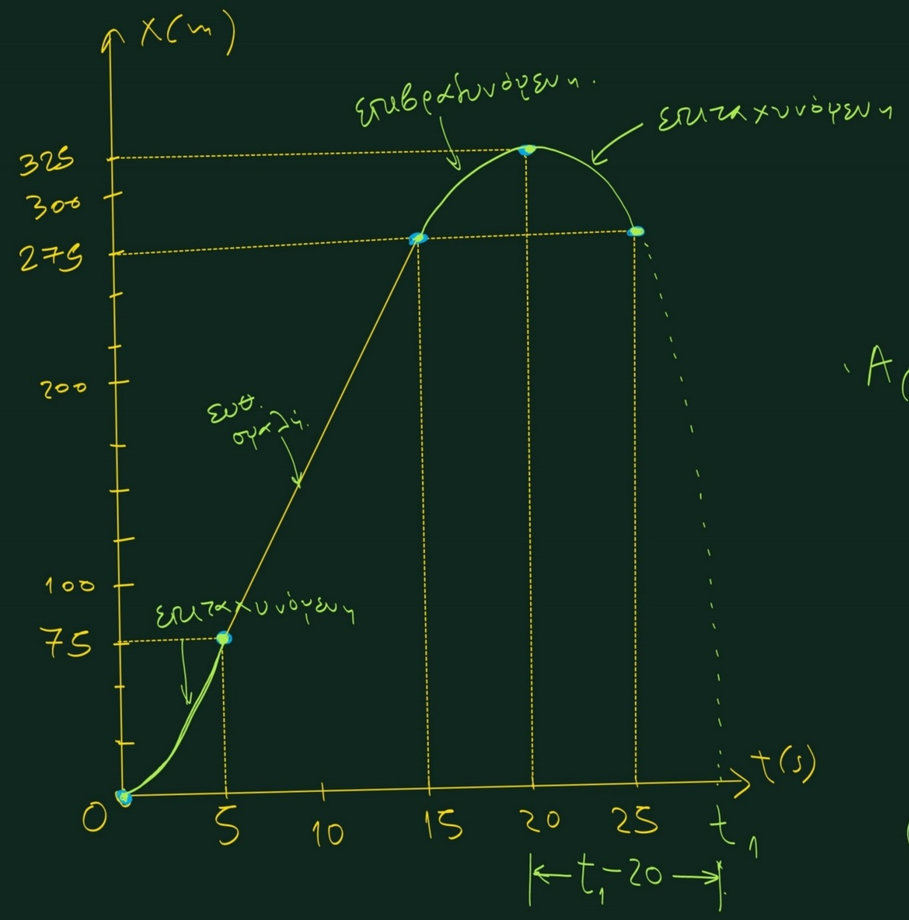
$\Delta x_3 = X(20) - X(15) \Rightarrow 50 = X(20) - 275 \Rightarrow$

$X(20) = 325\,m$.

Από 20 → 25 sec:

$\Delta x_4 = X(25) - X(20) \Rightarrow -50 = X(25) - 325 \Rightarrow$

$X(25) = 275\,m$



2. Τη στιγμή t_1 το κινητό επιστρέφει στην αρχή διανύοντας την απόσταση των 325m με επιτάχυνση $4\,m/s^2$ σε χρόνο (t_1-20)sec

Άρα: $S=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$$325=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot (t_1-20)^2 \Rightarrow$$

$$(t_1-20)^2=\frac{325}{2}=\frac{650}{4} \Rightarrow$$

$$t_1-20=\frac{\sqrt{650}}{2} \Rightarrow t_1=20+\frac{\sqrt{650}}{2}\ sec$$

($t_1>20$sec, άρα παίρνουμε μόνο τη θετική ρίζα)

Ερ. 16 σελ. 64

	t(s)	υ(m/s)	s(m)
1η γραμμή	0	0	0
2η "	1	2	1
3η "	2	4	4
4η "	4	8	16

Από την 1η γραμμή συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε οι τύποι που χρησιμοποιούμε είναι οι:

$$\upsilon = a \cdot t \quad \text{και} \quad s = \frac{1}{2} a t^2.$$

2η γραμμή: $\upsilon = a \cdot t \Rightarrow 2 = a \cdot 1 \Rightarrow a = 2\,m/s^2$

Άρα: $s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 1\,m$

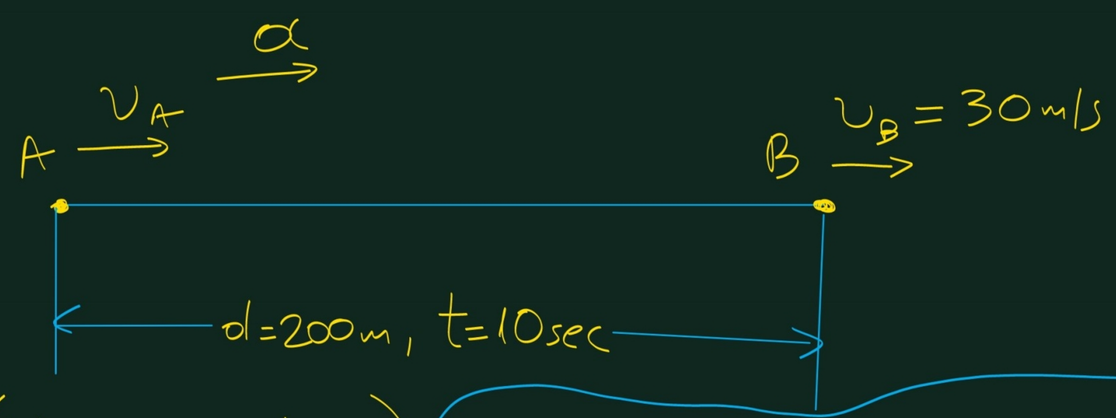
3η γραμμή: $s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2\,sec$

$\upsilon = a \cdot t \Rightarrow \upsilon = 2 \cdot 2 = 4\,m/s$

4η γραμμή: $\upsilon = a \cdot t \Rightarrow 8 = 2 \cdot t \Rightarrow t = 4\,sec$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16\,m$$

Ασκ. 12 σελ. 70.



$$\begin{cases} v = v_0 + \alpha t \\ S = v_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

$v_B = v_A + \alpha \cdot t \Rightarrow 30 = v_A + \alpha \cdot 10 \Rightarrow v_A = 30 - 10 \cdot \alpha \quad (1)$

$d = v_A \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Rightarrow 200 = v_A \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot 10^2 \Rightarrow$

$20\cancel{0} = 1\cancel{0} \cdot v_A + 5\cancel{0} \cdot \alpha \Rightarrow$

$20 = v_A + 5\alpha \Rightarrow v_A = 20 - 5\alpha \quad (2)$

Άρα από τις (1) και (2) έχουμε:

$30 - 10\alpha = 20 - 5\alpha \Rightarrow$

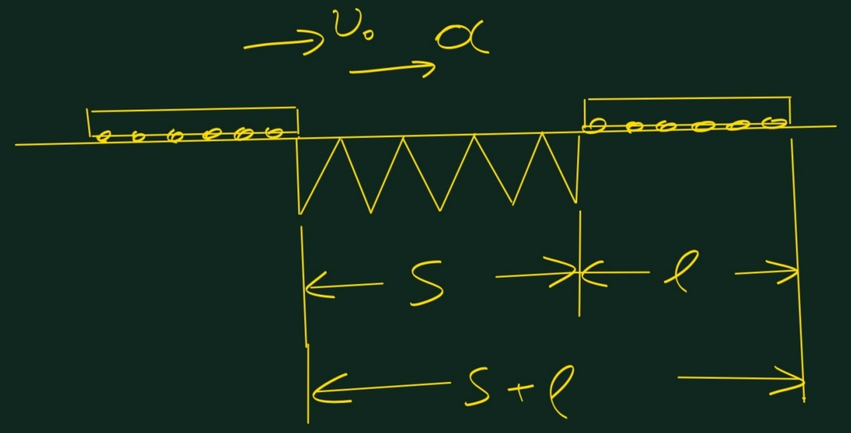
$30 - 20 = 10\alpha - 5\alpha \Rightarrow$

$10 = 5\alpha \Rightarrow \alpha = 2 m/s^2$

$v_A = 20 - 5 \cdot \alpha = 20 - 5 \cdot 2 \Rightarrow$

$v_A = 10 m/s$

Ασκ. 14 σελ. 70



$v_0 = 20\,m/s$

$\alpha = 2\,m/s^2$

$S = 55\,m$

$\ell = 70\,m.$

$\left(S = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2\right)$

$S + \ell = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Rightarrow 125 = 20 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow$

$125 = 20t + t^2 \Rightarrow t^2 + 20 \cdot t - 125 = 0$

$\alpha = 1,\ \beta = 20,\ \gamma = -125.$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 20^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-125) = 400 + 500 =$
$= 900.$

$t_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-20 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{-20 \pm 30}{2} \Rightarrow$

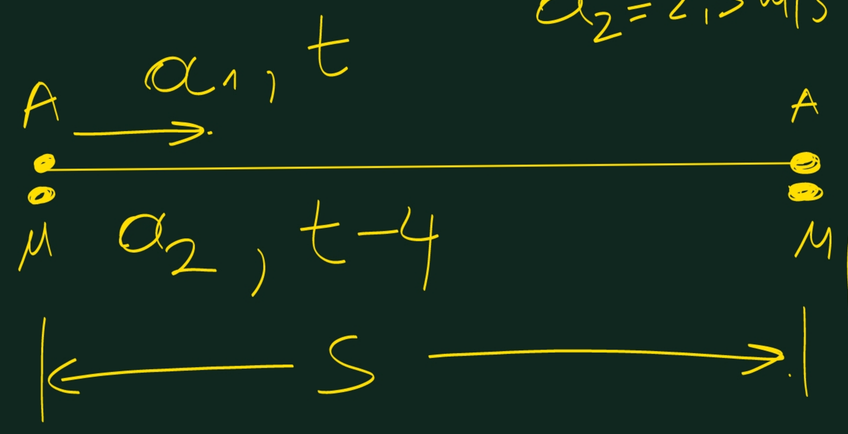
$t_1 = \frac{-20+30}{2} = 5\,sec$ δεκτή.

$t_2 = \frac{-20-30}{2} = -25\,sec$ απορρίπτεται.

Ασκ. 18 σελ. 71

$a_1 = 1{,}6\ m/s^2$

$a_2 = 2{,}5\ m/s^2$



Α. Τα οχήματα ξεκινούν χωρίς αρχική ταχύτητα. Το αυτοκίνητο κινείται επί χρόνο t και η μηχανή επί χρόνο $t-4$

Άρα: $S = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} a_2 (t-4)^2$

Άρα: $\frac{1}{2} \cdot 1{,}6 t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 (t-4)^2 \Rightarrow 16t^2 = 25(t-4)^2 \Rightarrow$

$(5(t-4))^2 = (4t)^2$

Αν $\alpha^2 = \beta^2 \Leftrightarrow \alpha = \pm \beta$.

Άρα: $5(t-4) = \pm 4t$

1η λύση: $5(t-4) = 4t \Rightarrow$

$5t - 20 = 4t \Rightarrow t = 20\,sec$ δεκτή

2η λύση: $5(t-4) = -4t \Rightarrow$

$5t - 20 = -4t \Rightarrow 9t = 20 \Rightarrow$

$t = \frac{20}{9}$ απορρίπτεται επειδή $t - 4 > 0 \Rightarrow t > 4\,sec$

$S = \frac{1}{2} a_1 t^2 =$

$= \frac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 20^2 =$

$= 0{,}8 \cdot 400 \Rightarrow$

$S = 320\,m$

Β. $U_1 = a_1 t \Rightarrow$

$U_1 = 1{,}6 \cdot 20 = 32\,m/s$.

$U_2 = a_2 (t-4) \Rightarrow$

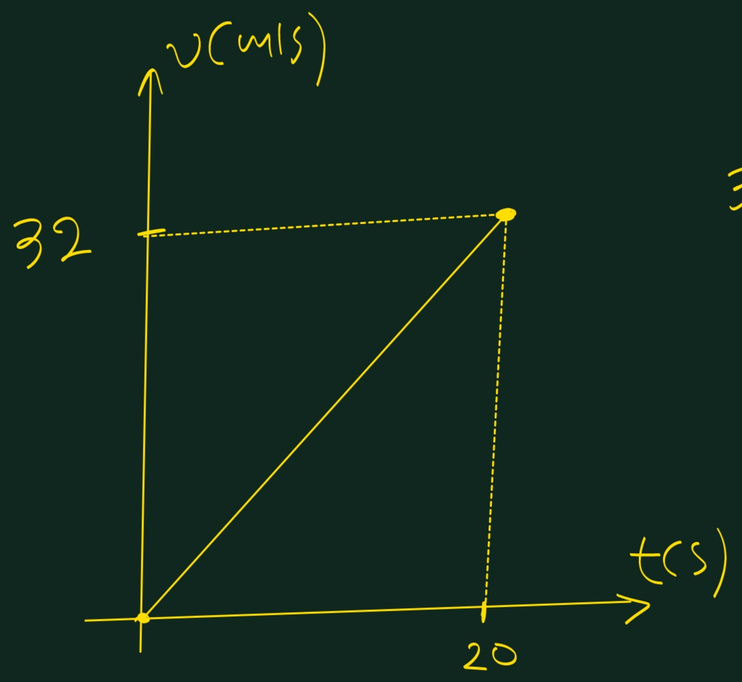
$U_2 = 2{,}5 \cdot 16 \Rightarrow$

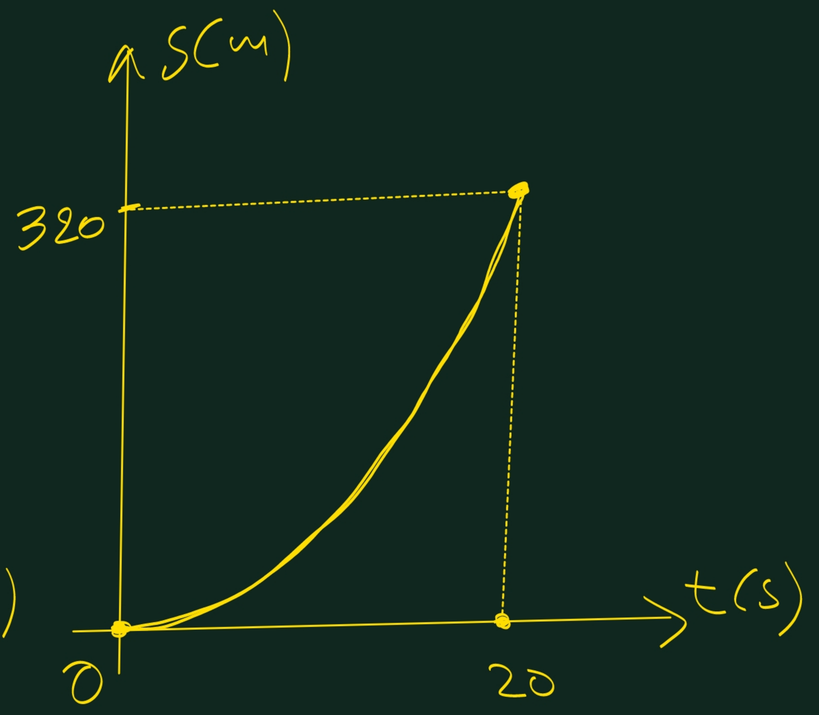
$U_2 = 40\,m/s$.

Μέση ταχύτητα αυτοκινήτου.

$$U_\gamma = \frac{S}{t} = \frac{320}{20} = 16 m/s$$

Γ. Διαγράμματα $U = f(t)$ και $S = f(t)$ για το αυτοκίνητο.





$$U(t) = 1,6t \quad 0 \le t \le 20 sec$$

$$S(t) = \frac{1}{2} \cdot 1,6t^2 = 0,8t^2$$

(SI)

Ασκ. 17 σελ. 71

A. $U_0 = 10\,m/s$.

$a = 2\,m/s^2$ (επιβραδύνση)

$U = U_0 - at$

$S = U_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$

$\frac{U_0}{2} = 5\,m/s$ (υποδιπλασιασμός)

Άρα: $(U = U_0 - at) \Rightarrow 5 = 10 - 2t_1 \Rightarrow$

$2t_1 = 5 \Rightarrow t_1 = 2{,}5\,sec$

$S_1 = U_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = 10 \cdot 2{,}5 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 2{,}5^2 = 25 - 6{,}25 = 18{,}75\,m$

B. $(U = U_0 - at) \Rightarrow 0 = 10 - 2 \cdot t_2 \Rightarrow$

$2t_2 = 10 \Rightarrow t_2 = 5\,sec$

$S_2 = U_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = 10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 =$

$= 50 - 25 = 25\,m.$