Επιταχυνόμενη

1) Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται ($|\vec{\upsilon}|$ αυξάνεται)

2) Τα διανύσματα ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι συόρροπα

$$\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$$

Επιβραδυνόμενη

1) Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται (δηλ. το $|\vec{\upsilon}|$ μειώνεται).

2) Τα διανύσματα ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι αντίρροπα

$$\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$$

Στη γλώσσα των διαγραμμάτων, συόρροπα δηλαδή συόδημα και αντίρροπα, ετερόδημα.

Άρα αν $\upsilon > 0$ και $\alpha > 0$

ή $\upsilon < 0$ και $\alpha < 0$

έχουμε επιτάχυνση

ενώ αν $\upsilon > 0$ και $\alpha < 0$

ή $\upsilon < 0$ και $\alpha > 0$

έχουμε επιβράδυνση.

Επιταχυνόμενη

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t - t_0} \Rightarrow \quad t_0 = 0$$

$$\alpha = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} \Rightarrow \frac{\alpha}{1} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} \Rightarrow$$

$$\upsilon - \upsilon_0 = \alpha t \Rightarrow \upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$$

Το α είναι θετική επιτάχυνση.

Επιβραδυνόμενη

$$-\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} \Rightarrow \frac{-\alpha}{1} \times \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} = 1$$

$$\upsilon - \upsilon_0 = -\alpha t \Rightarrow \upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$$

Το α είναι θετική επιβράδυνση

Αν $\upsilon_0 = 0$ τότε $\upsilon = \alpha t$

Θέση - μετατόπιση - διάστημα.

$\Delta x = x - x_0 = x$ (αν $x_0 = 0$)

$S = |\Delta x|$ (γενικά)

Άρα: $\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ (επιταχυνόμενη)

$\Delta x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$ (επιβραδυνόμενη)

$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ($\upsilon_0 = 0$)

και $S = \Delta x$ (αν $\Delta x > 0$)

Ασκ. 7 σελ. 69.

A. $\upsilon = at \Rightarrow$

$\upsilon = 2 \cdot 15 \Rightarrow$

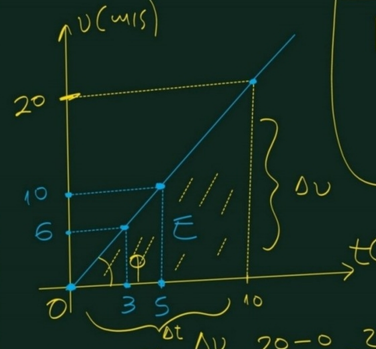
$\upsilon = 30\,m/s.$

B. $\Delta x = S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2 \Rightarrow$

$S = 225\,m.$

Ασκ. 8



$\varepsilon\varphi\varphi = \alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-0} = \frac{20}{10} \Rightarrow$

$\alpha = 2\,m/s^2$

A. $S = E_{\text{εμβαδόν}} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100\,m.$

B. $S(t) = \frac{1}{2} a t^2$

$0 \xrightarrow[1^\circ]{} 1 \xrightarrow[2^\circ]{} 2 \xrightarrow[3^\circ]{} 3$

$S(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = 4\,m$

$S(1) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 1\,m$

Άρα το ζητούμενο διάστημα είναι:

$S = S(2) - S(1) = 3\,m$

Ασκ. 10 σελ. 70.

$v = 8 + 2t$ (SI) $\Rightarrow v_0 = 8\,m/s$, $a = 2\,m/s^2$

$v = v_0 + at$

$2 \rightarrow 4$

$S(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$S(t) = x(t) = x = \Delta x$

$S(2) = 8 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = 16 + 4 = 20\,m$

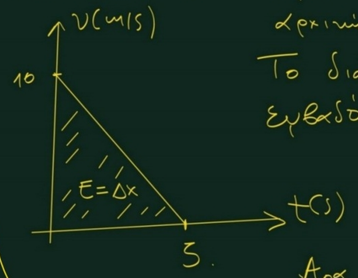
$S(4) = 8 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 32 + 16 = 48\,m$

Άρα το διανυόμενο διάστημα είναι:

$S = S(4) - S(2) = 48 - 20 = 28\,m.$

Εφ. 13 σελ. 64

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με αρχική ταχύτητα 10 m/s.



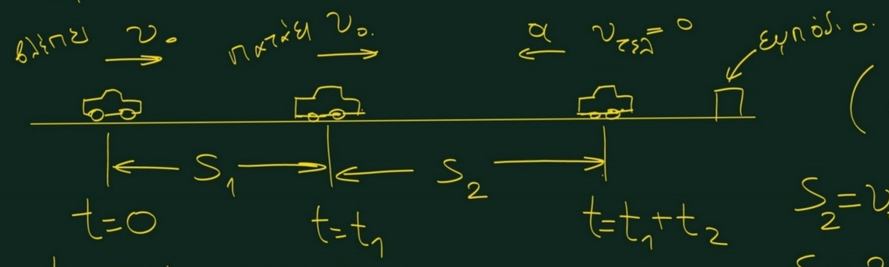
Το διάστημα είναι το εμβαδό: $S = \Delta x = E = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25\,m$

Άρα Σωστός.

Ασκ. 13 σελ. 70

$v_0 = 72\,km/h = \frac{72 \cdot 1000\,m}{3600\,sec} = \frac{720}{36} = 20\,m/s$.

$t_1 = 0{,}7\,sec$ (χρόνος αντίδρασης)



t_2 = χρόνος φρεναρίσματος

S_2 = μήκος "

$a = 10\,m/s^2$

$S_1 = v_0 \cdot t_1 = 20 \cdot 0{,}7 = 14\,m$

$v = v_0 - at \Rightarrow 0 = v_0 - a \cdot t_2 \Rightarrow$

$0 = 20 - 10t_2 \Rightarrow 10t_2 = 20 \Rightarrow$

$t_2 = 2\,sec$

$\left(S = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \right)$

$S_2 = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} a \cdot t_2^2 \Rightarrow$

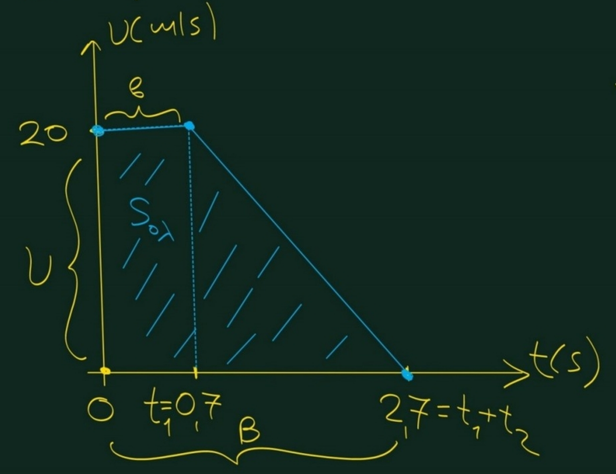
$S_2 = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \Rightarrow$

$S_2 = 40 - 5 \cdot 4 \Rightarrow S_2 = 20\,m$

$S_1 + S_2 = 34\,m < 50\,m$ άρα το αποφεύγει.

β' τρόπος (με διάγραμμα υ-t)

Στον τρόπο αυτό χρησιμοποιούμε το χρόνο φρεναρίσματος $t_2 = 2sec$ που βρήκαμε στον α' τρόπο.

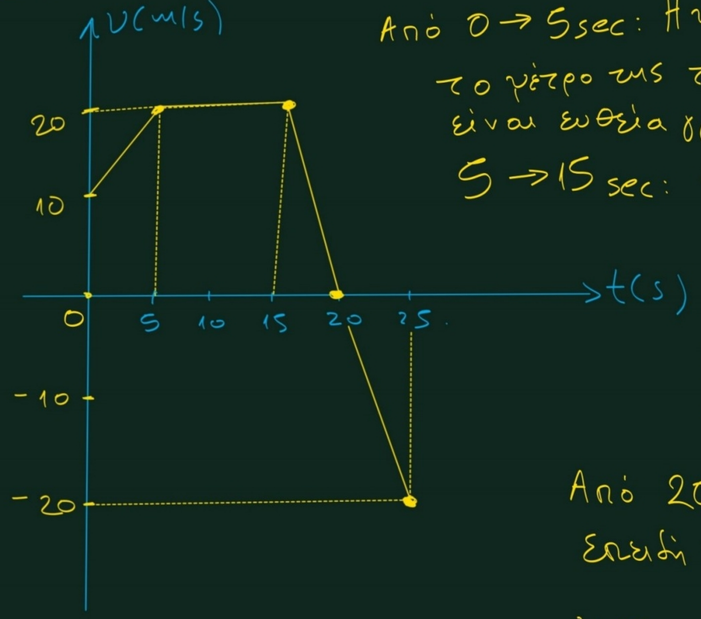


$$S_{ολ} = E_{τραπεζίου} = \frac{B+b}{2} \cdot ύψος =$$

$$= \frac{2,7 + 0,7}{2} \cdot 20 = \frac{3,4 \cdot 20}{2} = 34m$$

Άρα: $S_{ολ} = 34m < 50m$.

Ασκ. 19 σελ. 71.



Α. Περιγραφή κίνησης (με αιτιολόγηση)

Από 0 → 5 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερά επιταχυνόμενη επειδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή (1ου βαθμού).

5 → 15 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερή.

Από 15 → 20 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερά επιβραδυνόμενη επειδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή (1ου βαθμού).

Από 20 → 25 sec: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερά επιταχυνόμενη επειδή το μέτρο (απόλυτη τιμή) της ταχύτητας αυξάνεται και η γραφική παράσταση είναι ευθεία (1ου βαθμού).

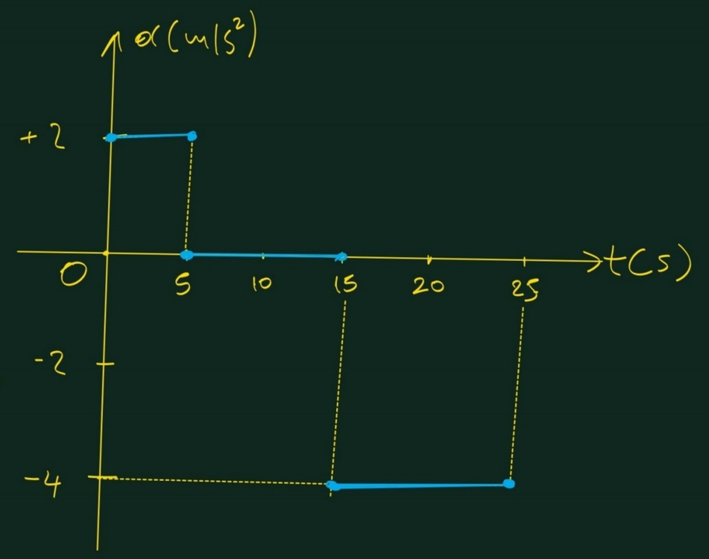
B. Διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου.

Από 0 → 5 sec: $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{20-10}{5-0} = 2 m/s^2$

Από 5 → 15 sec: $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{20-20}{15-5} = 0 m/s^2$

Από 15 → 20 sec: $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{0-20}{20-15} = -4 m/s^2$

Από 20 → 25 sec: $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{-20-0}{25-20} = -4 m/s^2$



Μετατροπές διαγραμμάτων

$$x-t \underset{\text{συμβολά } +x_0}{\overset{\text{πλίσεις}}{\rightleftarrows}} u-t \underset{\text{συμβολά } +u_0}{\overset{\text{πλίσεις}}{\rightleftarrows}} \alpha-t$$

Γ. Μετατοπίσεις.

Από 0 → 5sec: $\Delta x_1 = \left(\frac{B+b}{2} \cdot \text{ύψος}\right) = \frac{20+10}{2} \cdot 5 = 15 \cdot 5 = 75m.$

Από 5 → 15sec: $\Delta x_2 = 20 \cdot 10 = 200m$

Από 15 → 20sec: $\Delta x_3 = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50m.$

Από 20 → 25sec: $\Delta x_4 = \frac{(-20) \cdot 5}{2} = -50m.$

$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = 75 + 200 + 50 - 50 = 275m$

Συνολικό διάστημα:

$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| = 75 + 200 + 50 + 50 = 375m$

Δ. $v_{μέση} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{375}{25} = 15m/s.$

Ε. Διάγραμμα θέσης-χρόνου

Έστω ότι $x_0 = x(0) = 0\,m \Rightarrow \boxed{x(0) = 0\,m}$

Από 0 → 5sec:

$\Delta x_1 = x(5) - x(0) \Rightarrow 75 = x(5) - 0 \Rightarrow$

$\boxed{x(5) = 75\,m}$

Από 5 → 15sec:

$\Delta x_2 = x(15) - x(5) \Rightarrow 200 = x(15) - 75 \Rightarrow$

$\boxed{x(15) = 275\,m}$

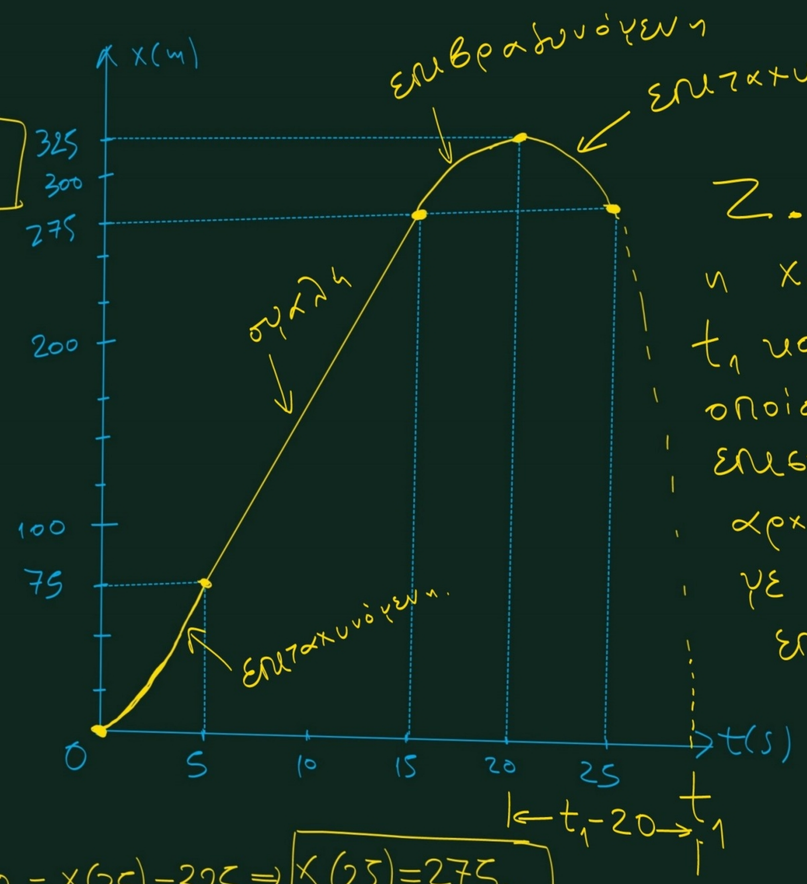
Από 15 → 20sec:

$\Delta x_3 = x(20) - x(15) \Rightarrow 50 = x(20) - 275 \Rightarrow$

$x(20) = 325\,m.$

Από 20 → 25sec:

$\Delta x_4 = x(25) - x(20) \Rightarrow -50 = x(25) - 325 \Rightarrow \boxed{x(25) = 275\,m}$



Ζ. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το κινητό επιστρέφει στην αρχή κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση $a = 4\,m/s^2$

Άρα: $S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$$325 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (t_1 - 20)^2 \Rightarrow$$

$$(t_1 - 20)^2 = \frac{650}{4} \Rightarrow$$

$$t_1 - 20 = \pm \frac{\sqrt{650}}{2} \Rightarrow$$

$$t_1 = 20 + \frac{\sqrt{650}}{2}$$

Η λύση με το (−) απορρίπτεται επειδή $t_1 > 20\,sec$.

Η επιταχυνόμενη προς τα πίσω κίνηση διαρκεί $(t_1 - 20)\,sec$ επειδή τη στιγμή 20sec το κινητό στιγμιαία ακινητοποιείται και αρχίζει να επιστρέφει.

Ερ 16 σελ. 64

t(s)	υ(m/s)	S(m)	
0	0	0	1η γραμμή
1	2	1	2η "
2	4	4	3η "
	8		4η "

Από την 1η γραμμή συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

Άρα: $\upsilon = \alpha t$ και $S = \frac{1}{2}\alpha t^2$

2η γραμμή: $\upsilon = \alpha \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha \cdot 1 \Rightarrow$

$\alpha = 2 m/s^2$

$S = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 1 m.$

3η γραμμή: $S = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow$

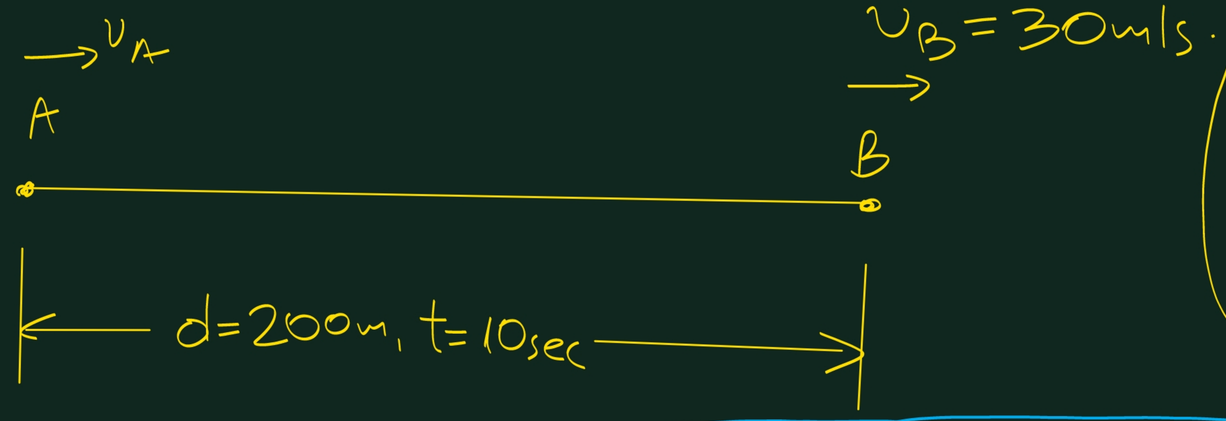
$t^2 = 4 \Rightarrow t = 2 sec.$

$\upsilon = \alpha \cdot t = 2 \cdot 2 = 4 m/s.$

4η γραμμή: $\upsilon = \alpha t \Rightarrow 8 = 2 \cdot t \Rightarrow t = 4 sec$

$S = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16 m$

Ασκ. 12 σελ. 70.



$$\left(\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ S &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 \end{aligned} \right)$$

$$v_B = v_A + a \cdot t \Rightarrow 30 = v_A + 10a \Rightarrow$$

$$v_A = 30 - 10a \quad (1)$$

$$d = v_A \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$$

$$200 = v_A \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10^2 \Rightarrow$$

$$20\cancel{0} = 1\cancel{0} v_A + 5\cancel{0} a \Rightarrow v_A + 5a = 20 \Rightarrow$$

$$v_A = 20 - 5a \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε:

$$30 - 10a = 20 - 5a \Rightarrow$$

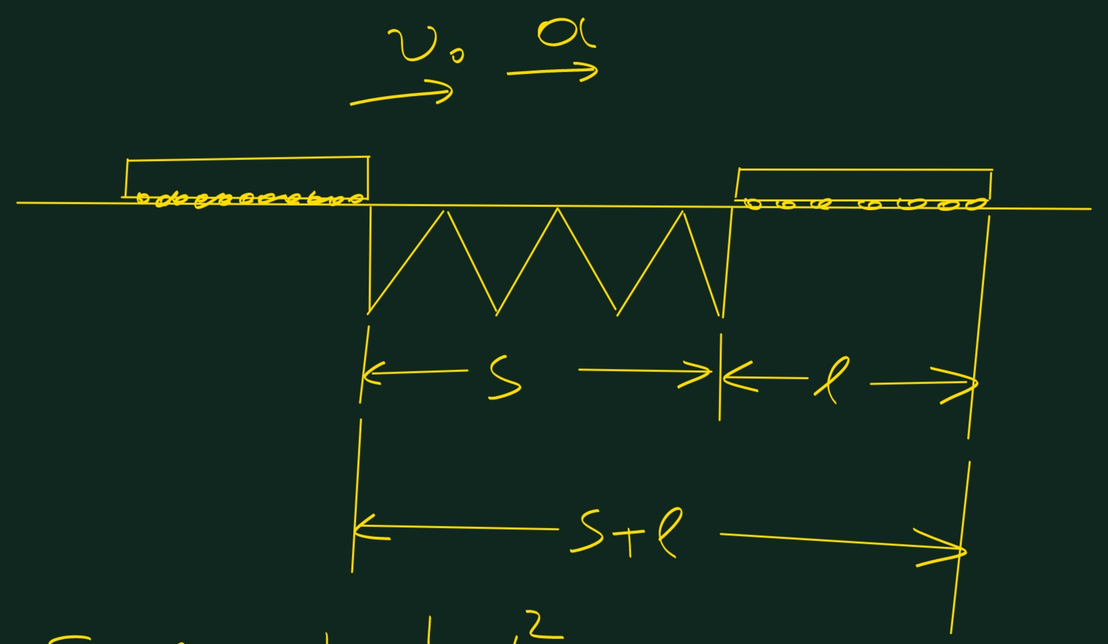
$$30 - 20 = 10a - 5a \Rightarrow$$

$$\frac{\cancel{5}a}{\cancel{5}} = \frac{10}{5} \Rightarrow a = 2 m/s^2$$

$$v_A = 20 - 5a = 20 - 5 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$v_A = 10 m/s$$

Ασκ.14 σελ.70



$$s+\ell = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$$

$$50+75 = 20 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$t^2 + 20t - 125 = 0.$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = 20, \quad \gamma = -125.$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 20^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-125) = 400 + 500 \Rightarrow$$

$$\Delta = 900$$

$$t_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-20 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$t_{1,2} = \frac{-20 \pm 30}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5\,\text{sec} \ (\text{δεκτή}) \\ t_2 = -25\,\text{sec} \ (\text{απορ}). \end{cases}$$