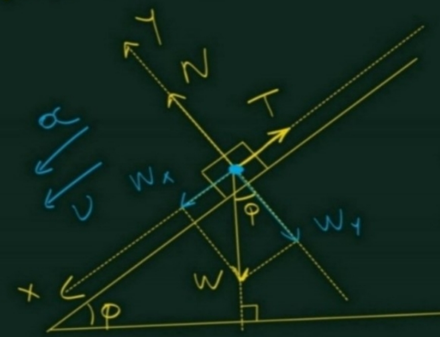
Ασκ. 13 σελ. 158

α) Στο σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις.



Η τριβή Τ από το κεκλιμένο επίπεδο
Η κάθετη δύναμη N από το κεκλ. επίπεδο
Το βάρος W από τη Γη.

β) $T = \mu N$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W_y \Rightarrow$

$N = W \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$

$N = mg \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$

$N = 1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N = 5\sqrt{3}\ N$

Άρα: $T = \mu N = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 5\sqrt{3} \Rightarrow$

$T = \frac{3}{6} \cdot 5 \Rightarrow$

$T = 2,5\ N$

γ) $W_x = W \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$

$W_x = mg \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$

$W_x = 1 \cdot 10 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$

$W_x = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\ N$

$\Sigma F_x = ma \Rightarrow$

$W_x - T = ma \Rightarrow$

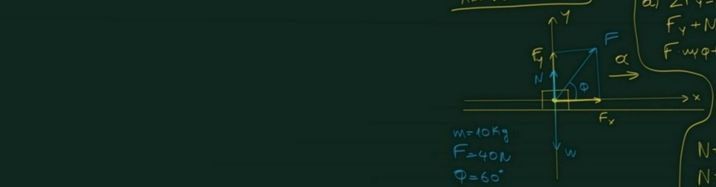
$5 - 2,5 = 1 \cdot a \Rightarrow$

$a = 2,5\ m/s^2$

$S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 1^2 \Rightarrow S = 1,25\ m$

Άσκ. 22 σελ. 159



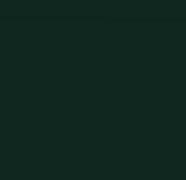
$m = 10\,kg$
$F = 40\,N$
$\varphi = 60^\circ$
$\sqrt{3} \simeq 1{,}7$

α) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$
$F_y + N - W = 0 \Rightarrow$
$F \eta\mu\varphi + N - mg = 0 \Rightarrow$
$40 \cdot \eta\mu 60^\circ + N - 10 \cdot 10 = 0 \Rightarrow$
$40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N - 100 = 0 \Rightarrow$
$N = 100 - 20\sqrt{3} \Rightarrow$
$N = 100 - 20 \cdot 1{,}7 \Rightarrow$
$N = 66\,N$

β) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x = ma \Rightarrow$
$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = ma \Rightarrow$
$40 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 10 \cdot a \Rightarrow$
$40 \frac{1}{2} = 10 \cdot a \Rightarrow$
$20 = 10\,a \Rightarrow$
$a = 2\,m/s^2$

γ) $0 \to 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5$
$1^o\ 2^o\ 3^o\ 4^o\ 5^o$
$S(t) = \frac{1}{2} a t^2$
$S(4) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16\,m$
$S(5) = \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 = 25\,m$
Άρα: $S = S(5) - S(4) = 25 - 16 = 9\,m$

Άσκ. 8 σελ. 158:



Ελαιοπλήρες:
1) Βάρος $\vec{W}_2$ από τη Γη.
2) $\vec{N}_2$ από τον άνθρωπο στο ελαιοπλήρες (αντίδραση της $\vec{N}_1$, οπότε $\vec{N}_2 = -\vec{N}_1$)
3) Ανυψωτική δύναμη $\vec{F}$ από το γερανό.

α) Πλοίο:
1) Βάρος $\vec{W}_1$ από Γη.
2) Κάθετη δύναμη $\vec{N}_1$ από υδάτινα ελαιοπλήρους.

β) Για τον άνθρωπο:
$\Sigma F_1 = m_1 a \Rightarrow$
$N_1 - W_1 = m_1 a \Rightarrow$
$N_1 - m_1 g = m_1 a$ (1)

Για το ελαιοπλήρες:
$\Sigma F_2 = m_2 a \Rightarrow$
$F - N_2 - W_2 = m_2 a \Rightarrow$
$F - N_2 - m_2 g = m_2 a$ (2)

Κατά μέτρο: $N_1 = N_2$
Προσθέτουμε τις (1) και (2):
$N_1 - m_1 g + F - N_2 - m_2 g = m_1 a + m_2 a \Rightarrow$
$F - (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow F = (m_1 + m_2)(g + a)$

Άρα: $F = (1920+80)\cdot(10+2) \Rightarrow$

$F = 2000 \cdot 12 \Rightarrow$

$F = 24000\,N$

γ) Για τον άνθρωπο:

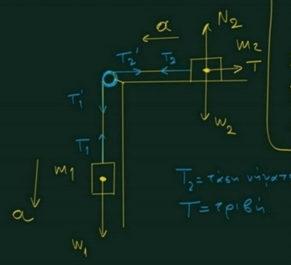
$N_1 - w_1 g = w_1 a \Rightarrow$

$N_1 = w_1 (g+a) \Rightarrow$

$N_1 = 80\cdot(10+2) \Rightarrow N_1 = 960\,N$.

δύναμη από το κάθισμα.

Ασκ. Α2 σελ. 158:



T_2 = τάση νήματος
T = τριβή

α) Το m_2 δέχεται τέσσερις δυνάμεις:
1) T_2 (τάση νήματος)
2) W_2 (βάρος)
3) N_2 (κάθετη δύναμη)
4) $T = \mu N_2$ (τριβή ολίσθησης)

Το m_1 δέχεται δύο δυνάμεις:
1) W_1 (βάρος)
2) T_1 (τάση νήματος)

Η τροχαλία είναι αβαρής, οπότε ισχύει:
$T_1' = T_2'$

Το νήμα είναι αβαρές, οπότε ισχύει:
$T_2 = T_2'$ και
$T_1 = T_1'$

Άρα:
$T_1 = T_2 = T_1' = T_2'$

β) Για το m_1 έχουμε:

$\Sigma F_1 = m_1 a \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a$ (1)

Για το m_2 έχουμε:

$\Sigma F_{2x} = m_2 a \Rightarrow T_2 - T = m_2 a$ (2)

$\Sigma F_{2y} = 0 \Rightarrow N_2 = W_2$

$T = \mu N_2 \Rightarrow T = \mu m_2 g$ (3)

γ) Προσθέτουμε τις (1) και (2) και αντικαθιστούμε την T από την (3):

$m_1 g - \cancel{T_1} + \cancel{T_2} - T = m_1 a + m_2 a \Rightarrow$

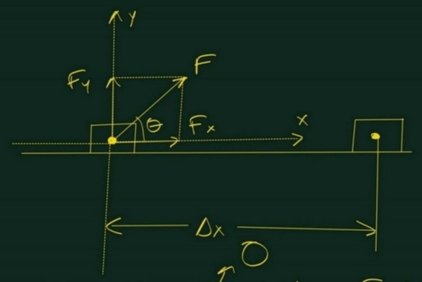
(επειδή $T_1 = T_2$)

$m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow$

$80 - 0{,}25 \cdot 120 = (8+12) a \Rightarrow$

$80 - 30 = 20a \Rightarrow$

$\frac{50}{20} = \frac{20a}{20} \Rightarrow a = 2{,}5 \, m/s^2$



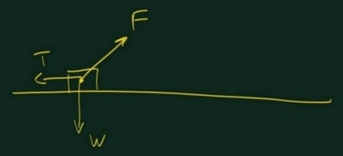
Αν $0 < \theta < 90^\circ$
$\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $W_F > 0$
Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$
$\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ και $W_F < 0$
Αν $\theta = 0^\circ$ τότε $\sigma\upsilon\nu\theta = 1$ και $W_F = F \cdot \Delta x$
Αν $\theta = 90^\circ$ " $\sigma\upsilon\nu\theta = 0$ και $W_F = 0$

$$W_F = W_{F_x} + W_{F_y} = W_{F_x} = F_x \Delta x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \Delta x \Rightarrow$$

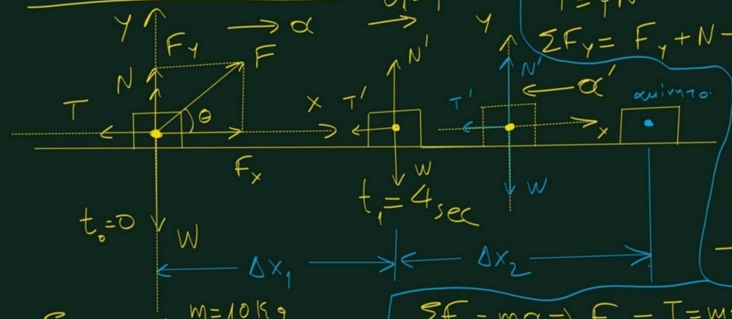
$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

$W_{F_y} = 0$ επειδή $\vec{F_y} \perp \vec{\Delta x}$

(οι δυνάμεις που είναι κάθετες στη μετατόπιση δεν παράγουν έργο).


F
f
w

Παράδειγμα άσκησης.



$F=100N$ $m=10kg$

$\sigma\upsilon\nu\theta=0,6$ $\mu=0,2$

$\eta\mu\theta=0,8$

α) Να βρεθεί η επιτάχυνση

$T=\mu N$

$\Sigma F_y = F_y + N - W = 0 \Rightarrow N = W - F_y \Rightarrow$

$N = mg - F\cdot\eta\mu\theta \Rightarrow$

$N = 100 - 10\cdot 0,6 \Rightarrow$

$N = 40N$

$T = 0,2\cdot 40 = 8N$

$\Sigma f_x = ma \Rightarrow F_x - T = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - T = ma \Rightarrow 100\cdot 0,8 - 8 = 10a \Rightarrow$

$80 - 8 = 10a \Rightarrow a = 7,2\,m/s^2$

β) Να βρεθεί η v_1 την $t_1 = 4\,sec$.

$v_1 = a t_1 = 7{,}2 \cdot 4 = 27{,}8\ m/s$.

γ) Να βρεθεί η μετατόπιση Δx_1

$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}2 \cdot 4^2 = 3{,}6 \cdot 16\ m$

δ) Τη στιγμή $t_1 = 4\,sec$ καταργείται η δύναμη F οπότε το σώμα επιβραδύνεται λόγω της τριβής T' (που είναι διαφορετική από την T)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - mg = 0 \Rightarrow N' = mg$.

$T' = \mu N' = \mu mg$.

$\Sigma F_x = T' = ma' \Rightarrow$

$\mu mg = ma' \Rightarrow a' = \mu g$

(επιβράδυνση)

$\Delta x_2 = \frac{v_1^2}{2a'} = \frac{27{,}8^2}{2\mu g} =$

$= \frac{27{,}8^2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 10} = \frac{27{,}8^2}{4}\ m$

Αλλά αυτό θέλει αποδείξη.

β) Να βρεθεί η απόσταση Δx_2 που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.

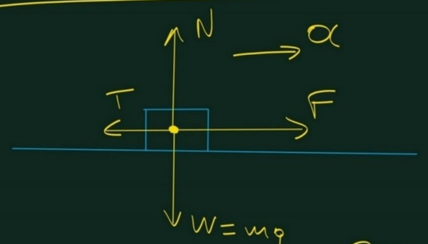
$$v = v_1 - a' t \Rightarrow$$

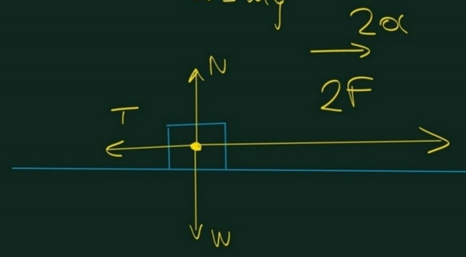
$$0 = v_1 - a' t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_1}{a'}$$

$$\Delta x_2 = v_1 t_2 - \frac{1}{2} a' t_2^2 = v_1 \cdot \frac{v_1}{a'} - \frac{1}{2} a' \cdot \frac{v_1^2}{a'^2} \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = \frac{v_1^2}{a'} - \frac{v_1^2}{2a'} = \frac{v_1^2}{2a'} = \dots$$

Εφ. 30 σελ. 153





Η τριβή γένει ίδια.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W = 0 \Rightarrow N = mg$.

$T = \gamma N \Rightarrow T = \gamma mg$.

Άρα: $F - T = ma$ (1η περίπτωση)

$2F - T = m \cdot 2a$ (2η ")

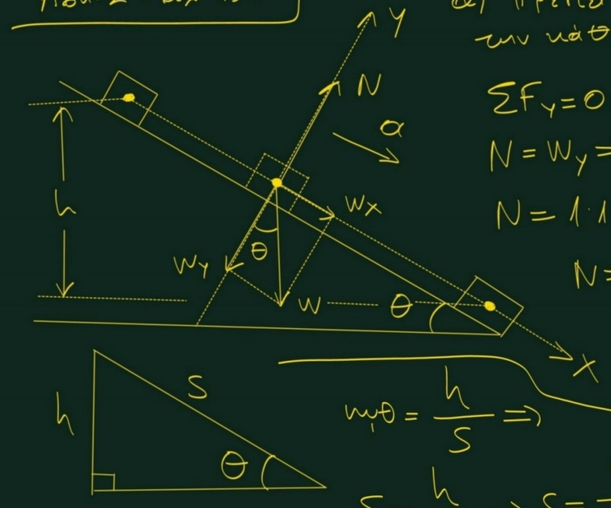
$2F - T = 2ma \Rightarrow$

$2f - T = 2(f - T) \Rightarrow$

$2F - T = 2F - 2T \Rightarrow 2T - T = 0 \Rightarrow T = 0$

Άρα δεν υπάρχει τριβή.

Ασκ. 24 σελ. 159



α) Πρέπει να βρούμε την κάθετη δύναμη N.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W_y = 0 \Rightarrow$

$N = W_y \Rightarrow N = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$

$N = 1 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$

$N = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$N = 5\sqrt{3}\ N.$

β) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow$

$W_x = ma \Rightarrow$

$W \cdot \eta\mu\theta = ma \Rightarrow$

$mg \cdot \eta\mu\theta = ma \Rightarrow$

$a = g \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow$

$a = 10 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$

$a = 5\ m/s^2$

$\eta\mu\theta = \frac{h}{s} \Rightarrow$

$s = \frac{h}{\eta\mu\theta} \Rightarrow s = \frac{5}{\eta\mu 30^\circ} \Rightarrow s = \frac{5}{\frac{1}{2}} \Rightarrow s = 10\ m$

γ) $S=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$10=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot t^2 \Rightarrow$

$20=5t^2 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow$

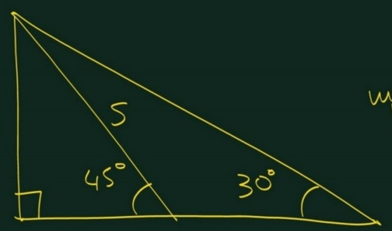
$t=2\,sec$

$U=at \Rightarrow$

$U=5\cdot 2 \Rightarrow$

$U=10\,m/s$

δ) Να ξαναβρίσκουν όλοι οι παραπάνω υπολογισμοί για το ίδιο ύψος $h=5\,m$ αλλά για $\theta=45^\circ$



$\Sigma F_x=ma \Rightarrow$

$mg\cdot\eta\mu\theta=ma \Rightarrow$

$a=g\cdot\eta\mu\theta=10\cdot\eta\mu45^\circ \Rightarrow$

$a=10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a=5\sqrt{2}\,m/s^2$

$\eta\mu45^\circ=\frac{h}{S} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{5}{S} \Rightarrow$

$S=\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2}=5\sqrt{2}\,m.$

$S=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 5\sqrt{2}=\frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot t^2 \Rightarrow t^2=2 \Rightarrow t=\sqrt{2}\,sec$

$U=at=5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} \Rightarrow U=10\,m/s$ ίδια (αφού: $mgh=\frac{1}{2}mU^2 \Rightarrow U=\sqrt{2gh}$)

Κινητική ενέργεια:

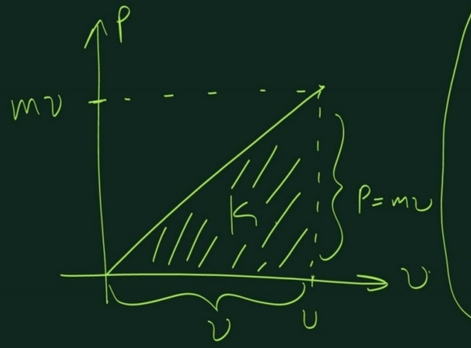
$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Ορμή:

$$p = mv$$

Η κινητική ενέργεια είναι η συσσωρευμένη ορμή ενός σώματος.

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} mv \cdot v = \frac{1}{2} p \cdot v$$



K = εμβαδόν τριγώνου

$$K = \frac{1}{2} mv \cdot v = \frac{1}{2} m v^2$$

ΘΜΚΕ

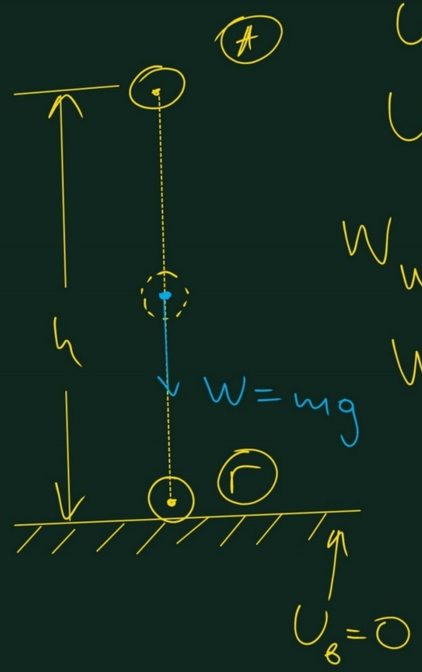
$$\Delta K = \Sigma W = W_{\Sigma F}$$

↑ μεταβολή κινητικής ενέργειας

↑ άθροισμα έργων δυνάμεων

↑ έργο συνισταμένης

Δυναμική ενέργεια βάρους



$U_A = mgh$

$U_\Gamma = 0$

$W_{w(A\to\Gamma)} = U_A - U_\Gamma \Rightarrow$

$W_{w(A\to\Gamma)} = mgh$

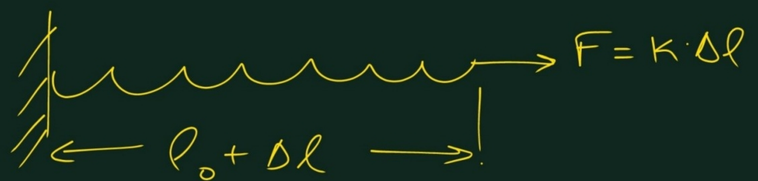
Γενικά το έργο μιας διατηρητικής δύναμης πεδίου, είναι ίσο με τη διαφορά της αρχικής μείον την τελική δυναμική ενέργεια.

$$W_{F(αρχ\to τελ)} = U_{αρχ} - U_{τελ}.$$

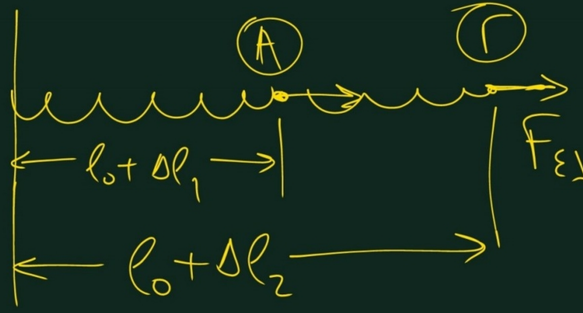
F = δύναμη βάρους, ελατηρίου, ηλεκτρική κ.λ.π

ή $W_{F_{πεδ}(A\to\Gamma)} = U_A - U_\Gamma$

Δυναμική ενέργεια ελατηρίου



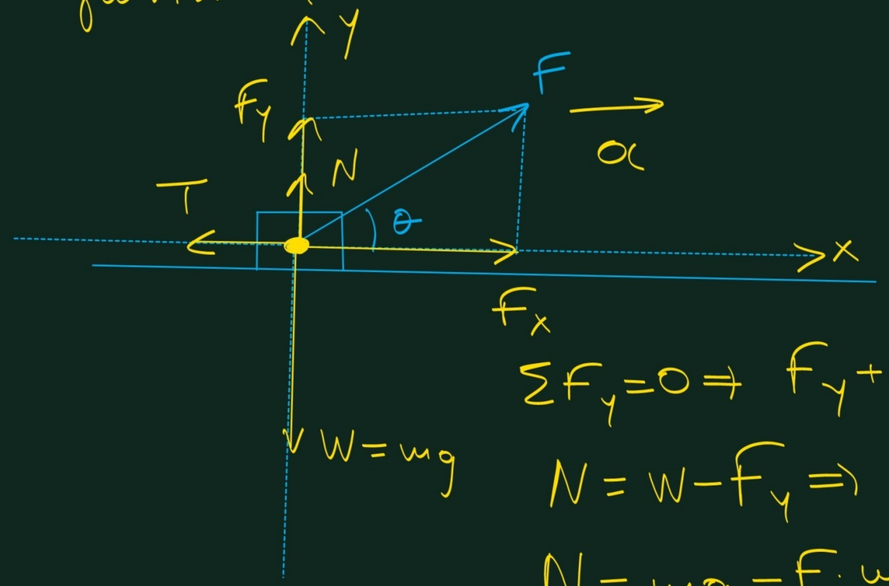
$U_{ελ} = \frac{1}{2} κ \cdot Δl^2$ l_0 = φυσικό μήκος



$$W_{F_{ελ}(A \to Γ)} = U_{ελ,A} - U_{ελ,Γ} =$$

$$= \frac{1}{2} κ \cdot Δl_1^2 - \frac{1}{2} κ \cdot Δl_2^2$$

Αν η δύναμη σχηματίζει γωνία προς τα πάνω έχουμε:



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_y + N = W \Rightarrow$

$N = W - f_y \Rightarrow$

$N = mg - F\cdot\eta\mu\theta$

$T = \gamma N = \gamma mg - \gamma F\cdot\eta\mu\theta$

$$s = \frac{u_1^2}{2\alpha'}$$

$\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow \quad F_x - T = m\alpha \Rightarrow$

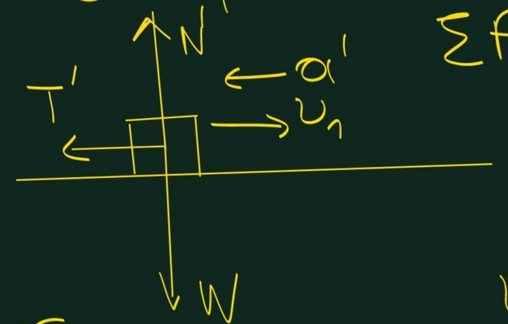
$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - (\gamma mg - \gamma F\cdot\eta\mu\theta) = m\alpha \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - \gamma mg + \gamma F\cdot\eta\mu\theta = m\alpha \Rightarrow$

$F\cdot(\sigma\upsilon\nu\theta + \gamma\cdot\eta\mu\theta) - \gamma mg = m\alpha.$

$\Rightarrow \alpha = \ldots$

Αν καταργηθεί η F έχουμε επιβράδυνση α'



$\Sigma F_x = m\alpha' \Rightarrow$

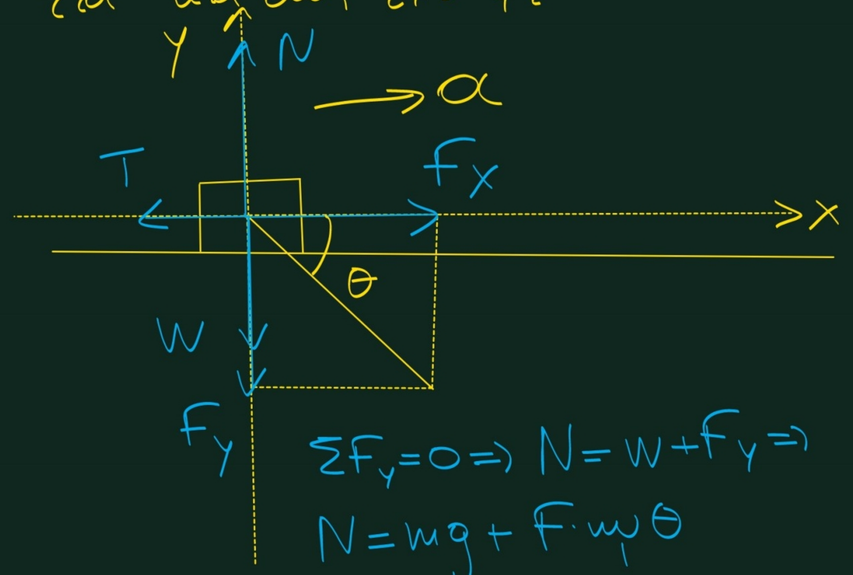
$T' = m\alpha' \Rightarrow$

$\gamma N' = m\alpha' \Rightarrow$

$\gamma mg = m\alpha' \Rightarrow \alpha' = \gamma g$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = W$

Αν η δύναμη είναι υπό γωνία προς τα κάτω, έχουμε:



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W + f_y \Rightarrow$

$N = mg + F\cdot\eta\mu\theta$

$T = \mu N = \mu mg + \mu F\cdot\eta\mu\theta$

$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x - T = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - (\mu mg + \mu F\cdot\eta\mu\theta) = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - \mu mg - \mu F\cdot\eta\mu\theta = ma \Rightarrow$

$F(\sigma\upsilon\nu\theta - \mu\eta\mu\theta) - \mu mg = ma \Rightarrow \alpha = \dots$

Αν καταργηθεί η F έχουμε την ίδια επιβράδυνση $\alpha' = \mu g$.

$\upsilon_1 = \alpha t_1$

$S = \upsilon_1 t_2 - \frac{1}{2}\alpha' t_2^2 \Rightarrow S = \upsilon_1\cdot\frac{\upsilon_1}{\alpha'} - \frac{1}{2}\alpha'\cdot\frac{\upsilon_1^2}{\alpha'^2} \Rightarrow$

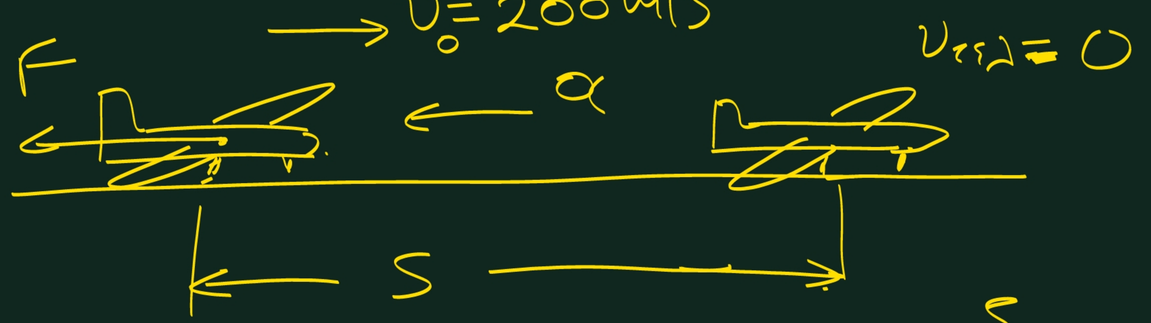
$0 = \upsilon_1 - \alpha' t_2 \Rightarrow \quad S = \frac{\upsilon_1^2}{\alpha'} - \frac{1}{2}\frac{\upsilon_1^2}{\alpha'} = \frac{\upsilon_1^2}{2\alpha'}$

$t_2 = \frac{\upsilon_1}{\alpha'}$

Δραστηριότητα σελ. 168.

β) $m = 3,5 \cdot 10^5$ kg.

$F = 1,75 \cdot 10^6$ N



$F = ma \Rightarrow 1,75 \cdot 10^6 = 3,5 \cdot 10^5 a \Rightarrow$

$a = \frac{1,75 \cdot 10^6}{3,5 \cdot 10^5} = \frac{1,75 \cdot 10}{3,5} = \frac{17,5}{3,5} = 5$ m/s^2

$S = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{200^2}{2 \cdot 5} = \frac{40.000}{10} =$

$S = 4.000$ m.

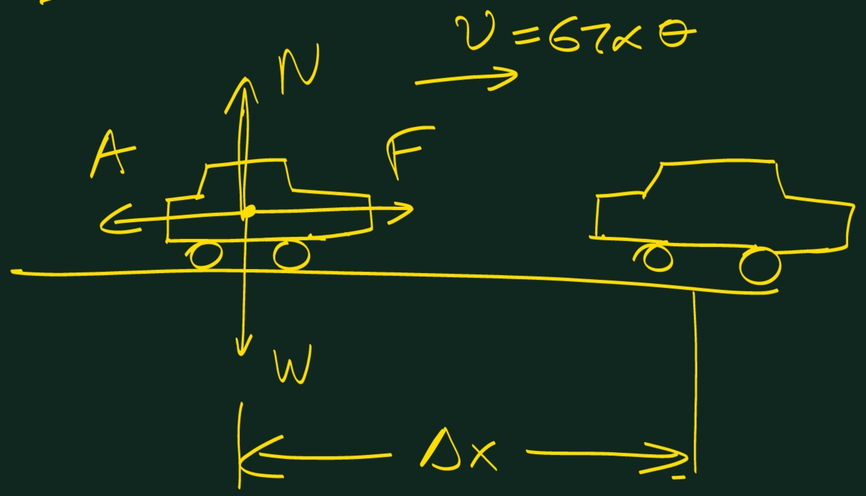
($v = v_0 - at \Rightarrow 0 = v_0 - at_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a}$

$S = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 =$

$= v_0 \cdot \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \frac{v_0^2}{a^2} =$

$= \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}$)

Абн. 1 682. 193.



$$W_A = -A \cdot \Delta x = -6000\ Дж$$