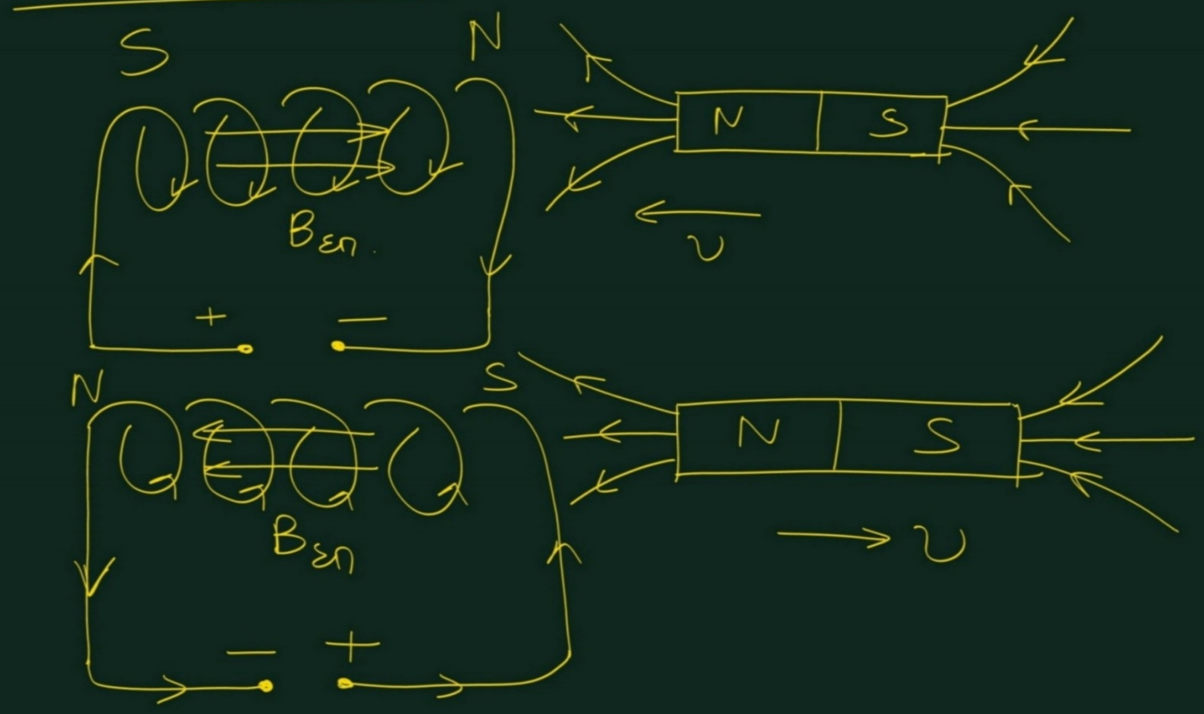
Νόμος Lenz



$$E_{επ} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow$$

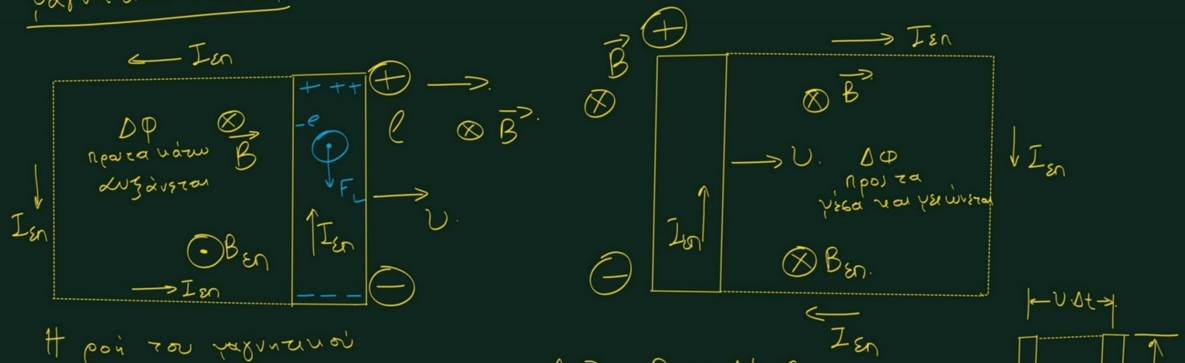
$$I_{επ} \cdot R_{ολ} = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R_{ολ} = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Delta Q = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}}$$

Τύπος Neumann.

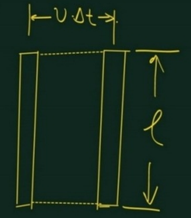
Ευθύγραμμος αγωγός σε ομογενές μαγνητικό πεδίο



Η ροή του μαγνητικού πεδίου στο αριστερό υποθετικό κύκλωμα είναι προς τα μέσα και αυξάνεται.

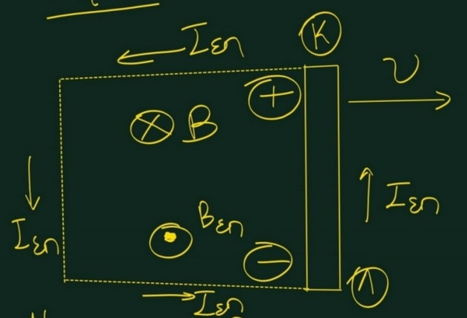
$$\Delta\Phi = B \cdot \upsilon \cdot \Delta t \cdot \ell$$

$$\mathcal{E}_{επ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \upsilon \cdot \Delta t \cdot \ell}{\Delta t} = B\upsilon\ell$$

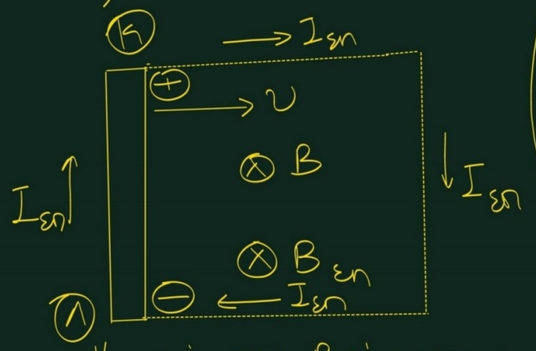


Υπάρχουν δύο τρόποι εύρεσης της πολικότητας του αγωγού

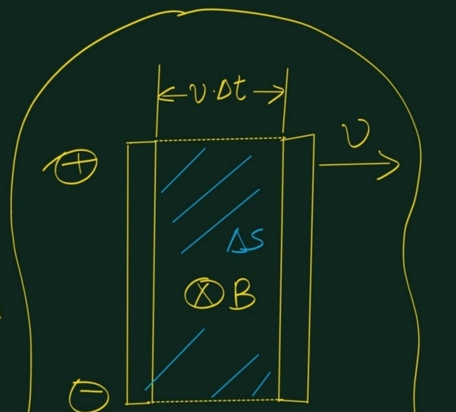
1° τρόπος (Μακροσκοπικά, κανόνας Lentz)



Η ροή του B είναι προς τα μέσα και αυξάνεται άρα το $B_{επ}$ είναι προς τα έξω.



Η ροή του B είναι προς τα μέσα και μειώνεται, άρα το $B_{επ}$ έχει φορά προς τα μέσα.

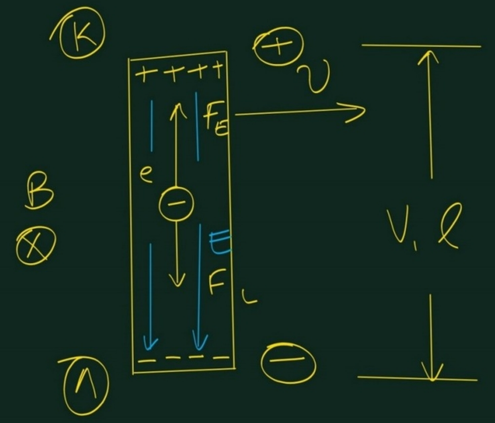


Σε χρόνο Δt ο αγωγός σαρώνει επιφάνεια

$$\Delta S = \upsilon \cdot \Delta t \cdot \ell$$

Άρα: $E_{επ} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} \Rightarrow$ *

2ος τρόπος (χρησιμοποιώντας τη δύναμη Lorentz).



$F_E = F_L \Rightarrow$

$\not{e}E = \not{e}\upsilon B \Rightarrow$

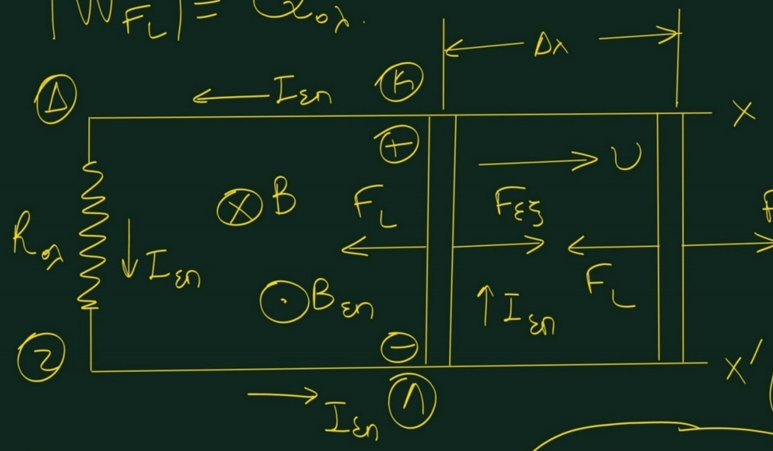
$\frac{V}{\ell} = \upsilon B \Rightarrow V = B\upsilon\ell$

ή $E_{επ} = B\upsilon\ell$.

* $E_{επ} = \frac{B \cdot \upsilon \cdot \Delta t \cdot \ell}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = B\upsilon\ell$

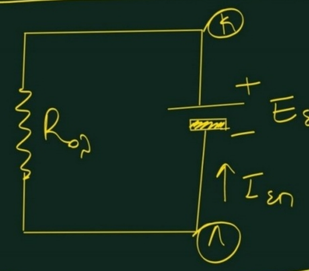
Διατήρηση ενέργειας.

$$|W_{F_L}| = Q_{ολ}$$



$R_{ολ}$ = ολική ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος

Ισοδύναμο κύκλωμα



$$|W_{F_L}| = F_L \cdot \Delta x = B I_{επ} \ell \cdot \Delta x$$

$$= B \frac{B\upsilon\ell}{R_{ολ}} \Delta x = \frac{B^2 \upsilon \ell^2}{R_{ολ}} \cdot \Delta x$$

$$Q_{ολ} = I_{επ}^2 R_{ολ} \Delta t = \frac{E_{επ}^2}{R_{ολ}^2} \cdot R_{ολ} \Delta t$$

$$= \frac{B^2 \upsilon^2 \ell^2}{R_{ολ}} \cdot \Delta t = \frac{B^2 \upsilon \ell^2}{R_{ολ}} \cdot \upsilon \Delta t =$$

$$= \frac{B^2 \upsilon \ell^2}{R_{ολ}} \cdot \Delta x$$

Αθμ. 5.58 / σελ. 223

$r = 8\,cm$

N σπείρες

$S = 0{,}1\,cm^2$

$B = 2 \cdot 10^{-5}\,T$

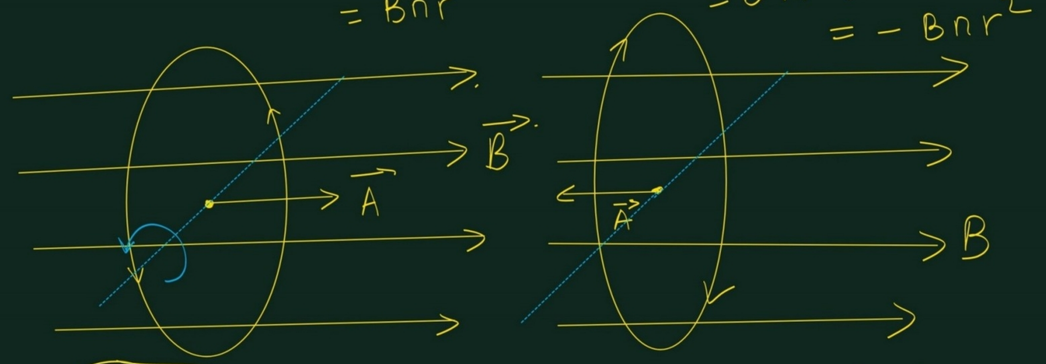
$\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-6}\,\Omega \cdot cm$

Θέλουμε το φορτίο από μία διατομή του σύρματος.

$\Delta Q =$ φορτίο.

$\Phi_{αρχ} = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot \pi r^2 \cdot \sigma υν 0° = B\pi r^2$

$\Phi_{τελ} = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot \pi r^2 \cdot \sigma υν 180° = -B\pi r^2$



$A = \pi r^2$

$\ell = 2\pi r \cdot N$

$E_{επ} = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow I_{επ} R_\pi = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow$

$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R_\pi = N \cdot \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = \frac{N \cdot |-B\pi r^2 - B\pi r^2|}{R_\pi}$

$$\Delta Q = \frac{N \cdot 2B\pi r^2}{R_n} =$$

$$= \frac{N \cdot 2B\pi r^2}{\rho \cdot \frac{\ell}{S}} = \frac{2B\pi r^2 \cdot N}{\rho \cdot \frac{2\pi r \cdot N}{S}} \Rightarrow$$

$$\Delta Q = \frac{Br \cdot S}{\rho} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Delta Q = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-11}}{1{,}6 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow \boxed{\Delta Q = 10^{-3}\ C}$$

$r = 8\ cm = 8 \cdot 10^{-2}\ m$

$S = 0{,}1\ cm^2 = 0{,}1 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot cm \Rightarrow$

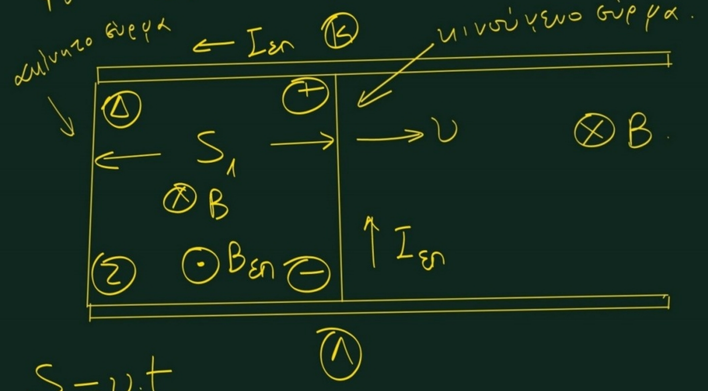
$\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$

Ασκ. 5.59 / σελ. 223

$B = 5 \cdot 10^{-2}\ T$

$\ell = 10\ cm$

$R^* = 0{,}01\ \Omega/cm$



$S_1 = \upsilon \cdot t$

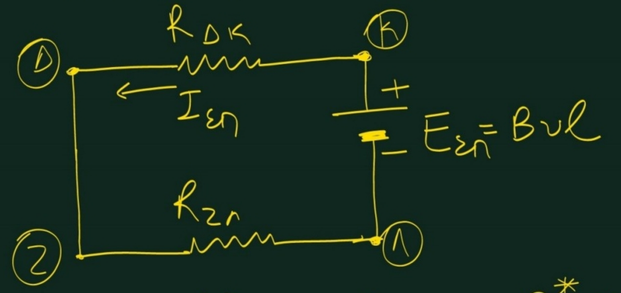
Ο αγωγός ΚΛ, τη στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση ΔΖ.

Άρα: $S_1 = \upsilon \cdot t$

α) $I_{επ} = \dfrac{E_{επ}}{R_{ολ}}$

$R_{ολ} = R_{ΔΚ} + R_{ΖΛ}$

Ισοδύναμο κύκλωμα:



$R_{ΔΚ} = \rho \cdot \dfrac{\Delta\Κ}{S} = \dfrac{\rho}{S} \cdot S_1 = R^* \cdot S_1 = R^* \cdot \upsilon \cdot t$

$R_{ΖΛ} = \rho \cdot \dfrac{Ζ\Λ}{S} = R^* \cdot \upsilon \cdot t$

Apα: $I_{en} = \frac{Bul}{2R^* v \cdot t} \Rightarrow$

$$I_{en}(t) = \frac{Bl}{2R^* \cdot t} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 1 \cdot t} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{t}$$

$R^* = 0{,}01\ \Omega/cm =$

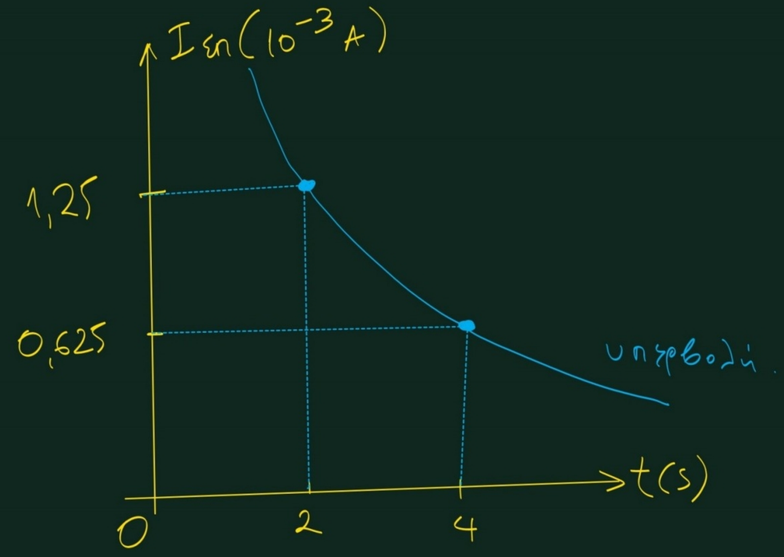
$= \frac{0{,}01\ \Omega}{0{,}01 m} = 1\ \Omega/m$

· Apα: $I_{en(t)} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{t}$ (SI) $t > 0$.

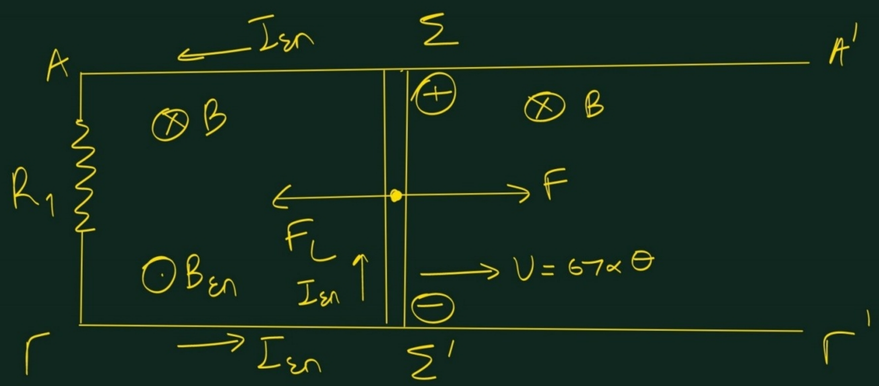
B) $I_{en}(2) = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ A

$I_{en}(4) = 0{,}625 \cdot 10^{-3}$ A.

γ)



Α ομ. 5.60 σελ. 223.



$m = 0,1\,kg.$

$L = 1\,m.$

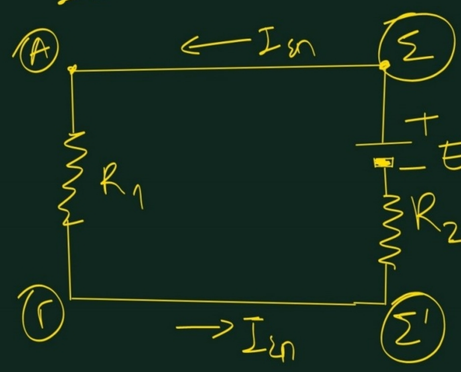
$R_2 = 0,5\,\Omega$ $B = 0,2\,T.$

$R_1 = 0,1\,\Omega$

α) Γενικά έχουμε: $\Sigma F = ma \Rightarrow$

$F - F_L = ma$

Ισοδύναμο κύκλωμα.



$$I_{επ} = \frac{Blv}{R_1 + R_2}$$

$$f_L = BI_{επ}l = \frac{B^2 l^2 v}{R_1 + R_2}$$

$$F - \frac{B^2 l^2 v}{R_1 + R_2} = ma.$$

Άρα η κίνηση του αγωγού είναι ευθύγραμμη με συνεχώς επιταχυνόμενη επιτάχυνση που διαρκώς μειώνεται μέχρι η ταχύτητα να γίνει μέγιστη, οριακή και σταθερή.

Αντικαθιστώντας: $m \cdot \frac{du}{dt} = F - \frac{B^2 l^2 u}{R_1+R_2} \Rightarrow$

$$\frac{m(R_1+R_2)}{B^2 l^2} \frac{du}{dt} = \frac{F(R_1+R_2)}{B^2 l^2} - u \Rightarrow$$

$$u_{op} - u = \tau \cdot \frac{du}{dt}$$

$$u_{op} = \frac{F(R_1+R_2)}{B^2 l^2} = \frac{1 \cdot 0,6}{0,2^2 \cdot 1^2} \Rightarrow u_{op} = \frac{0,6}{0,04} \Rightarrow$$

$l = L$ $\quad u_{op} = \frac{60}{4} \Rightarrow u_{op} = 15 \, m/s.$

Η τάση στα άκρα του αγωγού είναι η πολική τάση.

$$V_{\Sigma'} - I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2 + E_{\varepsilon\pi} = V_{\Sigma} \Rightarrow$$

$$V_{\Sigma} - V_{\Sigma'} = E_{\varepsilon\pi} - I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2 \Rightarrow$$

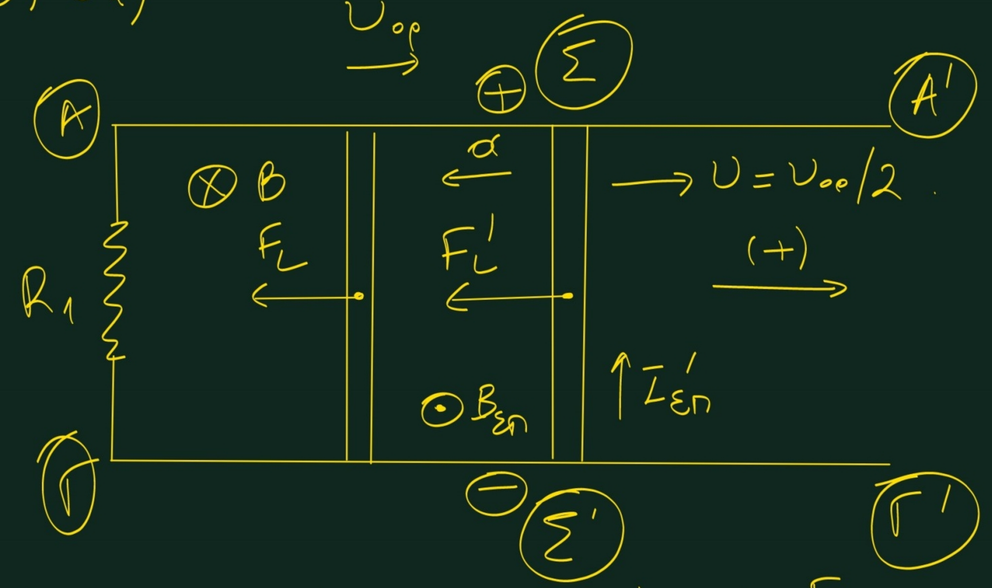
$$V_{\Sigma\Sigma'} = B u_{op} l - I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{B u_{op} l}{R_1+R_2} = \frac{0,2 \cdot 15 \cdot 1}{0,6} = 5A$$

$$V_{\Sigma\Sigma'} = 0,2 \cdot 15 \cdot 1 - 5 \cdot 0,5 = 3 - 2,5 \Rightarrow$$

$$V_{\Sigma\Sigma'} = 0,5 \, Volt$$

β) B_1)



Από τη στιγμή που καταργείται η F ο αγωγός εκτελεί ευθύγραμμη μη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση και ταχύτητα που διαρκώς μειώνονται.

$$\Sigma F = -F_L' = -BI_{επ}'l \Rightarrow$$

$$ma = -B\frac{Blv}{R_1+R_2}l \Rightarrow$$

$$ma + \frac{B^2l^2}{R_1+R_2}v = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{m\cdot(R_1+R_2)}{B^2l^2}\frac{\Delta U}{\Delta t} + v = 0 \Rightarrow$$

$$\tau\cdot\frac{\Delta U}{\Delta t} + v = 0 \Rightarrow U(t) = U(0)e^{-t/\tau}$$

Κατά την επιτάχυνση:

$$v + \tau \cdot \frac{dv}{dt} = v_{op}$$

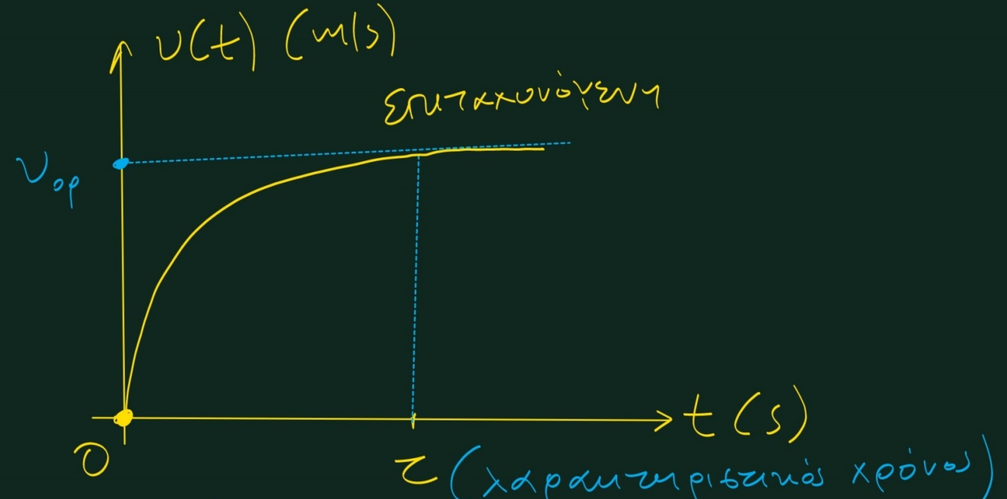
και $v(t) = v_{op}(1 - e^{-t/\tau})$

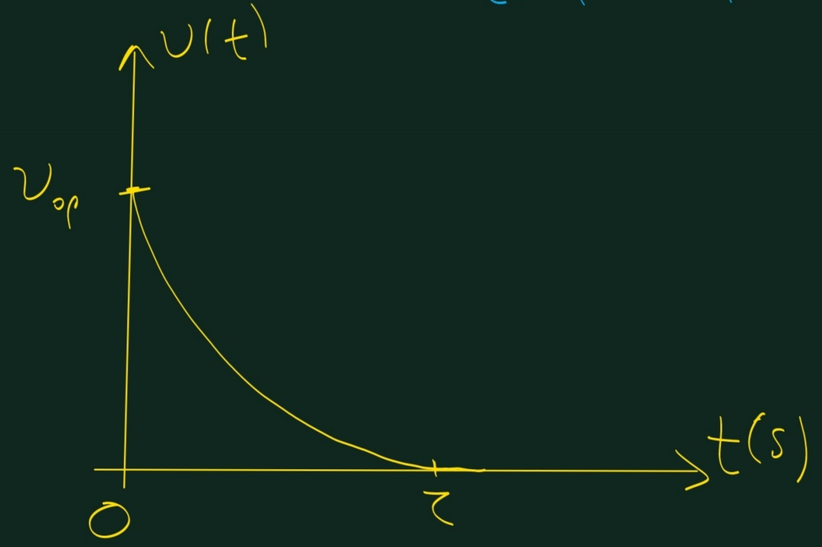
Κατά την επιβράδυνση:

$$v + \tau \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$v(t) = v(0) \cdot e^{-t/\tau} \Rightarrow$$

$$v(t) = v_{op} \cdot e^{-t/\tau}$$





$$ma = -\frac{B^2\ell^2}{R_1+R_2}U \Rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{B^2\ell^2}{m(R_1+R_2)}U$$

Αφού αν $U = \frac{U_{op}}{2} = \frac{15}{2}$ m/s έχουμε:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{0{,}2^2\cdot 1^2}{0{,}1\cdot 0{,}6}\cdot\frac{15}{2} = -\frac{0{,}04}{0{,}06}\cdot\frac{15}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{dU}{dt} = -5\,m/s^2}$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \pm\frac{\Sigma F\cdot\Delta x}{\Delta t} = \pm\Sigma F\cdot v$$

$$K(t) = \frac{1}{2}m\left(v(t)\right)^2 \Rightarrow$$

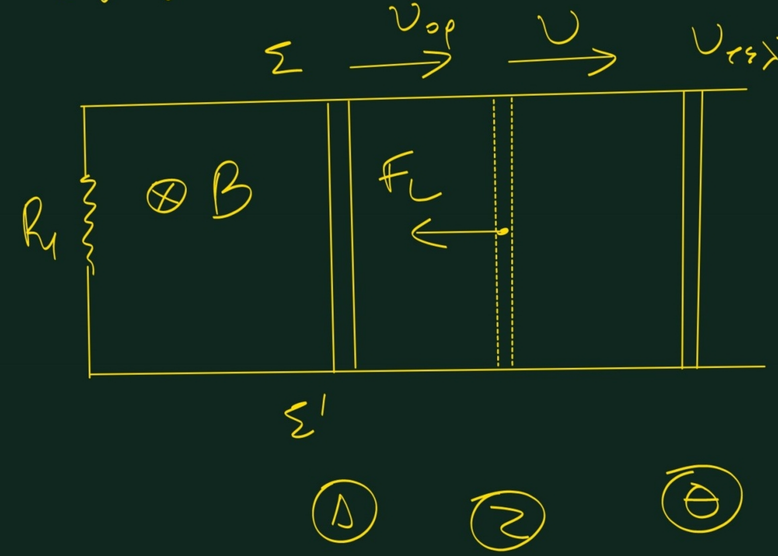
$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}m\cdot\frac{d\,v^2(t)}{dt} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot m\cdot 2\cdot v(t)\cdot\frac{dv}{dt}$$

$$= mv\cdot\frac{dv}{dt} = 0{,}1\cdot\frac{15}{2}\cdot(-5) =$$

$$= -\frac{7{,}5}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = -3{,}75\ J/sec}$$

Β2) Κατά την επιβράδυνση, η μοναδική δύναμη που ασκείται στον αγωγό, είναι η δύναμη Laplace.



Από την ΑΔΕ:

$$K_\Delta + \cancel{U_\Delta}^{0} + W_{F_L} = K_\Theta + \cancel{U_\Theta}^{0} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2 + W_{F_L} = 0 \Rightarrow$$

$$W_{F_L} = -\frac{1}{2}m\cdot\upsilon_{op}^2 = -\frac{1}{2}\cdot 0{,}1\cdot 225 = -\frac{22{,}5}{2} \Rightarrow$$

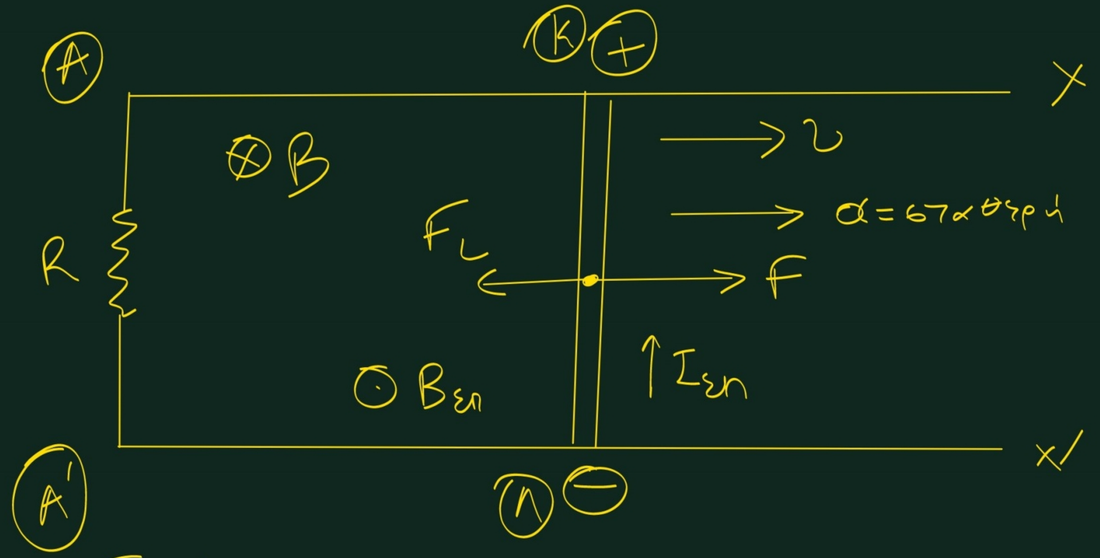
$$W_{F_L} = -11{,}25\ \text{Joule}.$$

Άρα: $Q_{R_{ολ}} = |W_{F_L}| = 11{,}25\ \text{Joule}.$

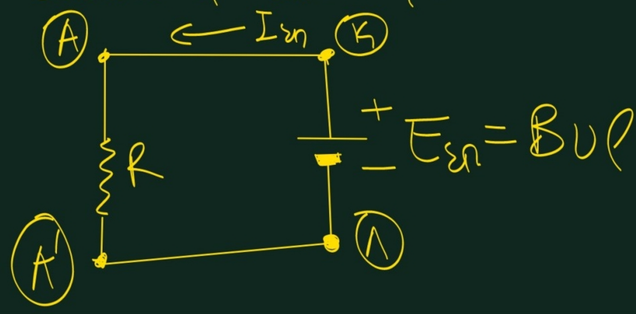
$$Q_{R_{ολ}} = \sum I_{επ}^2 (R_1+R_2)\cdot\Delta t = \sum \frac{B^2\upsilon^2\ell^2}{R_1+R_2}\cdot\Delta t = \sum \frac{B^2\upsilon\ell^2}{R_1+R_2}\cdot\upsilon\cdot\Delta t = \sum F_L\cdot\Delta x =$$

$$= |W_{F_L}|$$

Ασκ. 5.62 (σελ. 224)



Ισοδύναμο κύκλωμα:



$υ = at$ $\quad E_{επ} = Bυl = Blat$

$$I_{επ} = \frac{Blat}{R}$$

$$F - F_L = ma \Rightarrow F - BI_{επ}l = ma \Rightarrow$$

$$F - B \cdot \frac{Blat}{R} \cdot l = ma \Rightarrow$$

$$F(t) = ma + \frac{B^2 l^2 a}{R} \cdot t \Rightarrow$$

$$F(t) = 0,5 \cdot 2 + \frac{0,5^2 \cdot 1 \cdot 2}{5} t \Rightarrow$$

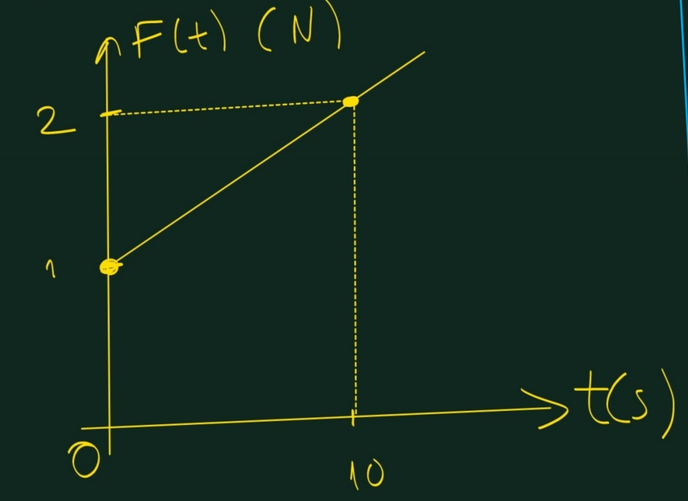
$$F(t) = 1 + 0,05 \cdot 2 \cdot t \Rightarrow F(t) = 1 + 0,1t$$

$(t \geq 0)$

$F(t) = 1 + 0{,}1t \quad (t \geq 0)$

$F(0) = 1\,N$

$F(10) = 2N$



Β) Δεδομένο: $W_F = 50{,}4$ Joule

από $t = 0$ μέχρι $t = 6$ sec.

$E_{μηχ(αρχ)} + W_F = E_{μηχ(τελ)} + Q$ (ΑΔΕ)

$Q = |W_{F_L}|$

ή $E_{μηχ(αρχ)} + W_F + W_{F_L} = E_{μηχ(τελ)} \Rightarrow$

$E_{μηχ(αρχ)} + W_F - Q = E_{μηχ(τελ)} \Rightarrow$

$0 + W_F - Q = \frac{1}{2}mv^2$

$v = at = 2 \cdot 6 = 12\,m/s.$

Άρα: $50{,}4 - Q = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 12^2 \Rightarrow 50{,}4 - Q = \frac{144}{4} \Rightarrow 50{,}4 - Q = 36 \Rightarrow$

$Q = 14{,}4$ Joule.

ΘΜΚΕ: $\Delta K = \Sigma W \Rightarrow$

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_{F_L} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = W_F - Q \Rightarrow$

$Q = 14,4$ Joule.

Τώρα: $x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot t^2 \Rightarrow$

$t = \sqrt{x}\ (SI)$

$F(t) = 1 + 0,1t \Rightarrow$

$F(x) = 1 + 0,1\sqrt{x}$.

Για $t = 6$ sec έχουμε:

$x = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6^2 = 36$ m.

· Αρα: $W_f = \int_0^{36} F(x)\,dx = \int_0^{36} (1 + 0,1\sqrt{x})\,dx =$

$= \int_0^{36} dx + 0,1\int_0^{36} \sqrt{x}\,dx =$

$= [x]_0^{36} + 0,1\cdot\left[\frac{2}{3}x^{3/2}\right]_0^{36} =$

$= 36 + 0,1\cdot\frac{2}{3}\cdot\sqrt{36}^3 = 36 + 0,1\cdot\frac{2}{3}\cdot 36\cdot 6 =$

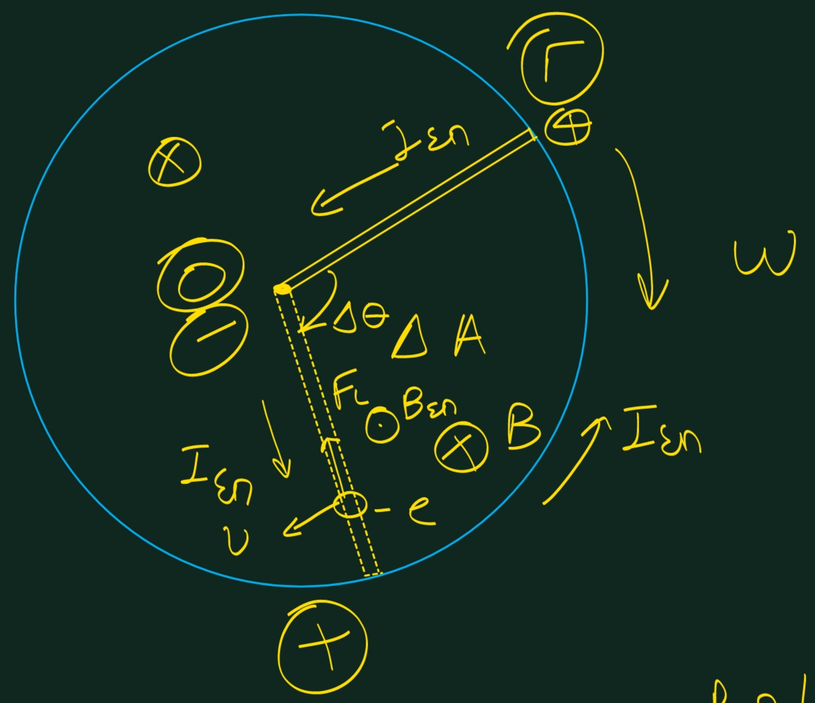
$= 36 + 0,1\cdot 144 = 36 + 14,4 = 50,4$ Joule.

γ) $\frac{dK}{dt} = ma \cdot v = \Sigma F \cdot v$

ή $\frac{dK}{dt} = ma^2 t = 0{,}5 \cdot 2^2 \cdot 6 \Rightarrow$

$$\frac{dK}{dt} = 12\ J/sec.$$

Περιστρεφόμενος αγωγός.

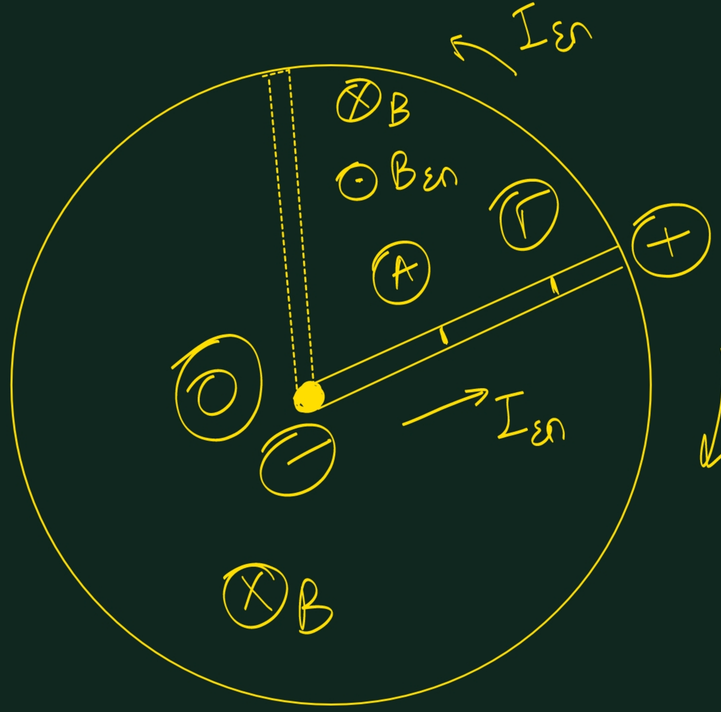


$$E_{επ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot \frac{1}{2} l^2 \cdot \Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= \frac{1}{2} B \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} l^2 = \frac{1}{2} B\omega l^2$$

Εναλλακτικά: $E_{επ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\pi l^2}{T} = \frac{B\pi l^2}{\frac{2\pi}{\omega}} =$

$$= \frac{\omega B\pi l^2}{2\pi} \Rightarrow E_{επ} = \frac{1}{2} B\omega l^2$$



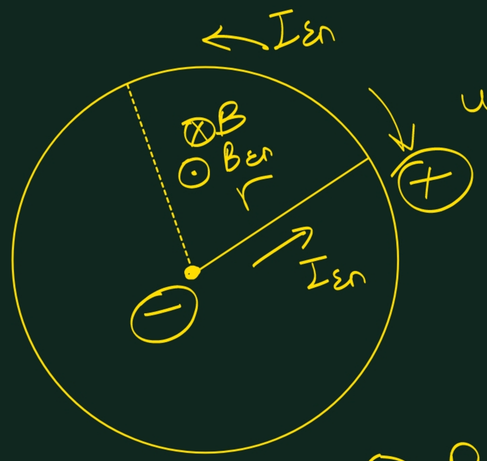
$$V_A - V_o = \frac{1}{2} B \cdot \omega \cdot OA^2$$

$$V_\Gamma - V_o = \frac{1}{2} B\omega \cdot O\Gamma^2$$

Άρα: $V_\Gamma - V_A = (V_\Gamma - V_o) - (V_A - V_o) =$

$$= \frac{1}{2} B\omega \cdot O\Gamma^2 - \frac{1}{2} B\omega \cdot OA^2 = \frac{1}{2} B\omega (O\Gamma^2 - OA^2)$$

Ασκ. 5.45 (Περιστρεφόμενος δίσκος)



ω

Τάση μεταξύ περιφέρειας και κέντρου

Θετική

⊗ B