

Φθίνουσες ταλαντώσεις

Στα αμείωτες ταλ. έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\text{ελα}} = -Dx \quad (2^{\circ} \text{ ΝΝ})$$

$F_{\text{ελα}} = \text{δύναμη ελα ν α φ ο ρ άς.}$

Στα φθίνουσες έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\text{ελα}} + F_{\text{αη}}$$

$F_{\text{αη}} = \text{δύναμη απόσβεσης}$

$$F_{\text{αη}} = -bv$$

Άρα: $\Sigma F = -Dx - bv \Rightarrow$

$$\boxed{ma + bv + Dx = 0}$$

2° ΝΝ
στα φθίνουσες

Δηλαδή στα αμείωτες έχουμε:

$$ma + Dx = 0 \quad (2^{\circ} \text{ ΝΝ})$$

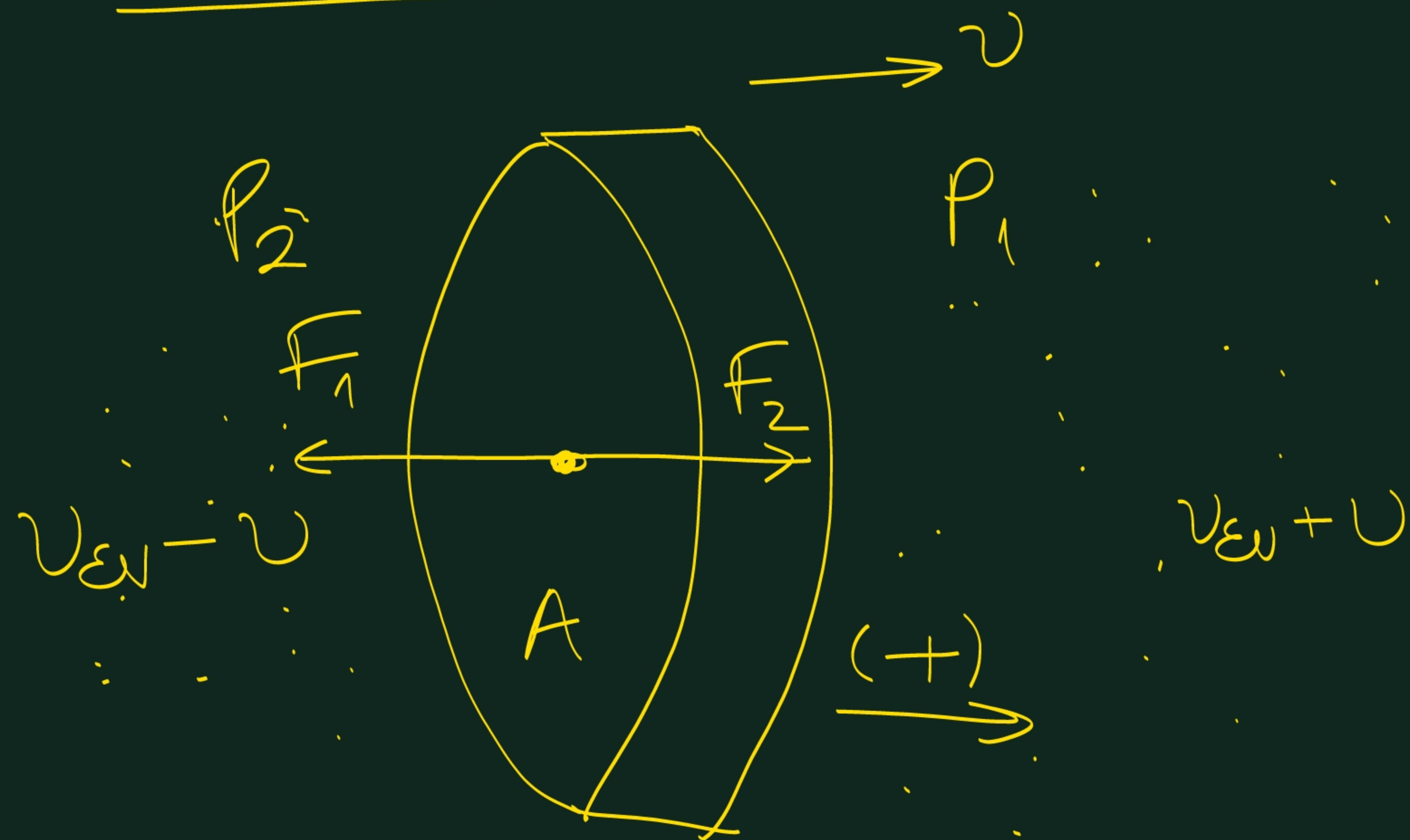
ενώ στα φθίνουσες:

$$ma + bv + Dx = 0 \quad (2^{\circ} \text{ ΝΝ})$$

για να θ ε σταγγή.

Στην προσέγγιση χαμηλής απόσβεσης η περίοδος της αμείωτης είναι περίπου ίση με την περίοδο της φθίνουσας.

Πείραμα ευέφους για τη φθίνουσα



$$P = \frac{1}{3} \rho \cdot v^2$$

ρ = πυκνότητα αέρα

v = ενεργός ταχύτητα
πορίων αέρα.

$$\Sigma F = -F_1 + F_2 =$$

$$= -P_1 A + P_2 A =$$

$$= -\frac{1}{3} \rho (v_{\text{ει}} + v)^2 A + \frac{1}{3} \rho (v_{\text{ει}} - v)^2 A \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -\frac{1}{3} \rho A \left[(v_{\text{ει}} + v)^2 - (v_{\text{ει}} - v)^2 \right] \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -\frac{1}{3} A \rho (v_{\text{ει}}^2 + 2v_{\text{ει}}v + v^2 - v_{\text{ει}}^2 + 2v_{\text{ει}}v - v^2) \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -\frac{4}{3} \rho A v_{\text{ει}} v = -b v = F_{\text{αντ.}}$$

Ο ρυθμός γείωσης του ηλδότης,

αυξάνεται γέ των κλώσβεση.

A = επιφάνεια επαφής.

$$b = \frac{4}{3} \rho A v_{\text{ει}}$$

σταθερά
κλώσβεση
για αέρα

Από το 2° ΝΝ προκύπτει ότι:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\text{όπου } \lambda = \frac{b}{2m}$$

Άρα τις φθίνουσες έχουμε:

$$x = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

Για $t=0$ έχουμε:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0$$

Για $t=T$ έχουμε:

$$A_1 = A_0 \cdot e^{-\lambda T} \Rightarrow \frac{A_1}{A_0} = e^{-\lambda T}$$

Για $t=2T$ έχουμε:

$$A_2 = A_0 \cdot e^{-2\lambda T} = A_0 \cdot e^{-\lambda T} \cdot e^{-\lambda T} = A_1 \cdot e^{-\lambda T}$$

$$\text{Άρα: } \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_1}{A_0} = e^{-\lambda T}$$

Αντιστρόφως έχουμε:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = e^{\lambda T}$$

Γενικά:

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} = \frac{A_0 \cdot e^{-k\lambda T}}{A_0 \cdot e^{-(k+1)\lambda T}} = e^{\lambda T}$$

$$\text{Άρα γενικά: } \frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\lambda T}$$

Το $e^{\lambda T}$ είναι
ο σταθερός λόγος
της γεωμετρικής
προόδου

$$-k\lambda T + k\lambda T + \lambda T =$$

$$= e^{\lambda T}$$

(γεωμετρική
πρόοδος)

Αρα αν στα προηγούμενα

θέσουμε $t = kT_{1/2}$ θα έχουμε:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\lambda T_{1/2}} = 2$$

$$\text{Αρα: } A_1 = A_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{A_0}{2}$$

$$A_2 = A_0 e^{-2\lambda T_{1/2}} = \frac{A_0}{4} = \frac{A_0}{2^2}$$

$$\text{Γενικά: } A_k = \frac{A_0}{2^k} \quad (k=1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{Αν. 1.32 } \left. \vphantom{\frac{A_0}{2^k}} \right\} A_0 = 32 \text{ cm}$$

$$\text{Για } t = 10 \text{ sec γίνεται: } A_1 = 16 \text{ cm}$$

Ποια συχνότητα ο ηλίκτος θα έχει 1 cm;

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 16 = 32 \cdot e^{-\lambda \cdot 10} \Rightarrow e^{-10\lambda} = \frac{1}{2}$$

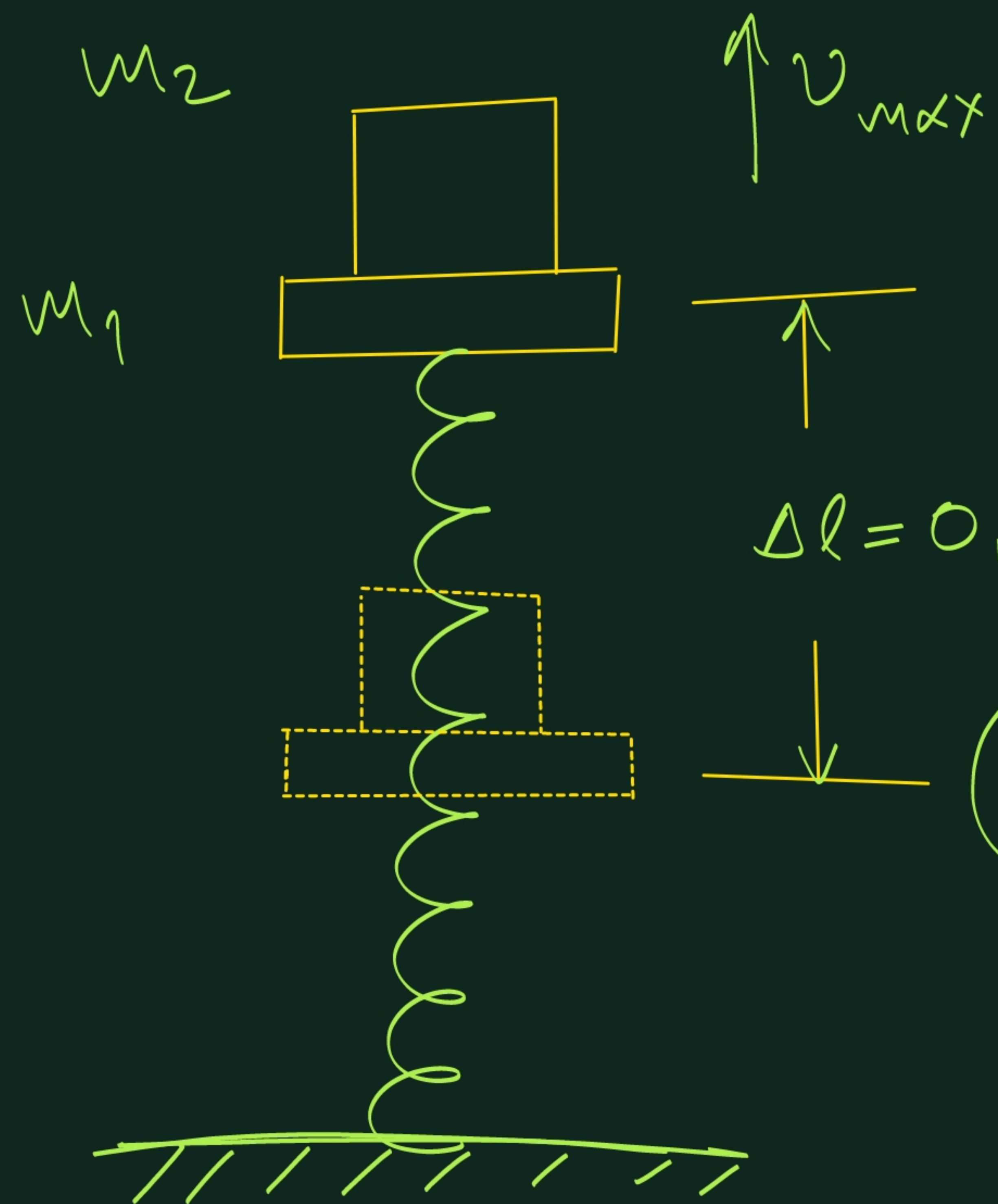
$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

(για μικρή απόκλιση)

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{2m \ln 2}{b}$$

Αρα τα $T_{1/2}$ και $T_{δευ}$
είναι απλά πολλαπλάσια
το ένα του άλλου.

Αδμ. 5.13



α) Τα σώματα ξεκινούν από την
κάτω κυρτή θέση χωρίς αρχική
χύρα θα επιταχύνουν (όσο είναι
σε επαφή) ταλάντωση

ΘΙ ($x=0$)

ηλάττους $A = \Delta l = 0,2\text{m}$

Στη ΘΙ έχουμε:

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \cdot \Delta l =$$

$$= \sqrt{\frac{400}{4}} \cdot 0,2 =$$

$$v_{\max} = 2\text{m/s}.$$

