Ασκ. 7 σελ. 69

A. $\upsilon = at \Rightarrow$

$\upsilon = 2 \cdot 15 \Rightarrow$

$\upsilon = 30 m/s$.

B. $\Delta x = S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2 \Rightarrow$

$S = 225 m$.

Ταχύτητα

$\upsilon = \upsilon_0 + at$ (επιταχυνόμενη)

$\upsilon = \upsilon_0 - at$ (επιβραδυνόμενη)

$\upsilon = at$ (αν $\upsilon_0 = 0$)

Θέση-μετατόπιση

$\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (επιταχυνόμενη)

$\Delta x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ (επιβραδυνόμενη)

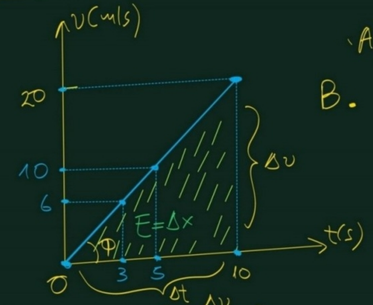
$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$ (αν $\upsilon_0 = 0$)

$\Delta x = x - x_0 = x = S$

S = διάστημα

$S = |\Delta x|$ για σταθερή κατεύθυνση

Ασκ. 8 σελ. 69



κλίση = εφφ = $a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$a = \frac{20-0}{10-0} \Rightarrow a = 2\,m/s^2$

Α. $\Delta x = S = E_{τραπεζίου} = \frac{βάση \cdot ύψος}{2} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100$

Άρα: $\Delta x = 100\,m$

Β. $0 \xrightarrow{1^o} 1 \xrightarrow{2^o} 2 \xrightarrow{3^o} 3$

$x = S = \Delta x$ (στα θετικά κατεύθυνση)

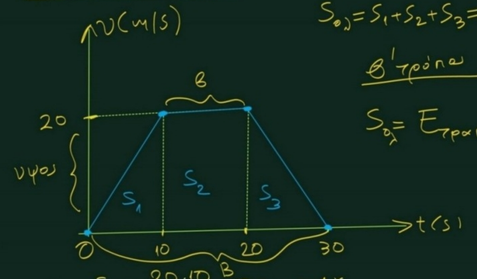
$S(t) = \frac{1}{2} a t^2 = x(t)$

$S(1) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1\,m$

$S(2) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4\,m$

Άρα: $S = S(2) - S(1) = 4 - 1 = 3\,m$

Ασκ. 9 σελ. 70



$S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 = 400\,m$

Β' τρόπος

$S_{ολ} = E_{τραπεζίου} = \frac{B+b}{2} \cdot ύψος$

Α. $S_1 = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100\,m = \Delta x_1$

$S_2 = 10 \cdot 20 = 200\,m = \Delta x_2$

$S_3 = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100\,m = \Delta x_3$

Ασκ. 10 σελ. 70)

$v = 8 + 2t$ (SI)

$v = v_0 + at$

Επιταχυνόμενη κί:

$v_0 = 8\,m/s$ και

$a = 2\,m/s^2$

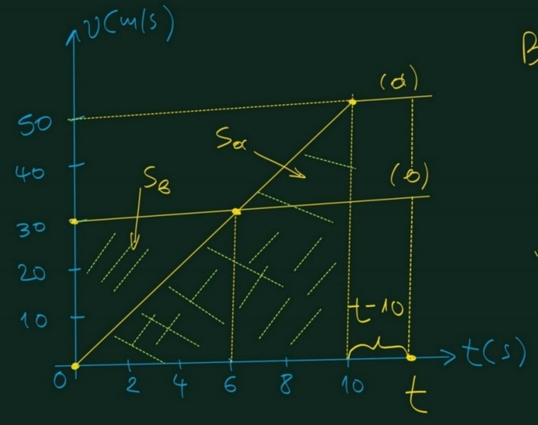
$\Delta x = S(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$S(2) = 8 \cdot 2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 2^2 = 16 + 4 = 20\,m$

$S(4) = 8 \cdot 4 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 4^2 = 32 + 16 = 48\,m$

Άρα: $S = S(4) - S(2) = 48 - 20 = 28\,m.$

Ασκ. 11 σελ. 70



Α. Τη στιγμή $t_1 = 6\,sec$ έχουν την ίδια ταχύτητα $30\,m/s$.

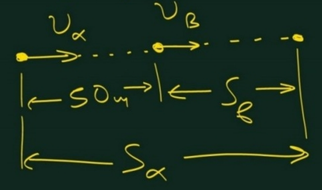
Β. Μέχρι τα 10 sec τα διαστήματα είναι:

$$S_\alpha = E_{\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu ou} = \frac{10 \cdot 50}{2} = 250\,m.$$

$$S_\beta = E_{o\rho\theta o\gamma\acute{\omega}\nu iou} = 30 \cdot 10 = 300\,m$$

Άρα το (β) είναι $300 - 250 = 50\,m$ μπροστά από το (α).

Γ.



$$S_\alpha - S_\beta = 50 \Rightarrow$$

$$50(t-10) - 30(t-10) = 50 \Rightarrow$$

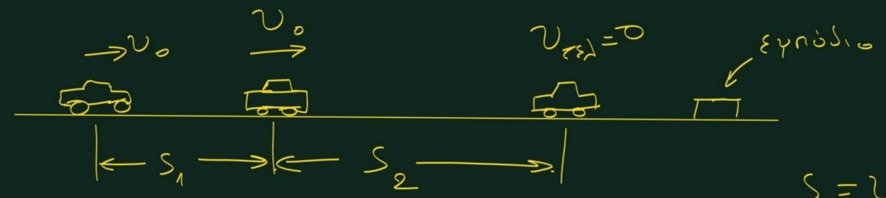
$$50t - 500 - 30t + 300 = 50 \Rightarrow$$

$$20t - 200 = 50 \Rightarrow$$

$$\frac{\cancel{20}t}{\cancel{20}} = \frac{250}{20} \Rightarrow t = 12{,}5\,sec$$

Ασκ. 13 σελ. 70 (Χρόνος αντίδρασης)

$v_0 = 72\,km/h = \frac{72 \cdot 1000}{3600}\,m/s = \frac{720}{36} = 20\,m/s$



S_1 = διάστημα που διανύει στο χρόνο αντίδρασης

S_2 = μήκος φρεναρίσματος.

$t_1 = 0{,}7\,sec$ (χρόνος αντίδρασης)

$S_1 = v_0 \cdot t_1 = 20 \cdot 0{,}7 = 14\,m$

$v = v_0 - at \Rightarrow$

$0 = v_0 - a t_2 \Rightarrow$

$0 = 20 - 10 t_2 \Rightarrow 10 t_2 = 20 \Rightarrow$

$t_2 = 2\,sec$

$S_2 = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} a \cdot t_2^2 \Rightarrow$

$S_2 = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \Rightarrow S_2 = 40 - 20 \Rightarrow$

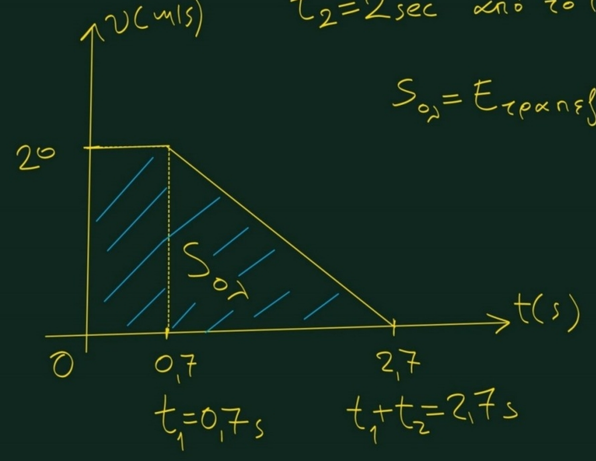
$S_2 = 20\,m.$

$S_1 + S_2 = 34\,m < 50\,m$

άρα αποφεύγει το εμπόδιο.

β' τρόπος

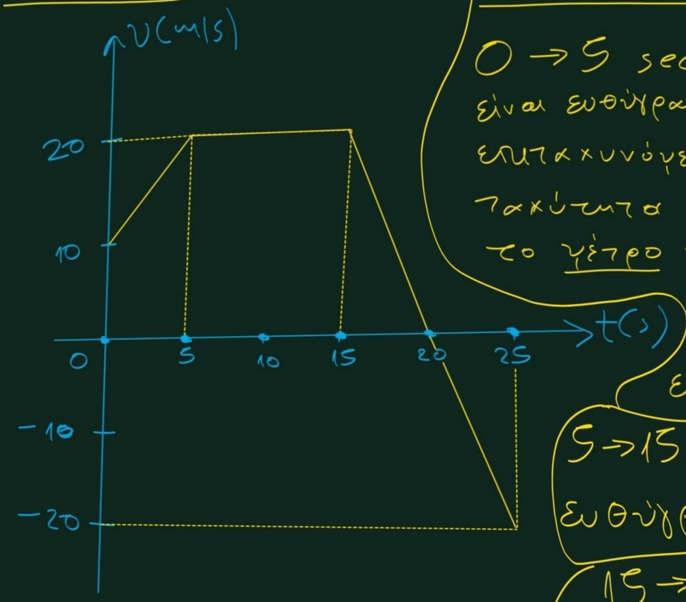
Χρησιμοποιούμε το χρόνο $t_2 = 2\,sec$ από το (α).



$$S_{o\lambda} = E_{\tau\rho\alpha\pi\varepsilon\zeta\iota o\upsilon} = \frac{B + b}{2} \cdot \upsilon\psi o\varsigma = \frac{2,7 + 0,7}{2} \cdot 20 =$$

$$= \frac{3,4 \cdot 20}{2} = 34\,m < 50\,m$$

Ασκ. 19)



Α. Περιγραφή κίνησης

$0 \to 5$ sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα 10m/s, επειδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή.

$5 \to 15$ sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

$15 \to 20$ sec: Η κίνηση είναι ευθ. ομαλά επιβραδυνόμενη επειδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή (1ου βαθμού)

$20 \to 25$ sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη προς την αντίθετη κατεύθυνση επειδή το μέτρο (απόλυτη τιμή) της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία (1ου βαθμού).

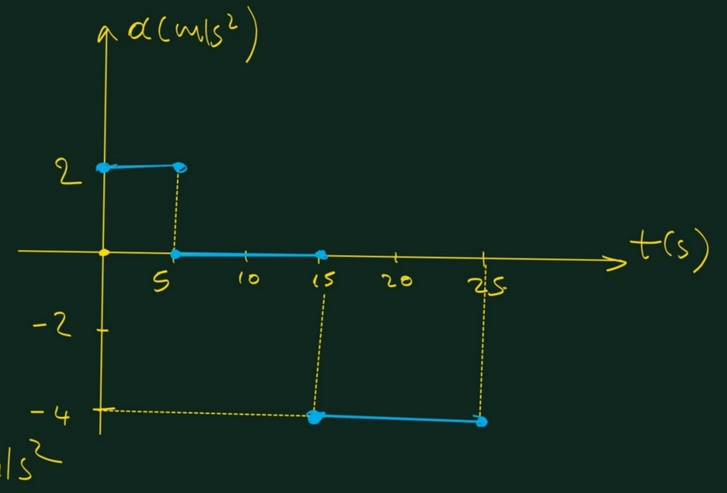
Β. Διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου.

Από 0→5 sec: $a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{20-10}{5-0} = \frac{10}{5} = 2 m/s^2$

Από 5→15 sec: $a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{20-20}{15-5} = 0 m/s^2$

Από 15→20 sec: $a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{0-20}{20-15} = \frac{-20}{5} = -4 m/s^2$

Από 20→25 sec: $a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{-20-0}{25-20} = \frac{-20}{5} = -4 m/s^2$



Γ. Συνολική μετατόπιση.

$0 \to 5\,sec: \Delta x_1 = \frac{20+10}{2} \cdot 5 = 15 \cdot 5 = 75\,m$

$5 \to 15\,sec: \Delta x_2 = 20 \cdot 10 = 200\,m$

$15 \to 20\,sec: \Delta x_3 = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50\,m.$

$20 \to 25\,sec: \Delta x_4 = \frac{(-20) \cdot 5}{2} = -50\,m.$

$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = 75 + 200 + 50 - 50 = 275\,m$

$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| = 75 + 200 + 50 + 50 = 375\,m.$

Δ. $\upsilon_{μέση} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{375}{25} = 15\,m/s.$

Ε. Να γίνει η γραφική παράσταση θέσης-χρόνου αν είναι γνωστό ότι:

$x_0 = x(0) = 0\,m$

Μετατροπές διαγραμμάτων.

$x\text{-}t \underset{\text{εμβαδά } + x_0}{\overset{\text{υλίσεις}}{\rightleftarrows}} \upsilon\text{-}t \underset{\text{εμβαδά } + \upsilon_0}{\overset{\text{υλίσεις}}{\rightleftarrows}} \alpha\text{-}t$

Από 0 → 5 sec:

$\Delta x_1 = x(5) - x(0) \Rightarrow$

$75 = x(5) - 0 \Rightarrow$

$x(5) = 75\,m$

Από 5 → 15 sec:

$\Delta x_2 = x(15) - x(5) \Rightarrow$

$200 = x(15) - 75 \Rightarrow$

$x(15) = 275\,m$

Από 15 → 20 sec:

$\Delta x_3 = x(20) - x(15) \Rightarrow 50 = x(20) - 275 \Rightarrow$

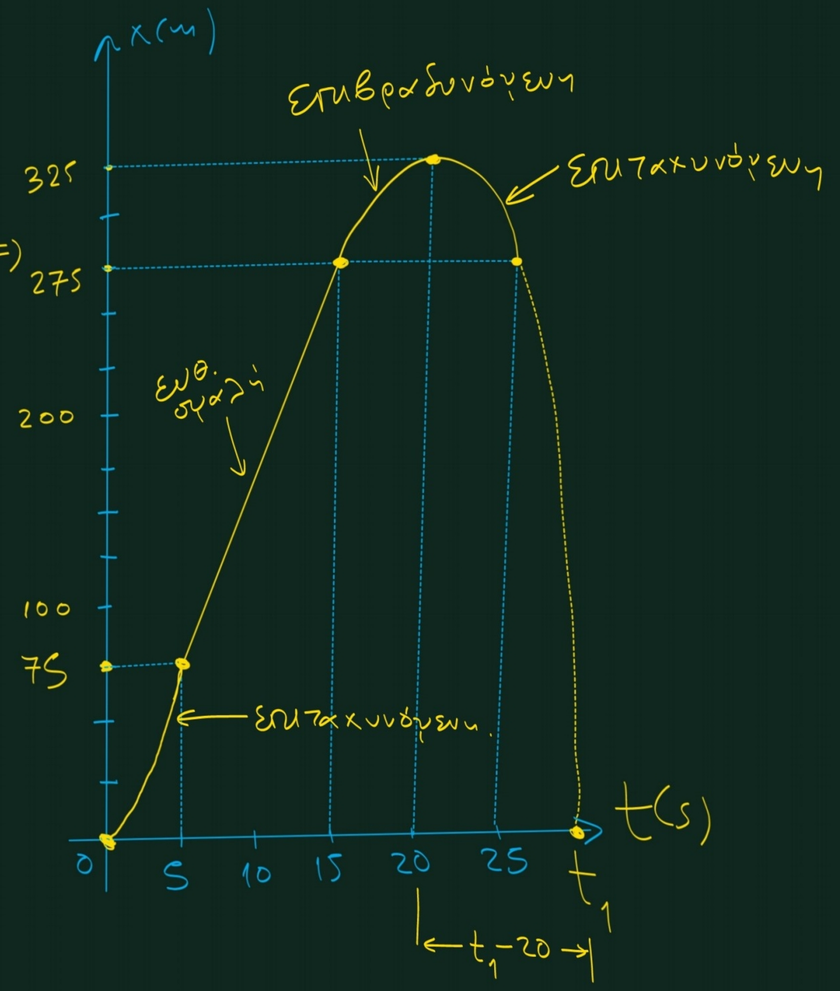
$x(20) = 325\,m.$

Από 20 → 25 sec:

$\Delta x_4 = x(25) - x(20) \Rightarrow$

$-50 = x(25) - 325 \Rightarrow$

$x(25) = 275\,m.$



2. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το κινητό επιστρέφει στην αρχή.

Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα προς τα πίσω.

Άρα: $S = \frac{1}{2} a t^2$

όπου $S = 325\,m$

και $a = 4\,m/s^2$

Ο χρόνος της επιταχυνόμενης προς τα πίσω κίνησης είναι $(t_1 - 20)\,sec$ με επιτάχυνση $4\,m/s^2$ και διανύει διάστημα $325\,m$.

Άρα: $325 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (t_1 - 20)^2 \Rightarrow$

$650 = 4(t_1 - 20)^2 \Rightarrow$

$(t_1 - 20)^2 = \frac{650}{4} \Rightarrow t_1 - 20 = \pm \frac{\sqrt{650}}{2} \Rightarrow$

$t_1 = 20 + \frac{\sqrt{650}}{2}$

αφού $t_1 > 20$ οπότε το $(-)$ απορρίπτεται.

Εφ. 16 σελ. 64

	t(s)	υ(m/s)	s (m)
1η γραφική	0	0	0
2η "	1	2	1
3η "	2	4	4
4η "	4	8	16

Από τη 1η γραφική συμπεραίνουμε ότι $\upsilon_0 = 0$. Άρα:

$$\upsilon = \alpha \cdot t \quad \text{και} \quad s = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$$

2η γραφική: $\upsilon = \alpha t \Rightarrow 2 = \alpha \cdot 1 \Rightarrow \alpha = 2 m/s^2$

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 1 m$$

3η γραφική.

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2 sec$$

$$\upsilon = \alpha t = 2 \cdot 2 = 4 m/s.$$

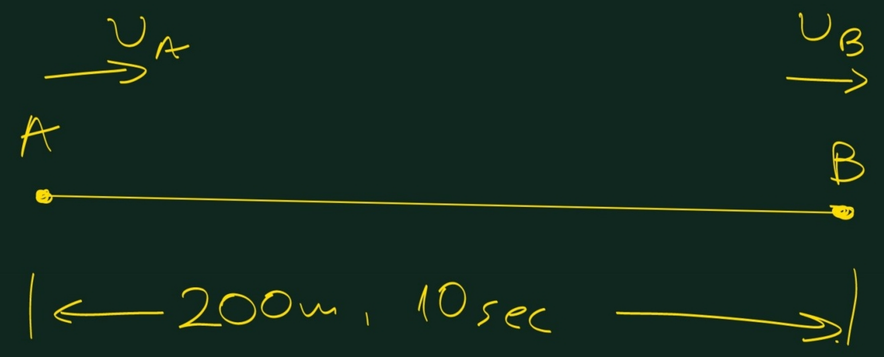
4η γραφική: $\upsilon = \alpha t \Rightarrow 8 = 2 \cdot t \Rightarrow t = 4 sec$

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16 m$$

Ασκ. 12 | σελ. 70

$$v = v_0 + at$$

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$



$$v_B = v_A + a \cdot 10 \Rightarrow 30 = v_A + 10a \Rightarrow v_A = 30 - 10a \quad (1)$$

$$200 = v_A \cdot 10 + \frac{1}{2} a \cdot 10^2 \Rightarrow 20\cancel{0} = 1\cancel{0} v_A + 5\cancel{0} a \Rightarrow$$

$$20 = v_A + 5a \Rightarrow v_A = 20 - 5a \quad (2)$$

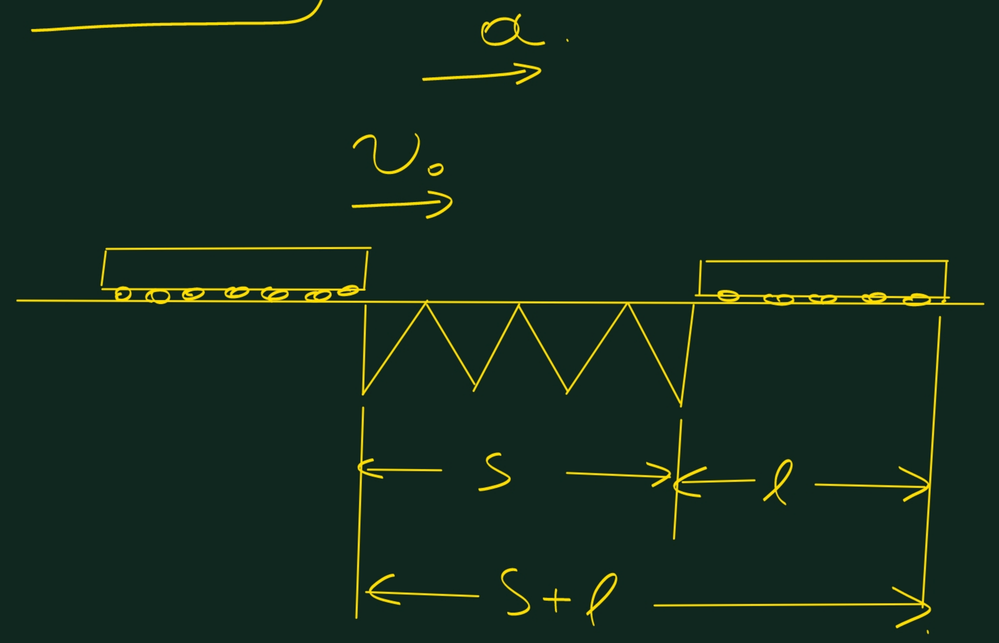
Από τις (1) κι (2): $30 - 10a = 20 - 5a \Rightarrow$

$$30 - 20 = 10a - 5a \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{\cancel{5}a}{\cancel{5}} \Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

$$v_A = 20 - 5a = 20 - 5 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$v_A = 10\,m/s$$

Ασκ. 14



$$S+l = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow 125 = 20t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$t^2 + 20t - 125 = 0$$

$$\alpha = 1,\ \beta = 20,\ \gamma = -125$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 20^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-125) =$$

$$= 400 + 500 = 900$$

$$t_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-20 \pm 30}{2} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{-20+30}{2} = 5\,\text{sec} \quad \text{δεκτή}$$

$$t_2 = -25\,\text{sec} \quad \text{απορ.}$$

Ασκ. 18:

Α. $S = \frac{1}{2} a_1 t^2$ (αυτοκίνητο)

$S = \frac{1}{2} a_2 (t-4)^2$ (μοτοσυκλέτα).

Άρα: $\cancel{\frac{1}{2}} a_1 t^2 = \cancel{\frac{1}{2}} a_2 (t-4)^2 \Rightarrow$

$1{,}6 t^2 = 2{,}5 (t-4)^2 \Rightarrow$

$16 t^2 = 25 (t-4)^2 \Rightarrow \left(5(t-4)\right)^2 = (4t)^2$

$\alpha^2 = \beta^2 \Leftrightarrow \alpha = \pm \beta$

Άρα: $5(t-4) = \pm 4t \Rightarrow$

1η λύση: $5(t-4) = 4t \Rightarrow 5t - 20 = 4t \Rightarrow$

$t = 20\,sec.$ (δεκτή)

2η λύση: $5(t-4) = -4t \Rightarrow 5t - 20 = -4t \Rightarrow$

$9t = 20 \Rightarrow t = \frac{20}{9}\,sec$ (απορρίπτεται επειδή $t > 4\,sec$)

$S = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} 1{,}6 \cdot 20^2 = 0{,}8 \cdot 400 =$

$= 320\,m.$

β. Για το αυτοκίνητο:

$$\upsilon_1 = a_1 \cdot t = 1{,}6 \cdot 20 = 32\,m/s.$$

Για τη μηχανή:

$$\upsilon_2 = a_2 (t-4) = 2{,}5 \cdot 16 = 40\,m/s.$$