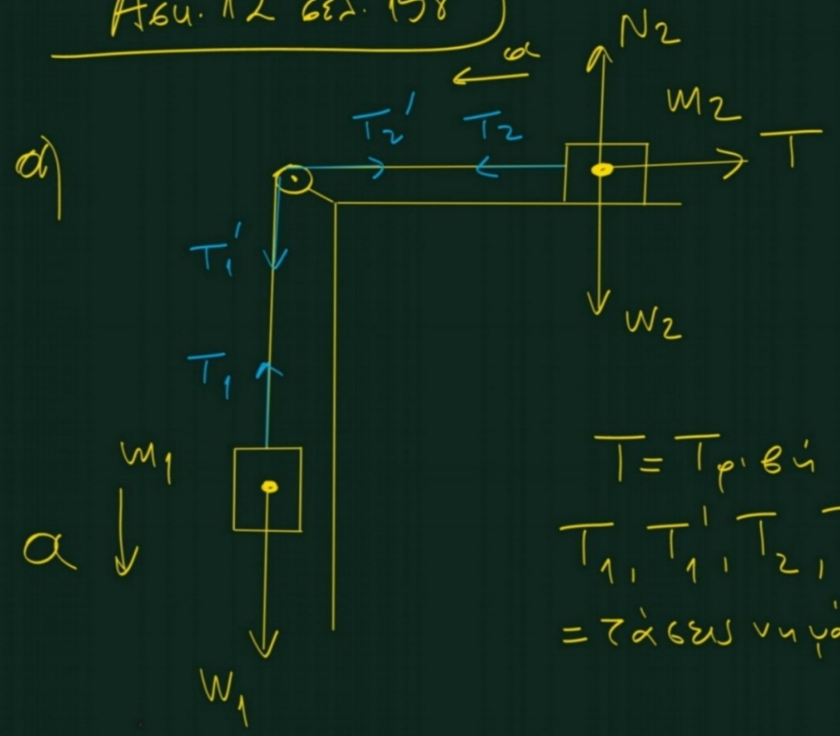
Ασκ. 12 σελ. 158

α)



$T = T_{\text{ριβή}}$

$T_1, T_1', T_2, T_2' =$

$=$ τάσεις νημάτων.

Η τροχαλία και τα νήματα είναι αβαρή (δηλαδή έχουν πολύ μικρή μάζα).

Αυτό έχει ως συνέπεια να ισχύει: $T_1 = T_1' = T_2 = T_2'$

δηλαδή όλες οι τάσεις των νημάτων είναι ίσες.

β) Για το m_1 έχουμε:

$\Sigma F_1 = m_1 a \Rightarrow W_1 - T_1 = m_1 a \Rightarrow$

$m_1 g - T_1 = m_1 a \quad (1)$

Για το m_2 έχουμε:

$\Sigma F_2 = m_2 a \Rightarrow T_2 - T = m_2 a \quad (2)$

β) Τα νήματα είναι και γη εντατά, πράγμα που σημαίνει ότι τα

γ) δύο σώματα έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα και επιτάχυνση.

Ξαναγράφουμε τις (1) και (2):

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \quad (1)$$

$$T_2 - T = m_2 a \quad (2)$$

Αλλά: $T = \mu N_2$

$\Sigma F_{2y} = N_2 - W_2 = 0 \Rightarrow$

$N_2 = W_2 = m_2 g$

$\Rightarrow T = \mu W_2 = \mu m_2 g \quad (3)$

Προσθέτουμε τις (1) και (2)

$$m_1 g - \cancel{T_1} + \cancel{T_2} - T = m_1 a + m_2 a \Rightarrow \quad (3)$$

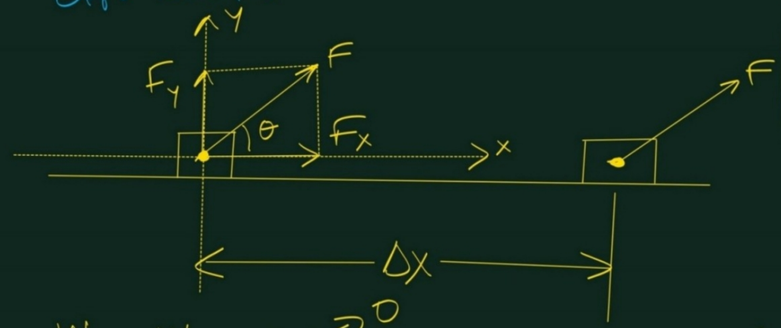
$$m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow$$

$$8 \cdot 10 - 0{,}25 \cdot 12 \cdot 10 = (8+12) a \Rightarrow$$

$$80 - 30 = 20a \Rightarrow \frac{50}{20} = \frac{\cancel{20} a}{\cancel{20}} \Rightarrow$$

$$a = 2{,}5 \, m/s^2.$$

Έργο δύναμης



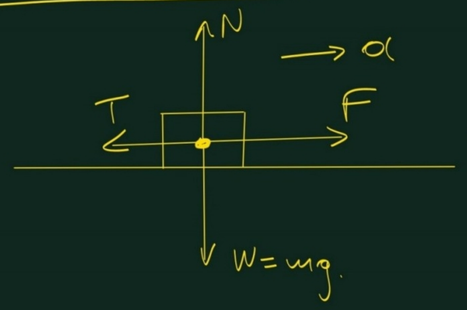
Αν $\theta = 90^\circ$ τότε $\sigma\upsilon\nu 90^\circ = 0$
και $W_F = 0$.
Αν $\theta = 180^\circ$ τότε $\sigma\upsilon\nu 180^\circ = -1$
και $W_F = -F \cdot \Delta x$

$$W_F = W_{F_x} + \cancel{W_{F_y}}^{\,0} = W_{F_x} = F_x \cdot \Delta x \Rightarrow W_F = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\boxed{W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}$$

$W_{F_y} = 0$ επειδή $\vec{F}_y \perp \Delta\vec{x}$
δηλαδή η $\vec{F}_y$ είναι κάθετη στη μετατόπιση.

Εφ. 30 σελ. 153.



$F - T = ma \quad (1)$

$2F - T = m \cdot 2a \quad (2)$

$\left(\begin{array}{l} T = \mu N \\ N = mg \\ T = \mu mg \end{array} \right)$

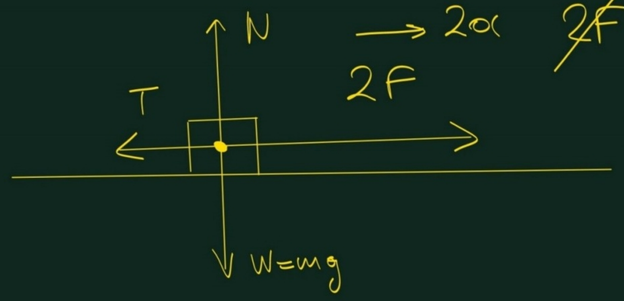
Άρα: $2F - T = 2ma \Rightarrow$

$2F - T = 2(F - T) \Rightarrow$

$\cancel{2F} - T = \cancel{2F} - 2T \Rightarrow$

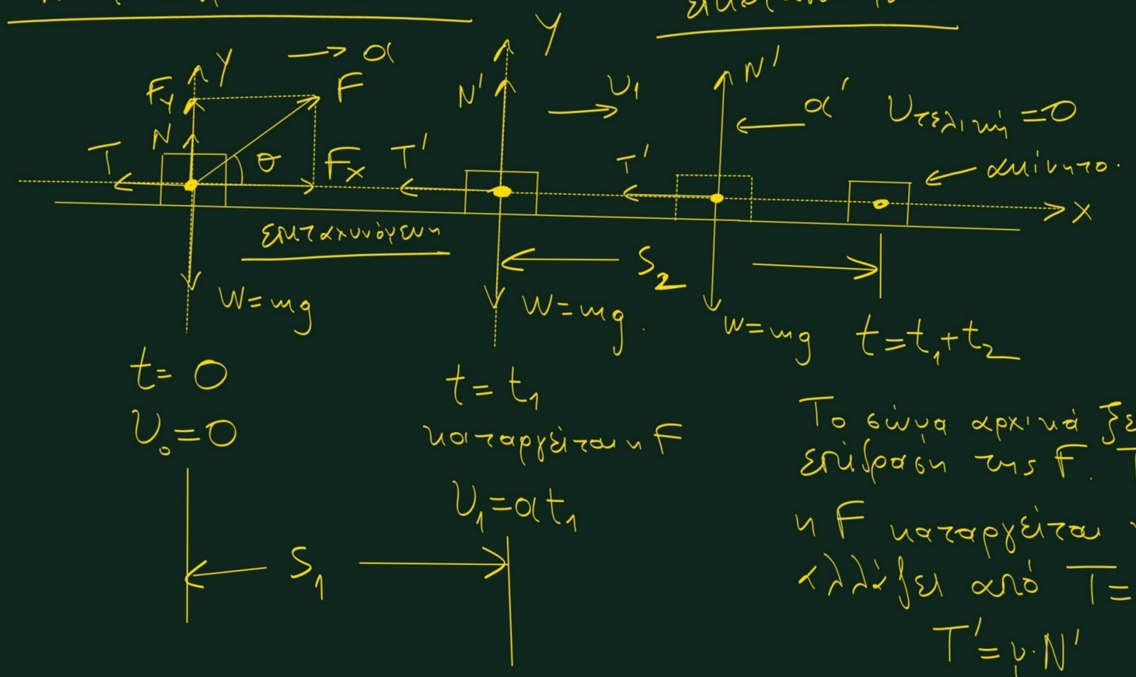
$2T - T = 0 \Rightarrow$

$T = 0$



(Άρα τελικά
$F = m\alpha$
Συλ. δεν
υπάρχει τριβή)

Παράδειγμα άσκησης.



Το σώμα αρχικά ξεκινά με την επίδραση της F. Τη στιγμή $t=t_1$ η F καταργείται και η τριβή αλλάζει από $T=\mu N$ σε $T'=\mu \cdot N'$

Στην επιταχυνόμενη έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N - W = 0 \Rightarrow$$

$$F \cdot \eta\mu\theta + N - mg = 0 \Rightarrow$$

$$N = mg - F \cdot \eta\mu\theta$$

$$T = \mu N = \mu(mg - F \cdot \eta\mu\theta)$$

Στην επιβραδυνόμενη έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - W = 0 \Rightarrow N' = W$$

$$T' = \mu N' = \mu W \Rightarrow T' = \mu mg$$

Την επιτάχυνση α τη βρίσκουμε από τον τύπο:

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x - T = ma \Rightarrow$$

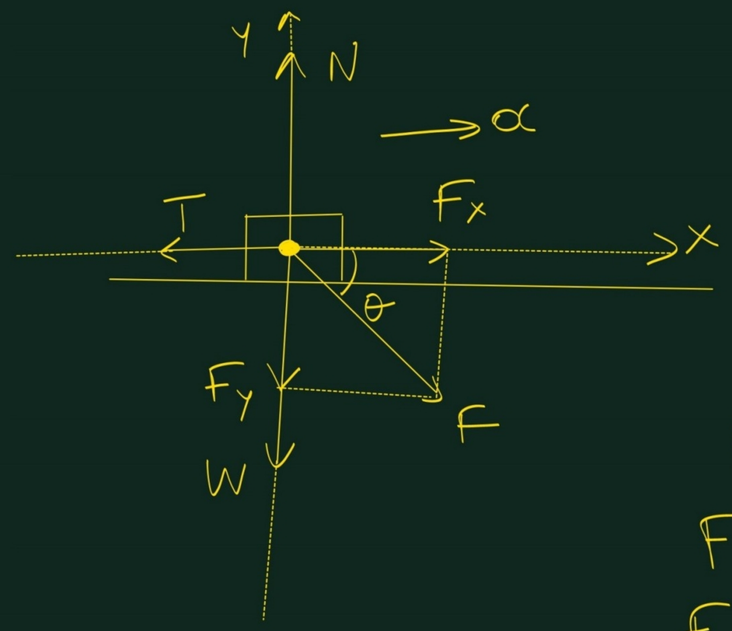
$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu(mg - F \cdot \eta\mu\theta) = ma \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu mg + F \cdot \mu \cdot \eta\mu\theta = ma \Rightarrow$$

$$\boxed{F(\sigma\upsilon\nu\theta + \mu \cdot \eta\mu\theta) - \mu mg = ma \Rightarrow}$$

$$a = \dots$$

δύναμη προς τα πάνω



Για δύναμη προς τα πάνω έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - F_y - W = 0 \Rightarrow$$

$$N - F \cdot \eta\mu\theta - mg = 0 \Rightarrow N = mg + F \cdot \eta\mu\theta$$

$$\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow F_x - T = m\alpha \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu N = m\alpha \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu(mg + F\eta\mu\theta) = m\alpha \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu mg \quad \mu F \cdot \eta\mu\theta = m\alpha \Rightarrow$$

δύναμη προς τα πάνω

$$\boxed{F(\sigma\upsilon\nu\theta - \mu\,\eta\mu\theta) - \mu mg = m\alpha}$$

Στην επιβραδυνόμενη έχουμε:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - W = 0 \Rightarrow N' = mg.$

$T' = \mu N' = \mu mg.$

$\Sigma F_x = ma' \Rightarrow \mu \cancel{m} g = \cancel{m} a' \Rightarrow$

$a' = \mu g$ (επιβράδυνση)

S_1 = διάστημα επιτάχυνσης.

$S_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$

$U_1 = a t_1.$

Από τη στιγμή t_1 και μετά, καταργείται η F και το σώμα ολισθαίνει μέχρι να σταματήσει.

$U = U_0 - a't \Rightarrow 0 = U_1 - a' t_2 \Rightarrow U_1 = a' t_2 \Rightarrow$

$t_2 = \frac{U_1}{a'}$

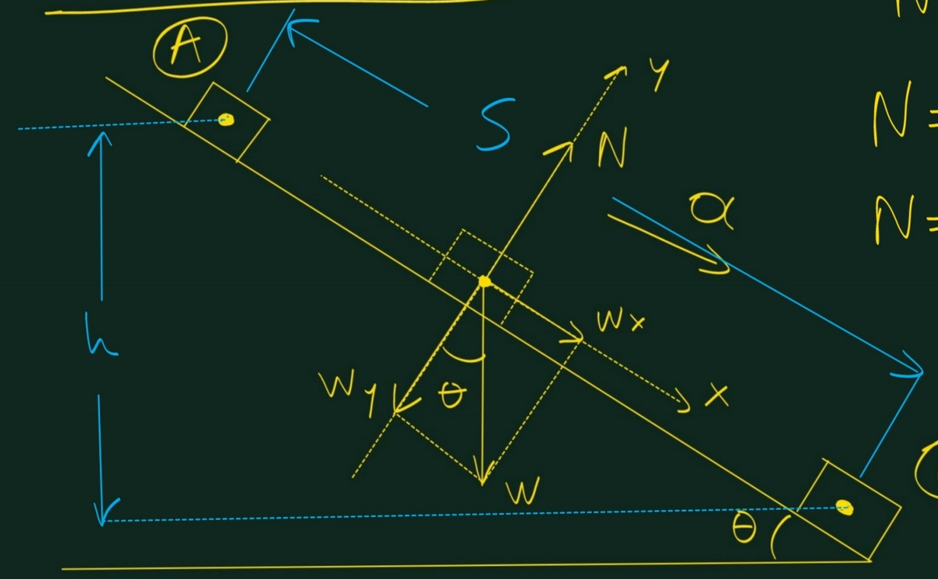
$S = U_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow S_2 = U_1 \cdot t_2 - \frac{1}{2} a' \cdot t_2^2 \Rightarrow$

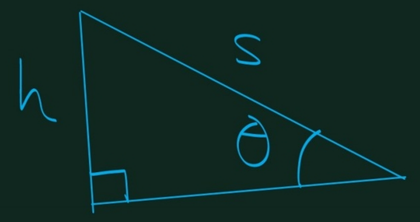
$S_2 = U_1 \cdot \frac{U_1}{a'} - \frac{1}{2} a' \left(\frac{U_1}{a'}\right)^2 \Rightarrow$

$S_2 = \frac{U_1^2}{a'} - \frac{1}{2} \cancel{a'} \cdot \frac{U_1^2}{a'^{\cancel{2}}} \Rightarrow S_2 = \frac{U_1^2}{a'} - \frac{U_1^2}{2a'} \Rightarrow S_2 = \frac{U_1^2}{2a'}$

Κανονικά, ο τύπος αυτός πρέπει να αποδεικνύεται.

Ασκ. 24 σελ. 159.





α) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W_y \Rightarrow$

$N = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$

$N = 1 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$

$N = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$N = 5\sqrt{3}\ N$

β) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow$

$W_x = ma \Rightarrow$

$\cancel{m}g \cdot \eta\mu\theta = \cancel{m}a \Rightarrow$

$a = g \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow$

$a = 10 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$

$a = 5\ m/s^2$

Γ) $\gamma)\ \eta\mu\theta = \frac{h}{S} \Rightarrow$

$S = \frac{h}{\eta\mu\theta} = \frac{5}{\eta\mu 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} \Rightarrow$

$S = 10\ m$

$S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$10 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 \Rightarrow$

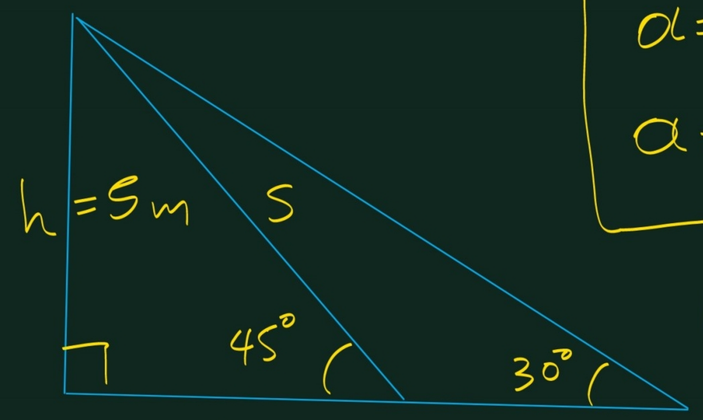
$\frac{20}{5} = \frac{\cancel{5}t^2}{\cancel{5}} \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow$

$t = 2\ sec$

$\upsilon = at \Rightarrow$

$\upsilon = 5 \cdot 2 \Rightarrow \upsilon = 10\ m/s$

δ)



$$\eta\mu 45^\circ = \frac{h}{S} \Rightarrow$$

$$S = \frac{h}{\eta\mu 45^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5\cdot 2}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$S = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} \Rightarrow S = 5\sqrt{2}\ m.$$

$$\alpha = g\cdot\eta\mu\theta = 10\cdot\eta\mu 45^\circ \Rightarrow$$

$$\alpha = 10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 5\sqrt{2}\ m/s^2$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow$$

$$\cancel{5\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\cdot\cancel{5\sqrt{2}}\cdot t^2 \Rightarrow$$

$$t^2 = 2 \Rightarrow t = \sqrt{2}\ sec$$

$$\upsilon = \alpha t = 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\upsilon = 5\cdot 2 \Rightarrow \upsilon = 10\ m/s$$

Η ταχύτητα βγαίνει πάλι η ίδια.

$U = mgh$ (δυναμική ενέργεια)

$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ (κινητική ενέργεια)

$$U = K \Rightarrow$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon^2 = 2gh \Rightarrow$$

$$\upsilon = \sqrt{2gh}$$

Κινητική ενέργεια.

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2$$

Για σώμα που πέφτει από ύψος h έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\upsilon = g t$$

$$W_W = W \cdot h = mgh \Rightarrow$$

$$W_W = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} g t^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot (gt)^2 = \frac{1}{2} m \upsilon^2$$

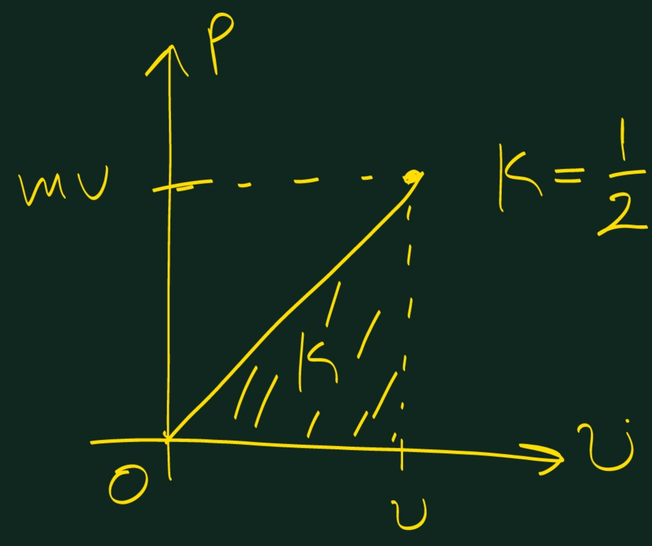
Στην πραγματικότητα η κινητική ενέργεια ορίζεται ως η συσσωρευμένη ορμή του σώματος.

$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ ορμή.

Κατά μέτρο $p = m\upsilon$

και: $K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2} p \cdot \upsilon$

$p = mv.$



$K = \frac{1}{2} p v = \frac{1}{2} mv \cdot v = \frac{1}{2} mv^2$

K = εμβαδό στο διάγραμμα ορμής - ταχύτητας.