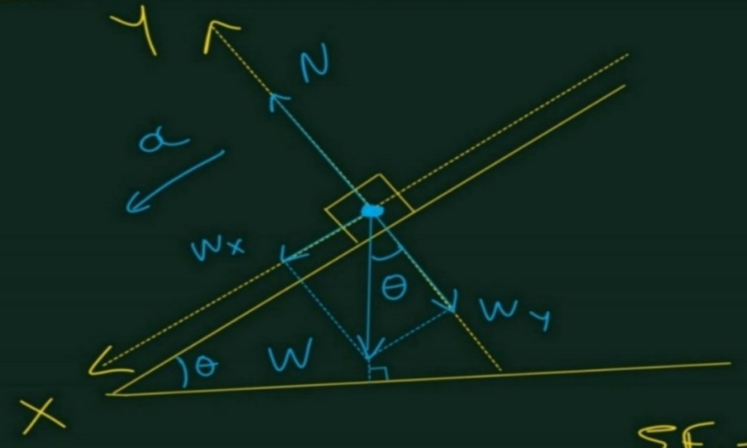
Ασκ. 7 σελ. 157



$W_y = W \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$

$W_x = W \cdot \eta\mu\theta$

α) Στο σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις:

1) Το βάρος $W = mg$ από τη Γη.

2) Η κάθετη δύναμη N από το κεκλιμένο επίπεδο.

β) $\Sigma F_x = m\alpha$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W_y = 0 \Rightarrow$

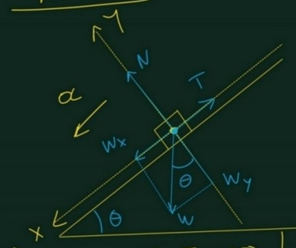
$N = W_y \Rightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\theta$

$\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow W_x = m\alpha \Rightarrow W \cdot \eta\mu\theta = m\alpha \Rightarrow$

$\cancel{m}g \cdot \eta\mu\theta = \cancel{m}\alpha \Rightarrow \alpha = g\eta\mu\theta \Rightarrow \alpha = 10 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$

$\alpha = 10 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 5\,m/s^2$

Ασκ. 13.



α) Στο σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις.

1) Το βάρος $W = mg$ από τη Γη.

2) Η κάθετη δύναμη N από το κεκλιμένο επίπεδο

3) Η δύναμη τριβής T " " " "

Σε ορισμένες περιπτώσεις οι (2) και (3) αντικαθίστανται από τη συνισταμένη τους.

β) $T = \mu N$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W_y = 0 \Rightarrow N = W_y \Rightarrow$

$N = mg\,\sigma\upsilon\nu\theta = 1 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\,N$

Άρα: $T = \mu N = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}^2}{6} = \frac{5 \cdot 3}{6} = 2{,}5\,N$

γ) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow W_x - T = ma \Rightarrow$

$mg \cdot \eta\mu\theta - T = ma \Rightarrow$

$1 \cdot 10 \cdot \eta\mu 30^\circ - 2{,}5 = 1 \cdot a \Rightarrow$

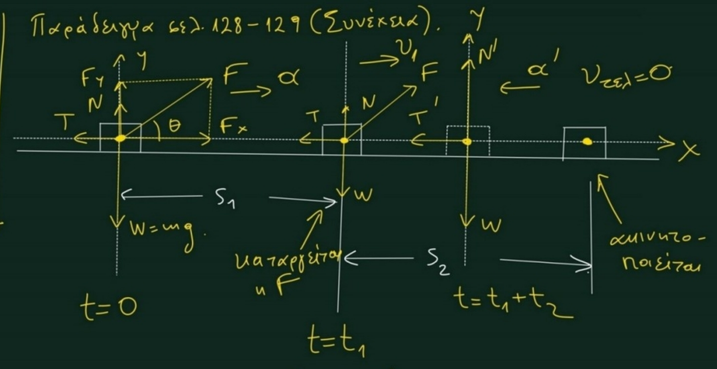
$10 \cdot \frac{1}{2} - 2{,}5 = a \Rightarrow a = 5 - 2{,}5 \Rightarrow a = 2{,}5\,m/s^2$

$S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 1^2 \Rightarrow$

$S = 1{,}25\,m$

Παράδειγμα σελ. 128 – 129 (Συνέχεια).



t_1 = χρονικό διάστημα επιτάχυνσης

t_2 = χρον. διάστημα επιβράδυνσης.

α) Από 0 μέχρι t_1 έχουμε:

$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x - T = ma \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - T = ma$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N = W \Rightarrow N = mg - F_y \Rightarrow N = mg - F \cdot \eta\mu\alpha$

$T = \mu N$

Άρα: $F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - T = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - \mu N = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - \mu(mg - F\cdot\eta\mu\theta) = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta + \mu F\cdot\eta\mu\theta - \mu mg = ma \Rightarrow$

δύναμη πάνω

$F\cdot(\sigma\upsilon\nu\theta + \mu\eta\mu\theta) - \mu mg = ma$

$F_x - T = ma$

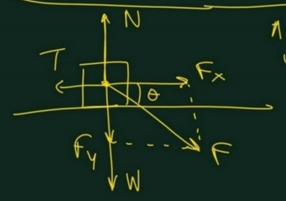
Αλλά: $N = F_y + W \Rightarrow$

$N = F\cdot\eta\mu\theta + mg$

οπότε:

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - \mu(F\eta\mu\theta + mg) = ma$

$\Rightarrow F(\sigma\upsilon\nu\theta - \mu\eta\mu\theta) - \mu mg = ma$ ← δύναμη κάτω



Αν η F είναι προς τα κάτω έχουμε πάλι:

Άρα: $S_1 = \frac{1}{2}at_1^2$

και $\upsilon_1 = at_1$

Τη στιγμή t_1 καταργείται η F και το σώμα ολισθαίνει επί χρόνο t_2 (χρόνος επιβράδυνσης)

$$\Sigma F_x = ma' \Rightarrow T' = ma'$$

$$T' = \mu N'$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = mg$$

$$\Rightarrow \mu N' = ma' \Rightarrow \mu \cancel{m} g = \cancel{m} a' \Rightarrow a' = \mu g \text{ (επιβράδυνση)}$$

αποδείξτε.

$$\upsilon = \upsilon_1 - a't \Rightarrow 0 = \upsilon_1 - a't_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\upsilon_1}{a'}$$

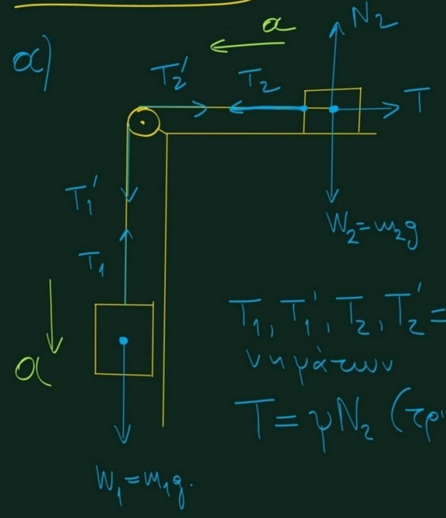
$$S_2 = \upsilon_1 t_2 - \frac{1}{2} a' t_2^2 \Rightarrow S_2 = \upsilon_1 \cdot \frac{\upsilon_1}{a'} - \frac{1}{2} a' \left(\frac{\upsilon_1}{a'}\right)^2 \Rightarrow$$

$$S_2 = \frac{\upsilon_1^2}{a'} - \frac{\upsilon_1^2}{2a'} \Rightarrow S_1 = \frac{\upsilon_1^2}{2a'}$$

→ κωτόν τον τύπο υπενθυμά πρέπει να τον αποδείξουμε.

Ασκ. 12 σελ. 158.

α)



T_1, T_1', T_2, T_2' = τάσεις νημάτων

$T = \mu N_2$ (τριβή ολίσθησης)

T_2 = δύναμη που ασκεί το νήμα στο m_2

T_2' = " " " " " στην τροχαλία

T_1 = " " " " " στο m_1

T_1' = " " " " " στην τροχαλία.

Η τροχαλία είναι αβαρής και το νήμα είναι ελάχιστα αβαρές.

Αυτό σημαίνει ότι: $T_1 = T_1' = T_2 = T_2'$

Επιπλέον το νήμα είναι μη συσταλό που σημαίνει ότι τα σώματα έχουν κάθε στιγμή ίδια ταχύτητα και επιτάχυνση (κατά μέτρο)

β) Για το m_1 που κατεβαίνει:

$$\Sigma F_1 = m_1 a \Rightarrow W_1 - T_1 = m_1 a \quad (1)$$

Για το m_2 που ολισθαίνει:

$$\Sigma F_2 = m_2 a \Rightarrow T_2 - T = m_2 a \quad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l} T = \mu N_2 \\ \Sigma F_{y2} = 0 \Rightarrow N_2 = W_2 \end{array}\right\} \Rightarrow T = \mu W_2 = \mu m_2 g \quad (3)$$

γ) Προσθέτουμε τις (1) και (2):

$$W_1 - \cancel{T_1} + \cancel{T_2} - T = m_1 a + m_2 a \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$$m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow$$

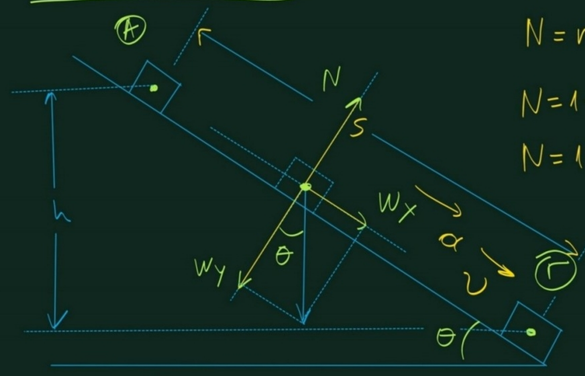
$$8 \cdot 10 - 0{,}25 \cdot 12 \cdot 10 = (8+12) a \Rightarrow$$

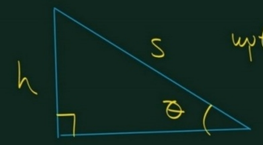
$$80 - 3 \cdot 10 = 20 a \Rightarrow$$

$$80 - 30 = 20 a \Rightarrow$$

$$50 = 20 a \Rightarrow a = 2{,}5 \, m/s^2.$$

Ασκ. 24 σελ. 159.





$\eta\mu\theta = \frac{h}{S}$

α) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_y \Rightarrow N = W \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$

$N = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$

$N = 1 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$

$N = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$N = 5\sqrt{3}\ N$

β) $\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow$

$w_x = m\alpha \Rightarrow$

$\cancel{m}g \cdot \eta\mu\theta = \cancel{m}\alpha \Rightarrow$

$\alpha = g \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow$

$\alpha = 10 \cdot \eta\mu 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\,m/s^2$

γ) $h = 5\,m$

$S = \frac{h}{\eta\mu\theta} \Rightarrow$

$S = \frac{5}{\eta\mu 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10\,m$

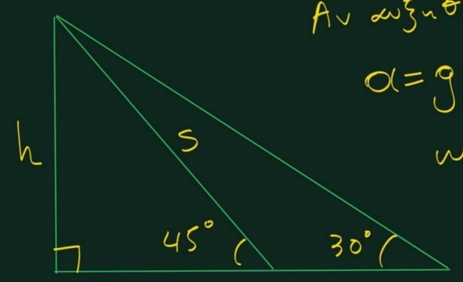
$S = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 \Rightarrow$

$20 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2\,sec$

$\upsilon = \alpha t = 5 \cdot 2 \Rightarrow$

$\upsilon = 10\,m/s$.

δ)



Αν αυξηθεί η κλίση έχουμε:

$$\alpha = g\,\eta\mu\theta = 10\cdot\eta\mu 45^\circ = 10\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\ m/s.$$

$$\eta\mu\theta = \frac{h}{s} \Rightarrow s = \frac{h}{\eta\mu\theta} = \frac{5}{\eta\mu 45^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$s = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} \Rightarrow s = 5\sqrt{2}\ m.$$

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \cancel{5\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\cdot\cancel{5\sqrt{2}}\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \Rightarrow t = \sqrt{2}\ sec$$

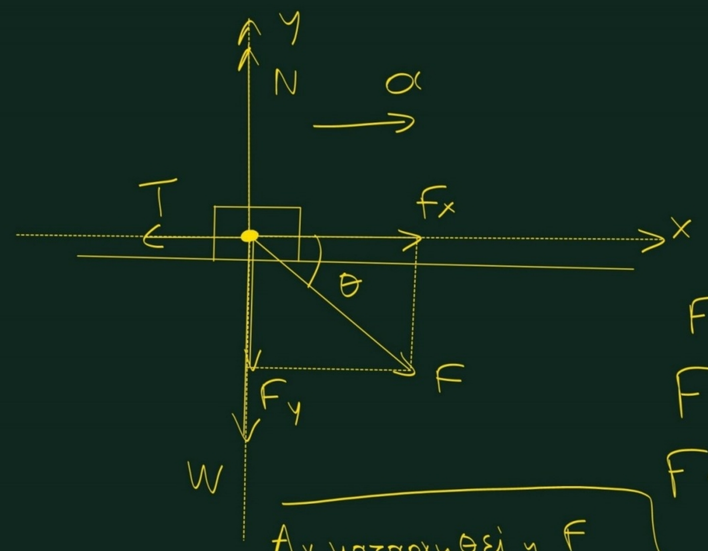
Αλλά: $U = \alpha t \Rightarrow U = 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} \Rightarrow U = 10\,m/s$ → πάλι ίδια ταχύτητα.

Από διατήρηση ενέργειας:

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}U^2 \Rightarrow U = \sqrt{2gh}$$

ανεξάρτητη της κλίσης

$$U = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5} = \sqrt{100} = 10\,m/s.$$



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + W = N \Rightarrow$$

$$N = F \cdot \eta\mu\theta + mg$$

$$T = \mu N = \mu (mg + F \cdot \eta\mu\theta)$$

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x - T = ma \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu(mg + F \cdot \eta\mu\theta) = ma \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \mu mg - \mu F \cdot \eta\mu\theta = ma \Rightarrow$$

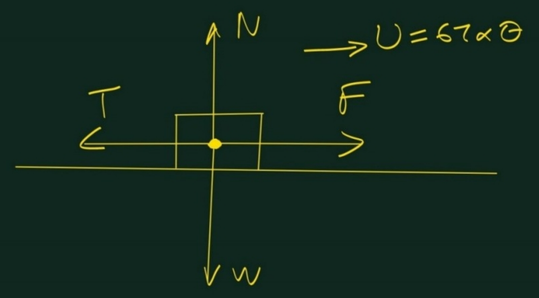
$$F \cdot (\sigma\upsilon\nu\theta - \mu\eta\mu\theta) - \mu mg = ma \Rightarrow$$

$$\alpha = \cdots$$

Αν καταργηθεί η F

έχουμε πάλι επιβραδυνόμενη με

$$\Sigma F_x = ma' \Rightarrow T' = ma' \Rightarrow \mu N' = ma' \Rightarrow \mu mg = ma' \Rightarrow a' = \mu g \text{ (επιβράδυνση)}$$



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T$

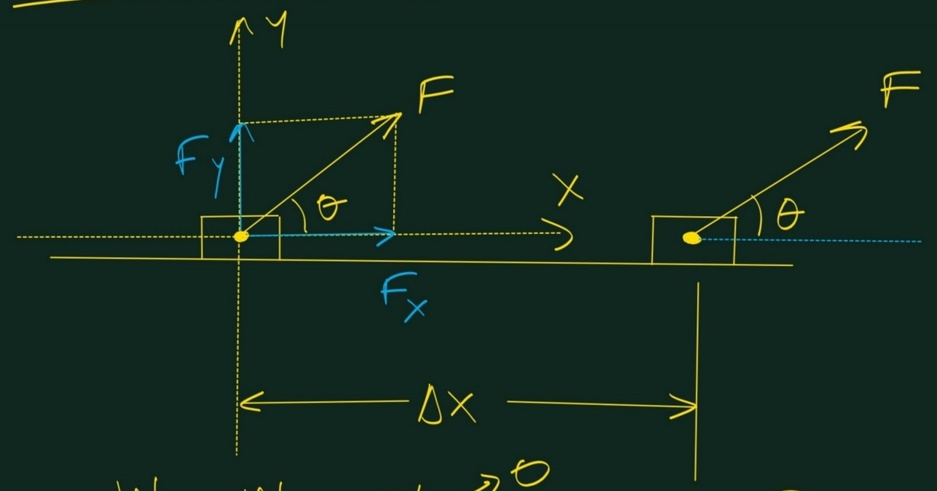
$T = \mu N$

$\Rightarrow F = \mu N \Rightarrow F = \mu m g$

Αν $F = 10\,N$

και $m = 5\,kg$ έχουμε: $10 = \mu \cdot 5 \cdot 10 \Rightarrow \mu = 0{,}2$.

Έργο δύναμης



$$W_F = W_{F_x} + \cancel{W_{F_y}}^{\,0} = F_x \cdot \Delta x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \Delta x$$

επειδή

$\vec{F_y} \perp \vec{\Delta x}$

Άρα γενικά:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

Αν $0 < \theta < 90^\circ$

$W_F > 0$

Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$

$W_F < 0$

Αν $\theta = 90^\circ$

$W_F = 0$

Αν $\theta = 0^\circ$

$W_F = F \cdot \Delta x$

Ορμή (ποσότητα κίνησης, φόρα)

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$$

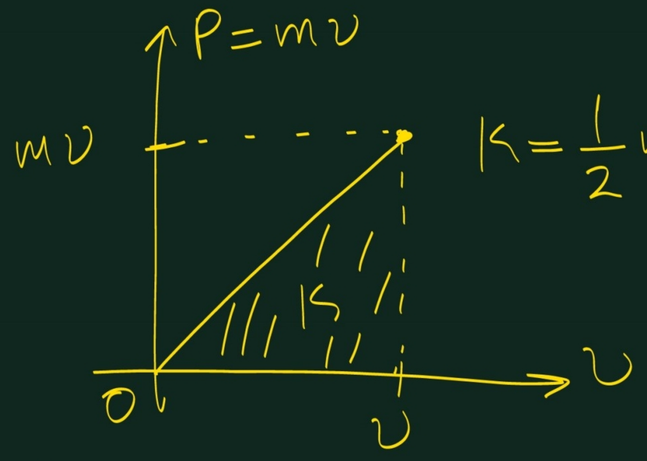
$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} m\upsilon \cdot \upsilon = \frac{1}{2} p \cdot \upsilon$$

Επίσης: $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2\upsilon^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$

Άρα: $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} p \cdot \upsilon = \frac{p^2}{2m}$

$\vec{p}$ = ορμή

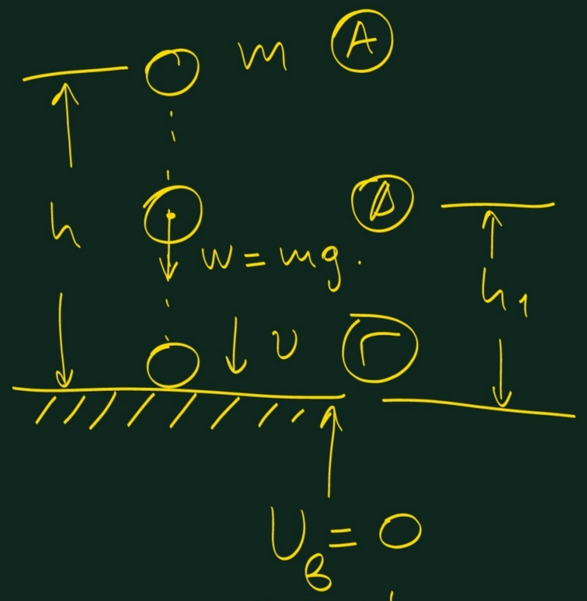
Η κινητική ενέργεια είναι η συσσωρευμένη ορμή ενός σώματος.



$$K = \frac{1}{2} m\upsilon \cdot \upsilon = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

Δηλαδή το εμβαδό σε διάγραμμα ορμής-ταχύτητας, είναι η κινητική ενέργεια.

Δυναμική ενέργεια

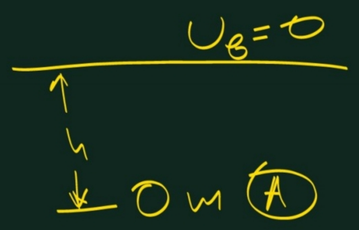


Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βάρους

$U_A = mgh$

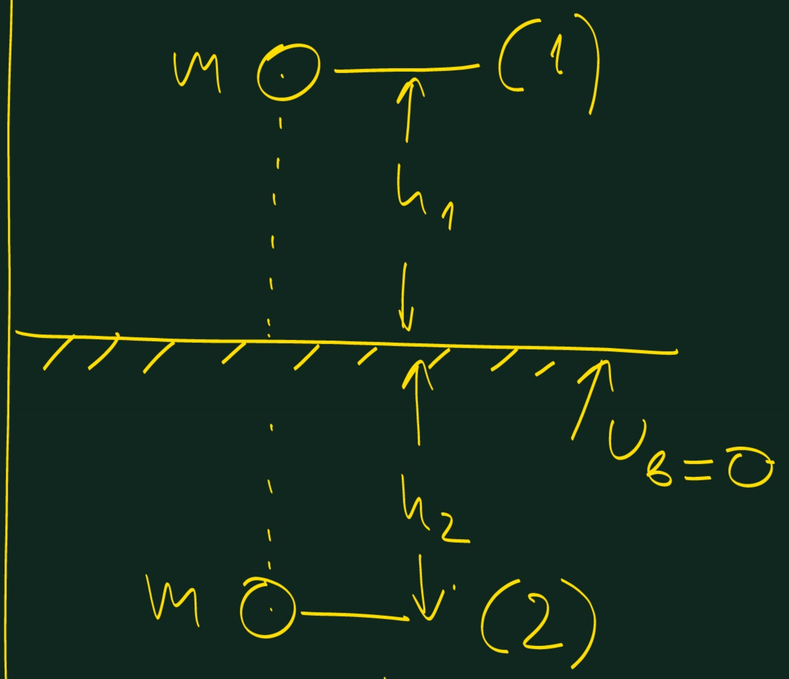
$U_\Gamma = 0$

$U_\Delta = mgh_1$



$U_A = -mgh$

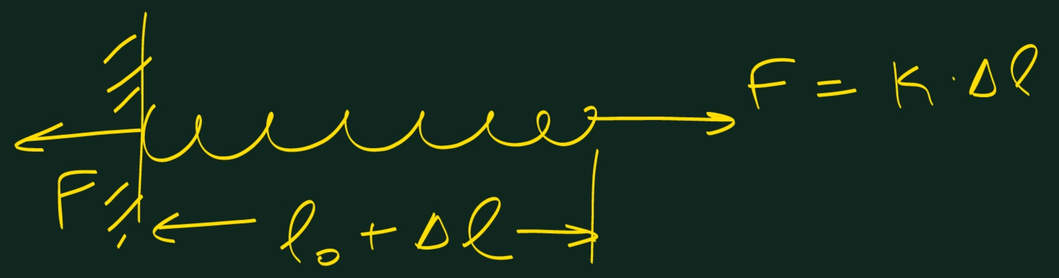
Δυναμική ενέργεια βάρους



$U_1 = +mgh_1$

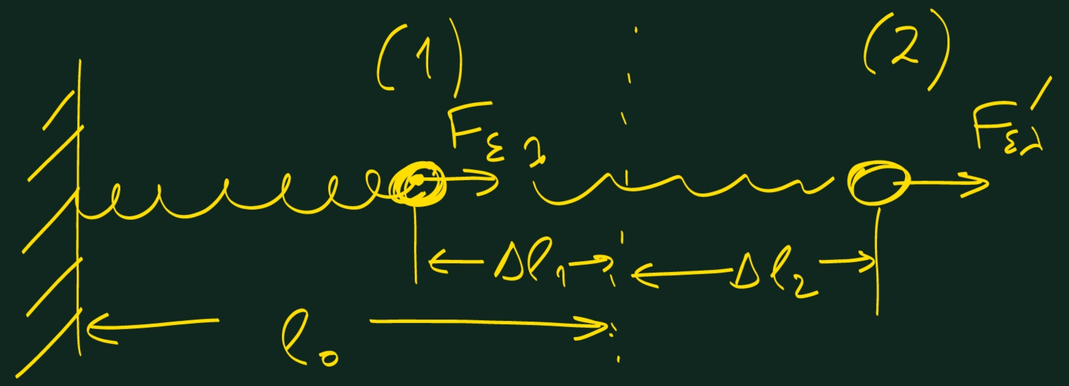
$U_2 = -mgh_2$

Δυναμική ενέργεια ελατηρίου.



$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2$$

Δl = επιμήκυνση ή συσπείρωση



Έστω ότι το σώμα πάει από τη θέση (1) όπου είναι συσπειρωμένο, στη θέση (2) όπου είναι επιμηκυσμένο.

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}(1\to 2)} = U_{\varepsilon\lambda,1} - U_{\varepsilon\lambda,2} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta l_1^2 - \frac{1}{2} k \cdot \Delta l_2^2$$