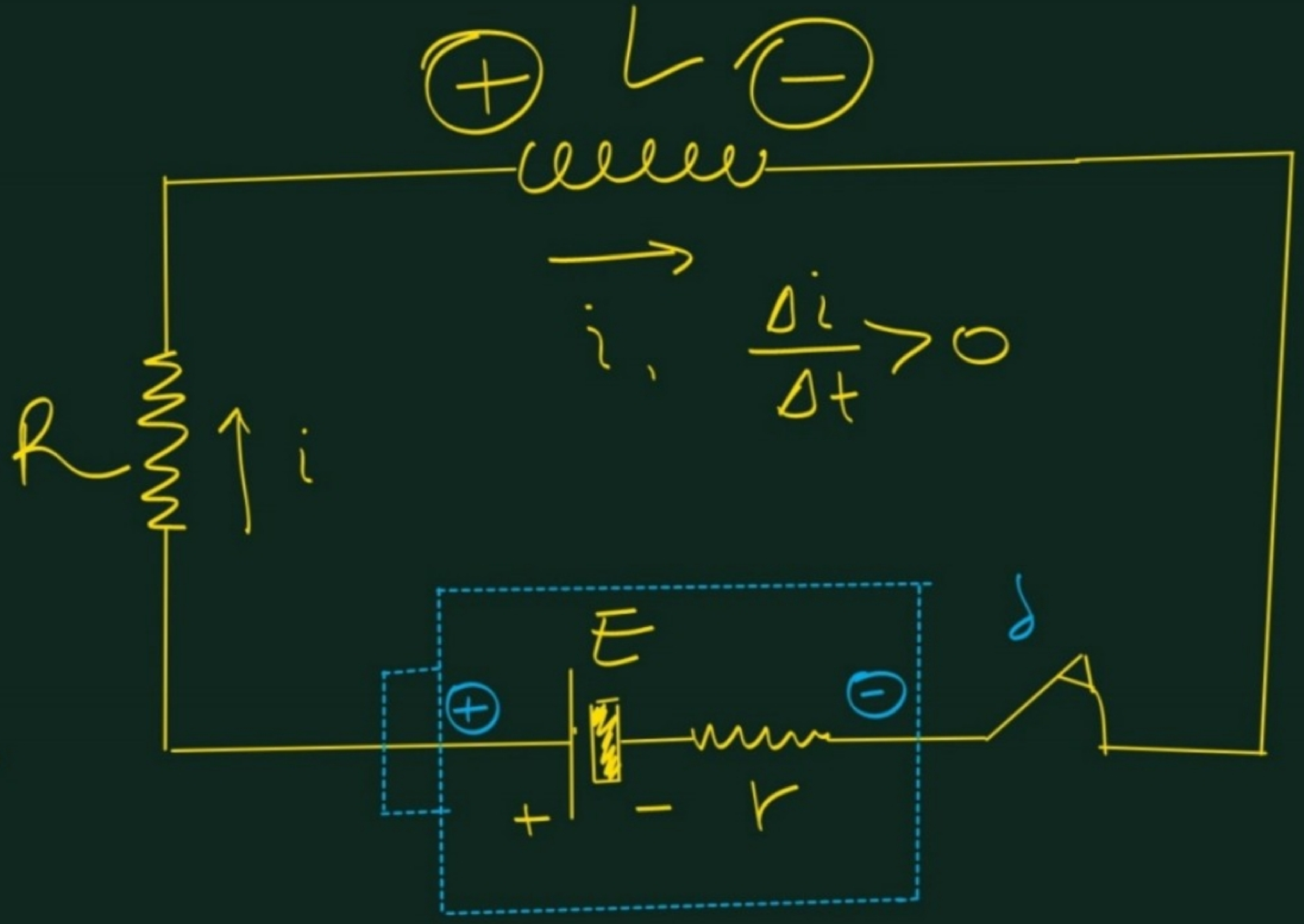
Ασκ. 5.68 σελ. 226.

$E = 40\,\text{Volt}$

$r = 2\,\Omega$

$L = 0{,}5$ Henry (ιδανικό)

$R = 8\,\Omega$



α) - Έχουμε κύκλωμα «φόρτισης» πηνίου.

$$E = ir + iR + V_L \Rightarrow$$

$$E = i(R+r) + L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} \Rightarrow \frac{E}{R+r} = i + \frac{L}{R+r}\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$I = i + \tau\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} \qquad i(t) = I\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$ όπου $I = \frac{E}{R+r}$ και $\tau = \frac{L}{R+r}$ (σταθερά χρόνου)

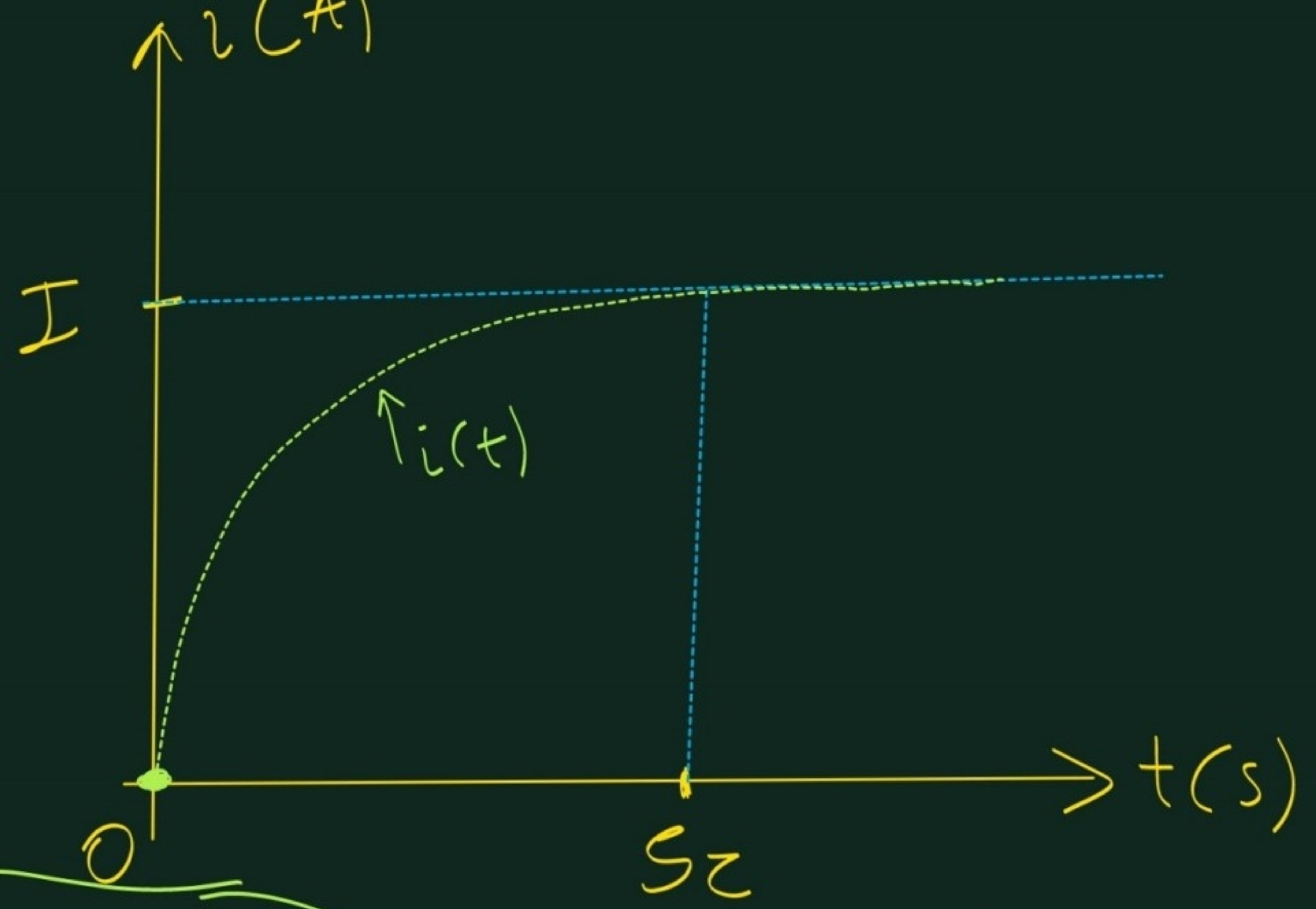
Την τελική τιμή της η ένταση την παίρνει όταν γίνει:

$\frac{\Delta i}{\Delta t} = 0$ Άρα:

$$E = i(R+r) + L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} \xRightarrow{\frac{\Delta i}{\Delta t}=0}$$

$$E = I\cdot(R+r) \Rightarrow I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow$$

$$I = \frac{40}{8+2} \Rightarrow I = 4A$$



$i \rightarrow υ$

$L \rightarrow m$ ← Ηλεκτρομηχανικό ανάλογο.

$U_L \rightarrow K$

$U_L = \frac{1}{2}Li^2 \rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 = K$

β) $E_{αυτ} = -L\cdot\frac{Δi}{Δt} = -0,5\cdot 6 = -3$ Volt.

το (-) έχει να κάνει με την πολικότητα.

$|E_{αυτ}| = U_L = +3$ Volt.

γ) $E = i(R+r) + L\cdot\frac{di}{dt} \Rightarrow$

$40 = i\cdot 10 + 0,5\cdot 6 \Rightarrow 10i = 40-3 \Rightarrow i = 3,7$ A.

$U_L = \frac{1}{2}L\cdot i^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,5\cdot 3,7^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,5(4-0,3)^2 =$

$= 0,25(16-2,4+0,09) =$

$= 4-0,6+0,0225 = 3,4+0,0225 \Rightarrow$

$U_L = 3,4225$ Joule.

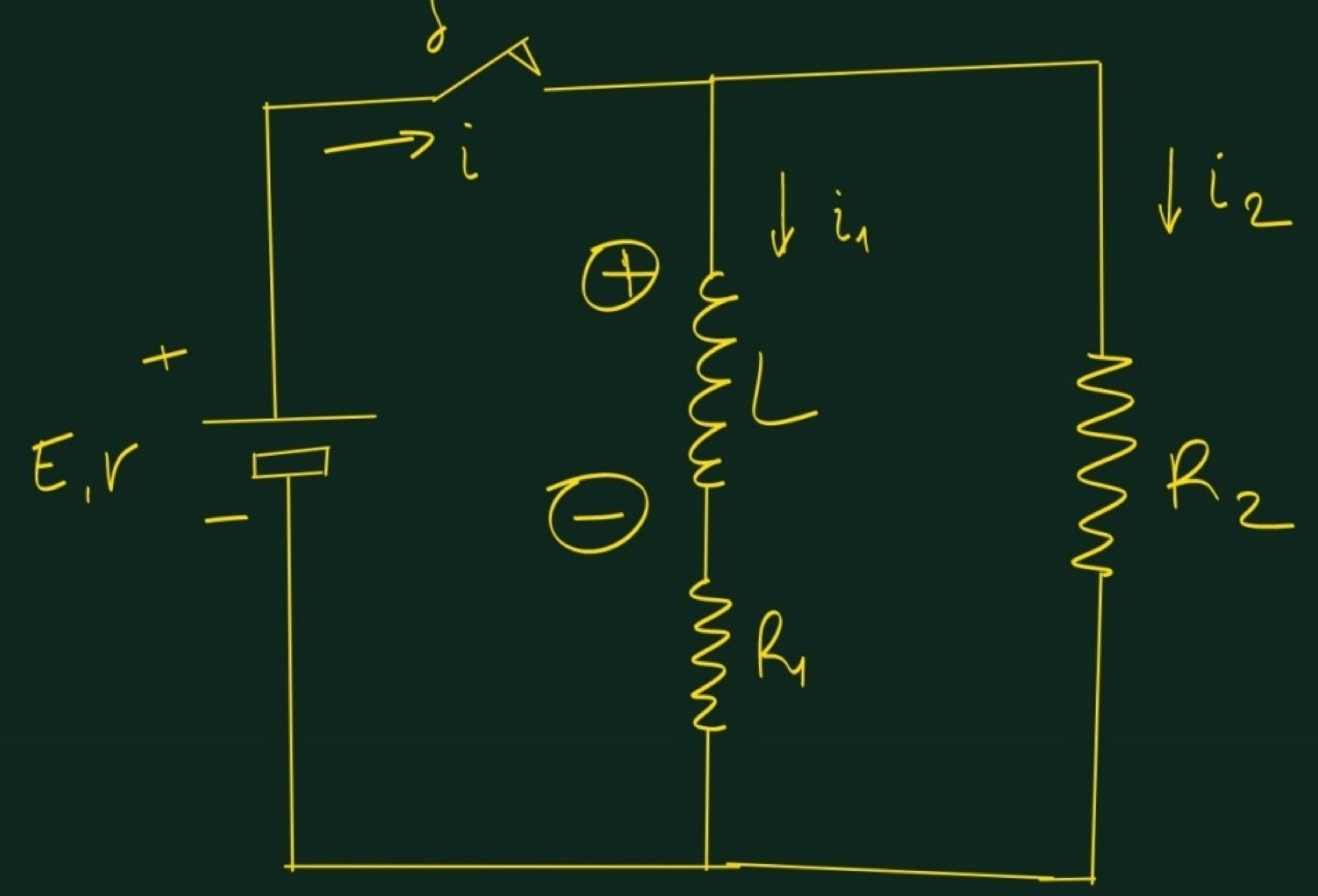
δ) Ο ζητούμενος ρυθμός αποθήκευσης μαγνητικής ενέργειας στο πηνίο, είναι η ισχύς του πηνίου:

$$P_L = i \cdot v_L = i\, L \cdot \frac{di}{dt} =$$

$$= 3{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 6 = 3{,}7 \cdot 3 \Rightarrow$$

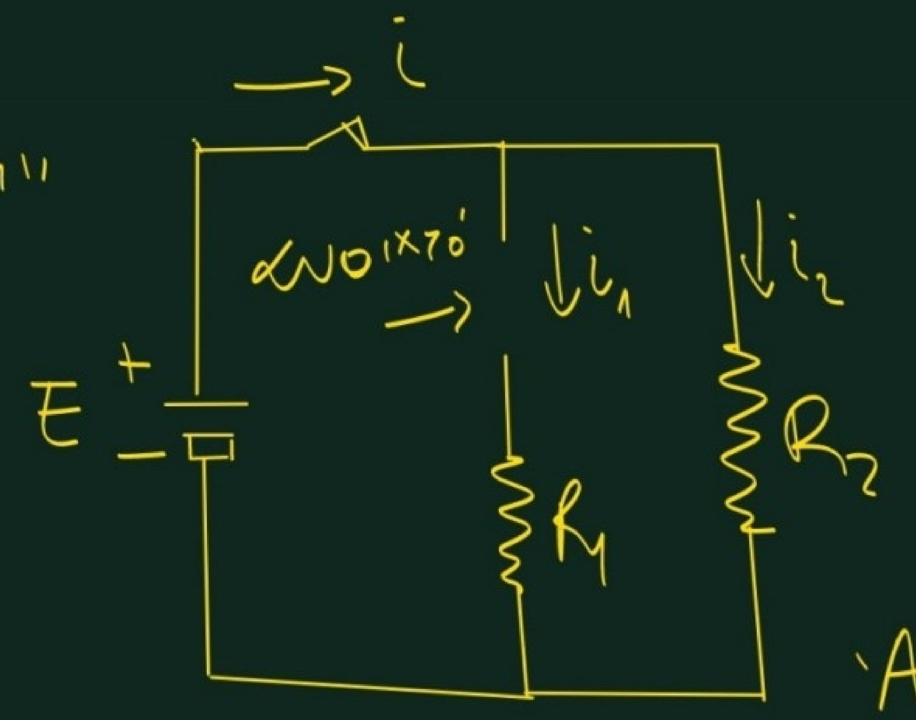
$$P_L = 11{,}1 \text{ Watt}.$$

Ασκ. 5.69 (σελ. 227)



α) i) αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη το πηνίο παρουσιάζει τη μέγιστη αντίσταση στην αύξηση του ρεύματος και συμπεριφέρεται σαν ανοιχτό κύκλωμα.

(ή ανοιχτός διακόπτης)

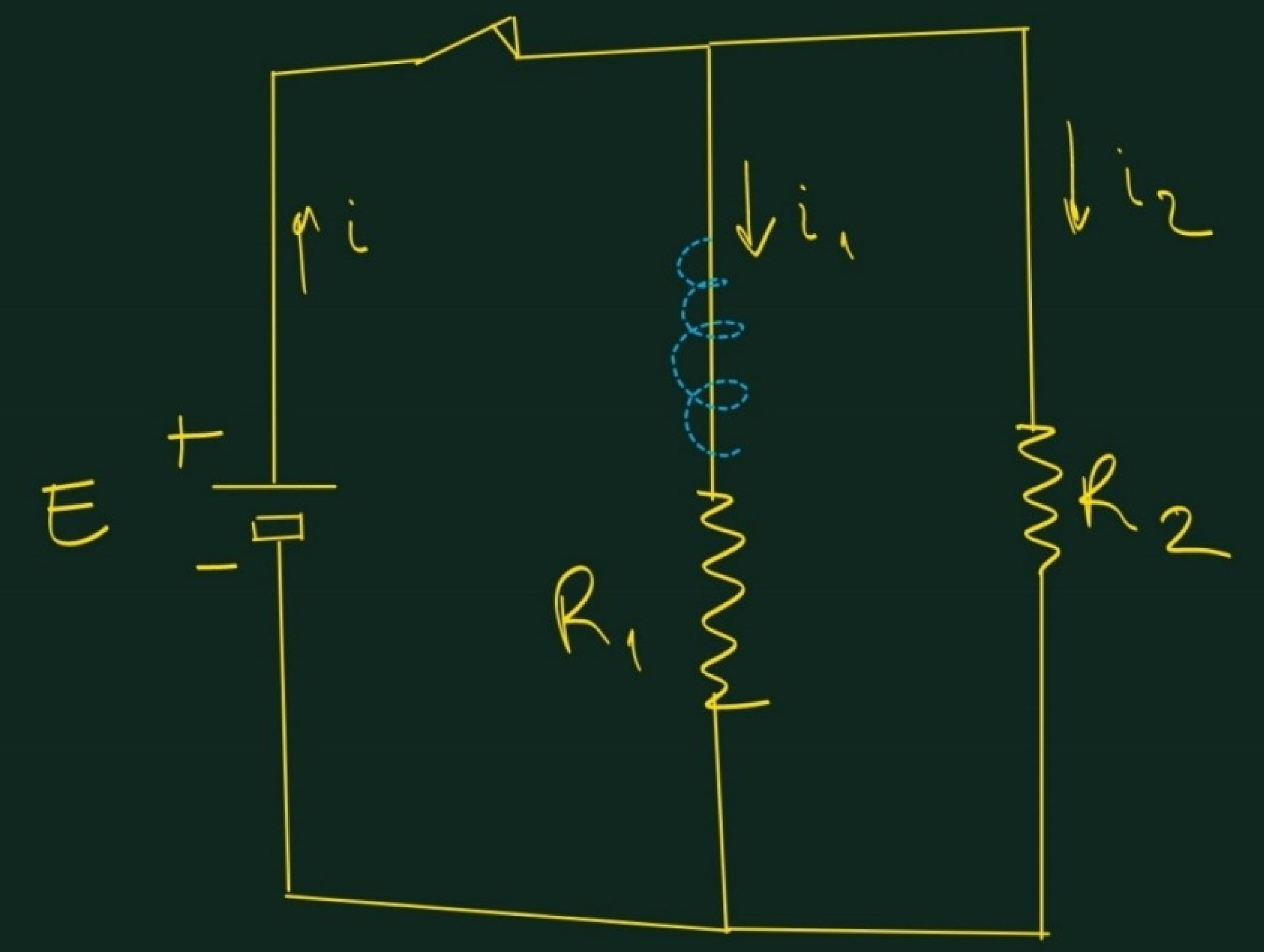


Άρα: $i_1 = 0$ και $i = i_2$

$$i = \frac{E}{R_2} = \frac{12}{6} = 2A$$

Άρα τη στιγμή $t=0$ είναι: $i_1 = 0$ και $i_2 = 2A$

ii) Αρκετό χρόνο μετά το κλείσιμο του διακόπτη, το πηνίο συμπεριφέρεται σαν βραχυκύκλωμα.



Άρα: $i = i_1 + i_2$

$i_1 R_1 = i_2 R_2$

$$i = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \Rightarrow$$

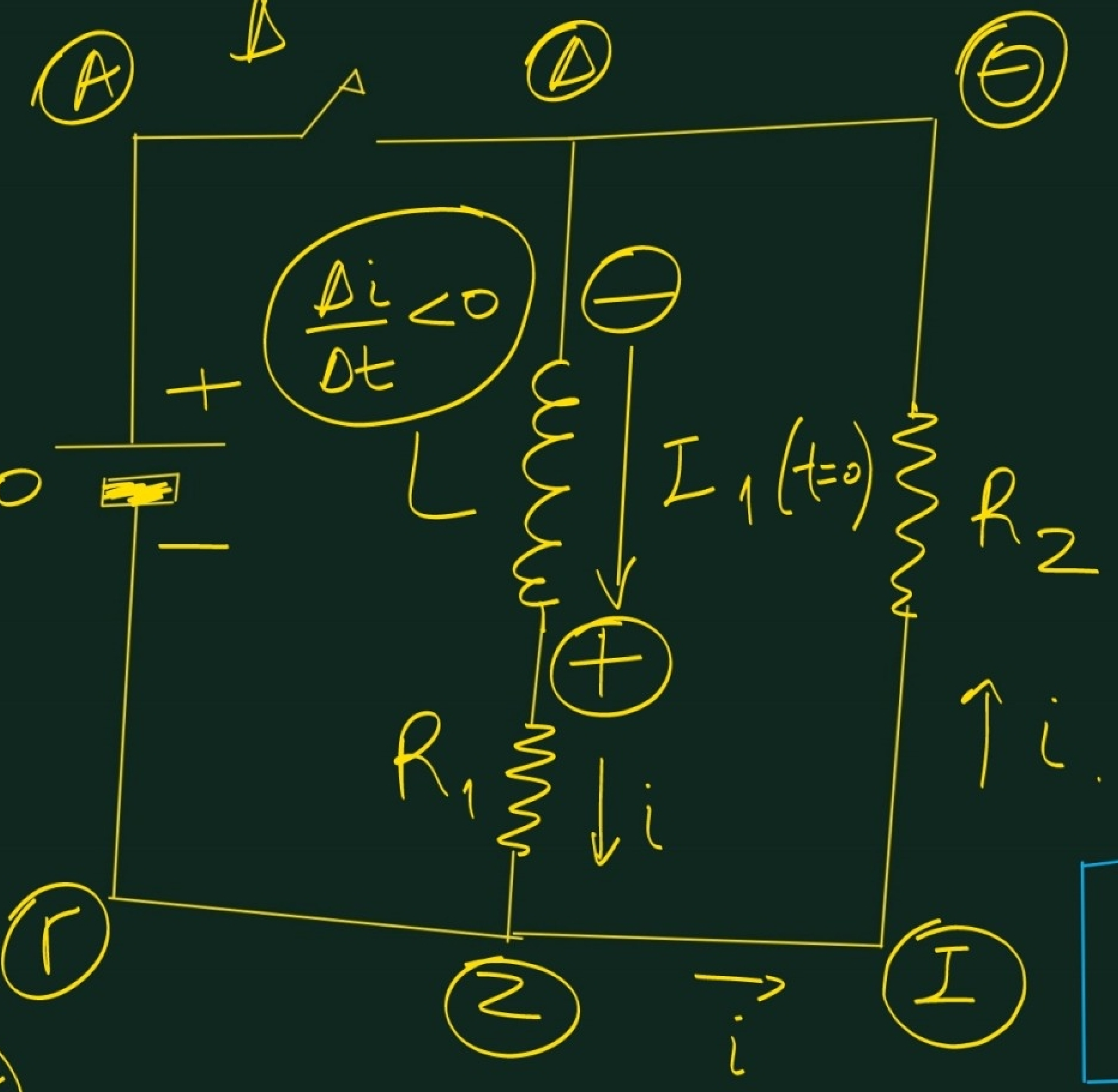
$$i = \frac{E(R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2} = \frac{12 \cdot 9}{18} = 6\ A$$

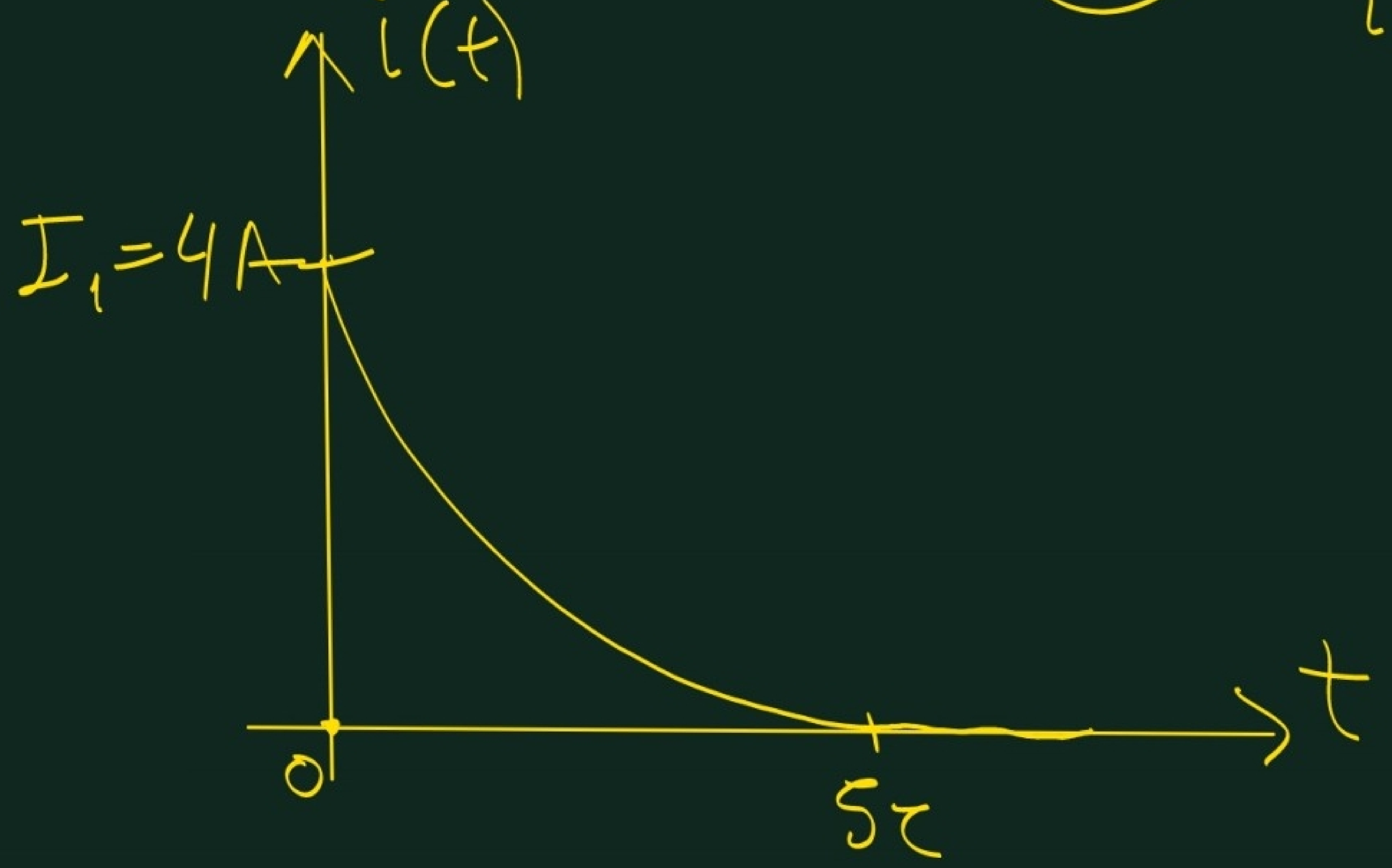
$R_1 = 3\,\Omega \quad R_2 = 6\,\Omega$

$i_1 \cdot 3 = i_2 \cdot 6 \Rightarrow i_1 = 2 i_2$

$i_1 + i_2 = 6 \Rightarrow 3 i_2 = 6 \Rightarrow i_2 = 2A$ και $i_1 = 4A$

B) i)





$I_1 = i_{1,max} = i_1 = 4A.$

Αναστρέφεται η πολικότητα του πηνίου οπότε έχουμε ⊖ πάνω και ⊕ κάτω.
Ο βρόχος που διαρρέεται από το ρεύμα i για το οποίο ισχύει: $i(0)=I_1$ είναι ο ΔΖΙΘΔ.

Άρα: $E_{αυτ} = i(R_1+R_2) \Rightarrow -L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} = (R_1+R_2)\cdot i \Rightarrow$

$$i + \frac{L}{R_1+R_2}\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \Rightarrow i + \tau\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} = 0$$

$$i(t) = i(0)\cdot e^{-t/\tau} = I_1\cdot e^{-t/\tau}$$

$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} =$ Χαρακτηριστικός χρόνος «εκφόρτισης».

Η ενέργεια που ήταν αποθηκευμένη στο πηνίο είναι:

$$U_{L,max} = \frac{1}{2} L \cdot I_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 4^2 = 1,6 \text{ Joule}.$$

Αυτή καταναλώνεται στις δύο αντιστάσεις.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} &= i^2 \cdot R_1 \\ \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} &= i^2 \cdot R_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$Q_2 = 2Q_1$$

$$Q_1 + Q_2 = 1,6 \Rightarrow 3Q_1 = 1,6 \Rightarrow Q_1 = \frac{1,6}{3} \text{ Joule}$$

και $Q_2 = \frac{3,2}{3}$ Joule.

Κατά τη φόρτιση έχουμε το μεταβατικό φαινόμενο:

$$E = V_L + i_1 \cdot R_1 = L \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} + i_1 R_1$$

$$E = i_2 \cdot R_2 \Rightarrow i_2 = \frac{E}{R_2} \text{ (σταθερό)}$$

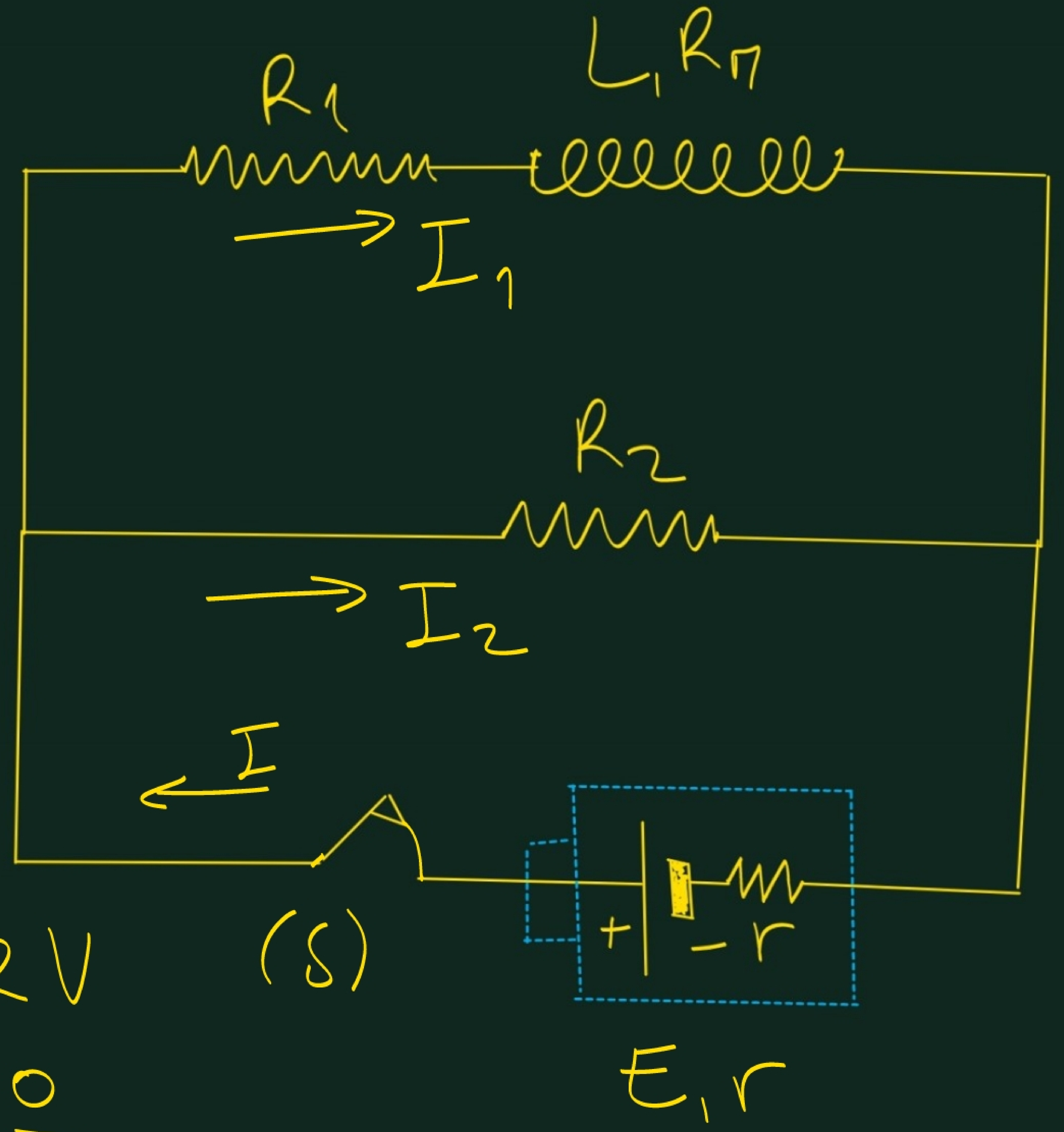
$$i_1 + i_2 = i = \frac{E}{R_{ολ}}.$$

Άρα: $i_1 R_1 + L \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = E \Rightarrow$

$$i_1 + \frac{L}{R_1} \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = \frac{E}{R_1} \Rightarrow i_1 = \frac{E}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau'}\right)$$

$\tau' = \frac{L}{R_1}$ = χαρακτηριστικός χρόνος φόρτισης.

Ασκ. 7.93 (Μαθ)



$E = 32\,V$

$r = 1\,\Omega$

$R_1 = 1\,\Omega$

$R_2 = 12\,\Omega$

α) i) Στη μόνιμη κατάσταση το πηνίο συμπεριφέρεται σα βραχυκύκλωμα.

$$I_1 \cdot (R_1 + R_\pi) = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow I_1(R_1+R_\pi) = 2 \cdot 12 \Rightarrow$$

$$I_1(1+R_\pi) = 24$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$U = \frac{1}{2} L I_1^2$$

$$I_2 = 2A$$

$$I = \frac{E}{R_{o\lambda}} = \frac{E}{r + \frac{R_2(R_1+R_\pi)}{R_2+R_1+R_\pi}} \Rightarrow I = \frac{E(R_2+R_1+R_\pi)}{r(R_2+R_1+R_\pi)+R_2(R_1+R_\pi)} \Rightarrow$$

$$I = \frac{32(13+R_\pi)}{1\cdot(13+R_\pi)+12(1+R_\pi)}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{24}{1+R_\pi} + 2 = \frac{24+2+2R_\pi}{1+R_\pi} = \frac{2(13+R_\pi)}{1+R_\pi}$$

$$\frac{32(13+R_n)}{13+R_n+12(1+R_n)} = \frac{2(13+R_n)}{1+R_n} \Rightarrow$$

$$\frac{\cancel{32}^{\,16}}{25+13R_n} = \frac{\cancel{2}^{\,1}}{1+R_n} \Rightarrow$$

$$16+16R_n = 25+13R_n \Rightarrow$$

$$3R_n = 25-16 = 9 \Rightarrow$$

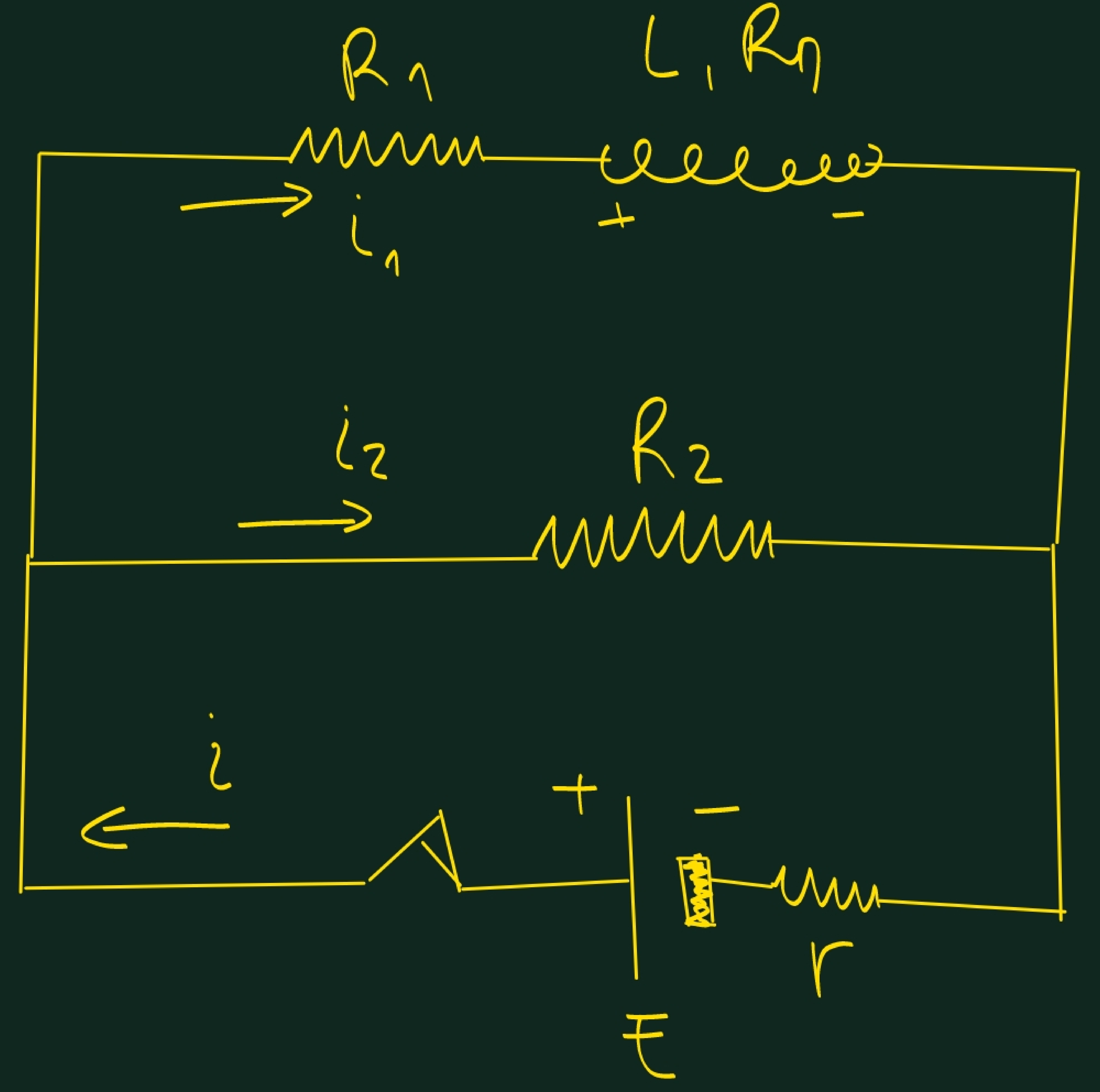
$$\boxed{R_n = 3\,\Omega}$$

$$I_1 = \frac{24}{1+R_n} = \frac{24}{4} = 6A.$$

$$U = \frac{1}{2} L I_1^2 \Rightarrow 3,6 = \frac{1}{2}\cdot L \cdot 6^2 \Rightarrow$$

$$L = \frac{2\cdot 3,6}{36} \Rightarrow \boxed{L = 0,2 \text{ Henry}}$$

ii)



$$E - ir = i_2R_2 = i_1R_1 + i_1R_n + U_L$$

$$E - ir = i_2R_2 = i_1(R_1+R_n) + L\cdot\frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

$$i = i_1 + i_2.$$

$$E - (i_1+i_2)r = i_2R_2 \Rightarrow$$

$$E = i_1 r + i_2(R_2+r) \Rightarrow$$

$$i_1 = \frac{E - i_2(R_2+r)}{r}$$

$$i_1 = \frac{E - i_2(R_2 + r)}{r} = \frac{32 - 2{,}25(12+1)}{1} =$$

$$= 32 - 2{,}25 \cdot 13$$

$$= 32 - 2{,}25 \cdot 12 - 2{,}25$$

$$= 32 - 27 - 2{,}25$$

$$= 32 - 29{,}25 = 2{,}75\ A$$

iii) $\frac{\Delta U_L}{\Delta t} = P_L + P_{R_n} = i_1 \cdot U_L + i_1^2 \cdot R_n$.

$$i_2 R_2 = i_1(R_1 + R_n) + L \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$2{,}25 \cdot 12 = 2{,}75 \cdot (1+3) + 0{,}2 \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$27 = 11 + 0{,}2 \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \Rightarrow 16 = 0{,}2 \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta i_1}{\Delta t} = 80\ A/s.}$$