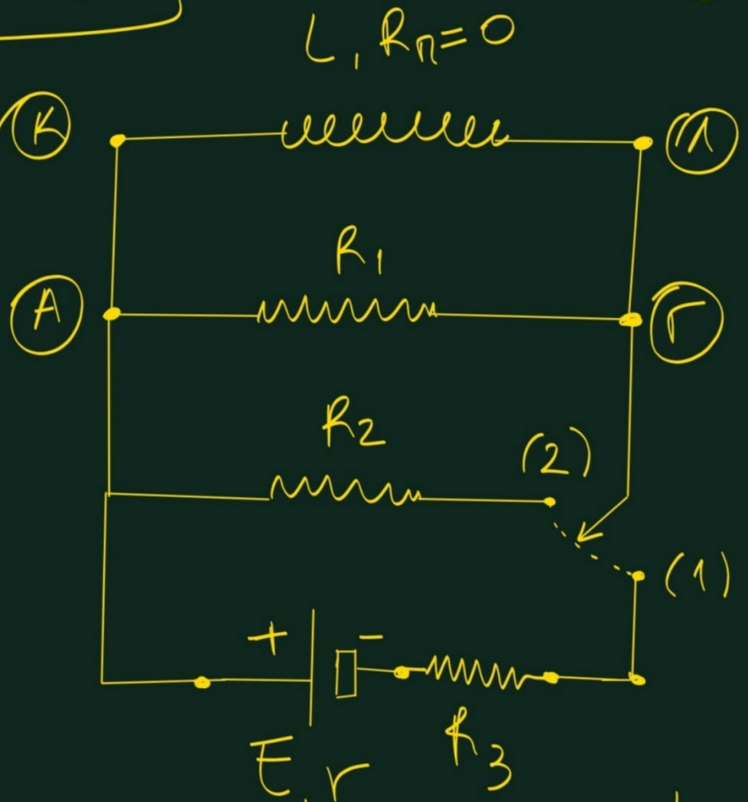
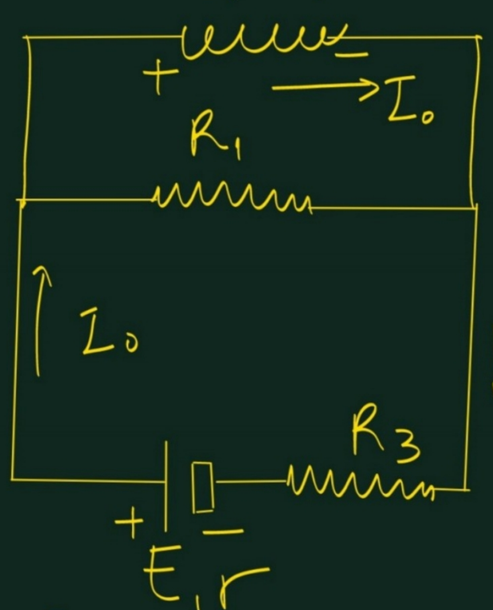
Ασκ. 7.96

500 σπείρες
$L = 0,2\ H$
$R_1 = 30\ \Omega$
$R_2 = 60\ \Omega$
$R_3 = 30\ \Omega$
$\mathcal{E} = 120\ V$
$r = 1\ \Omega$



α) Με το γυαλωμό στη θέση (1) έχουμε το κύκλωμα:



Στη μόνιμη κατάσταση το πηνίο συμπεριφέρεται σαν βραχυκύκλωμα.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + r} \Rightarrow$$

$$I_0 = \frac{120}{40} = 3A$$

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{\ell} A$$

$$\Phi_{max} = BA = \mu\mu_0 n I_0 A = \mu\mu_0 \frac{N}{\ell} \cdot A \cdot I_0 = \frac{L I_0}{N}$$

Άρα: $\Phi_{max} = \frac{LI_0}{N} = \frac{0,2 \cdot 3}{500} \Rightarrow$

$\Phi_{max} = \frac{0,6}{5 \cdot 10^2} = \frac{6 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^2} \Rightarrow$

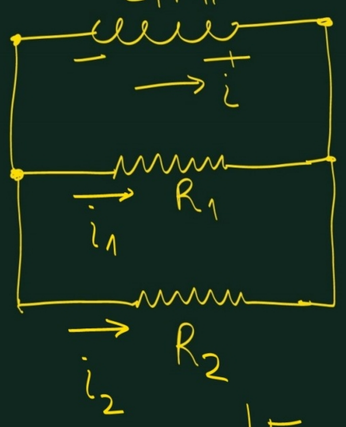
$\Phi_{max} = 1,2 \cdot 10^{-3}$ Wb.

$E_{αυτ} = i R_{1,2} \Rightarrow$

$-L \frac{\Delta i}{\Delta t} = i \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow$

$L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -i \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Β) i) $L, R_n = 0$



Μεταφορά στη Θέση (2)

Αν $i = \frac{I_0}{2}$ έχουμε:

$V_L = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = |E_{αυτ}| = \frac{I_0}{2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{30 \cdot 60}{30 + 60}$

$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1800}{90} = \frac{3}{2} \cdot 20 = 30$ Volt

$|E_{αυτ}| = \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}$ για όλες τις σπείρες. Άρα για μία σπείρα:

$$\frac{|\Delta\Phi_{\text{πηνίου}}|}{\Delta t} = \frac{1}{N}\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} =$$

$$= \frac{1}{N}\cdot|E_{\text{αυτ}}| = \frac{1}{500}\cdot 30 =$$

$$= \frac{0,6}{100} = 6\cdot 10^{-3}\ \text{Wb/sec}\ (\text{Volt})$$

ii) Πρέπει να βρούμε τη διαφορά ισχύ του αντιστάτη R_1.

$$P_1 = i_1^2 R_1 = \frac{\Delta Q_{R_1}}{\Delta t}$$

$$L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} = -i\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$$

$$i = i_1 + i_2 \qquad i_1 R_1 = i_2 R_2 \Rightarrow i_1\cdot 30 = i_2\cdot 60 \Rightarrow$$

$$i_1 = 2i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{i_1}{2}$$

$$i = \frac{I_0}{2} \qquad i = i_1 + \frac{i_1}{2} \Rightarrow i = \frac{3i_1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{I_0}{2} = \frac{3}{2}i_1 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2}\cdot i_1 \Rightarrow i_1 = 1A$$

Άρα: $\frac{\Delta Q_{R_1}}{\Delta t} = 1^2\cdot 30 = 30\,\text{Watt}$

γ) $U_L = \frac{1}{2} L i^2$

$$\frac{\Delta U_L}{\Delta t} = Li \frac{\Delta i}{\Delta t} = i U_L$$

$$U_L = Q_{R_1} + Q_{R_2} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta U_L}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_{R_1}}{\Delta t} + \frac{\Delta Q_{R_2}}{\Delta t} =$$

$$= i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2$$

$$\frac{\Delta Q_{R_2}}{\Delta U_L} = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta U_L = 3 \Delta Q_{R_2}$$

$$i_1 R_1 = i_2 R_2 \Rightarrow 30 i = 60 i_2 \Rightarrow i_1 = 2 i_2$$

$$\frac{\frac{\Delta Q_{R_2}}{\Delta t}}{\frac{\Delta U_L}{\Delta t}} = \frac{i_2^2 R_2}{i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2} \Rightarrow \frac{\Delta Q_{R_2}}{\Delta U_L} = \frac{i_2^2 R_2}{4 i_2^2 R_1 + i_2^2 R_2} =$$

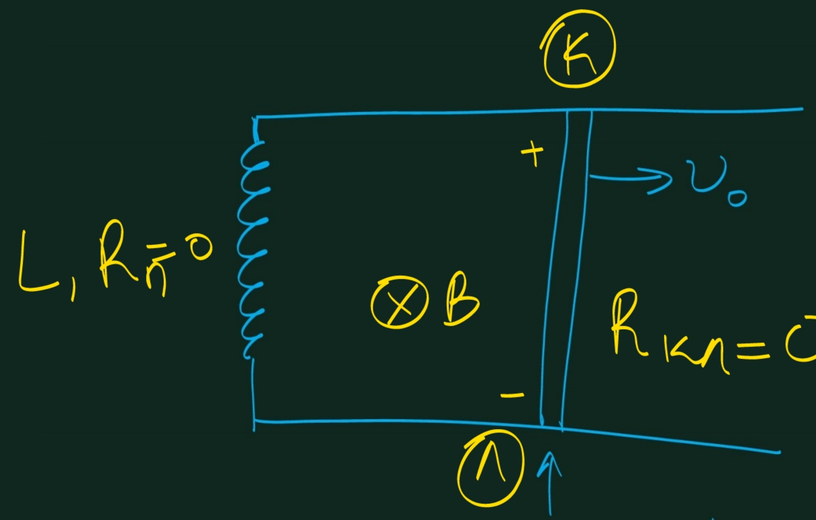
$$= \frac{R_2}{4R_1 + R_2} = \frac{60}{4 \cdot 30 + 60} = \frac{60}{180} =$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\sum \Delta U_L = 3 \sum \Delta Q_{R_2} \Rightarrow$$

$$U_{L,apx} = 3 Q_{R_{2,0}} \Rightarrow \frac{1}{2} L I_0^2 = 3 Q_{R_{2,0}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 3^2 = 3 Q_{R_{2,0}} \Rightarrow$$

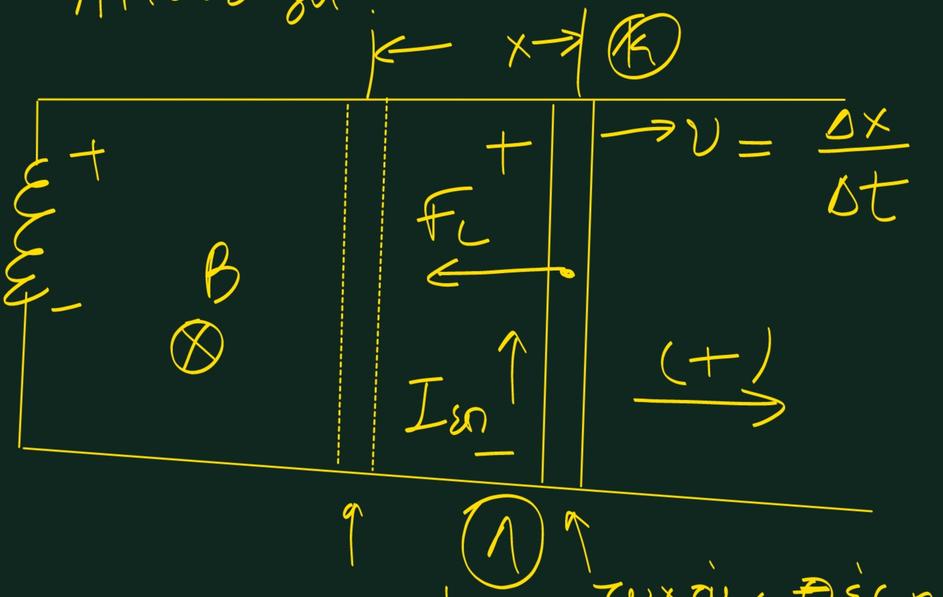
$$Q_{R_{2,0}} = 0{,}3 \text{ Joule.}$$



γραμμική αργονική ταλάντωση

(με την προϋπόθεση να μην υπάρχουν αντιστάσεις).

Απόδειξη:



αρχική θέση (χωρίς ταχύτητα)

ακραία θέση

Στην ακραία θέση έχουμε:

$$\Sigma F = -f_L = -BI_{επ}\ell$$

$$V_L = V_{κλ} \Rightarrow L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} = Bv\ell \Rightarrow L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t} = B\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t}\cdot\ell$$

Άρα: $L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} = B \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \ell \Rightarrow$

$L \cdot \Delta i = B \cdot \ell \cdot \Delta x \Rightarrow$

$L \cdot \sum \Delta i = B\ell \cdot \sum \Delta x \Rightarrow$

$L \cdot I_{\text{επ}} = B\ell \cdot x \Rightarrow$

$I_{\text{επ}} = \frac{B\ell}{L} \cdot x$

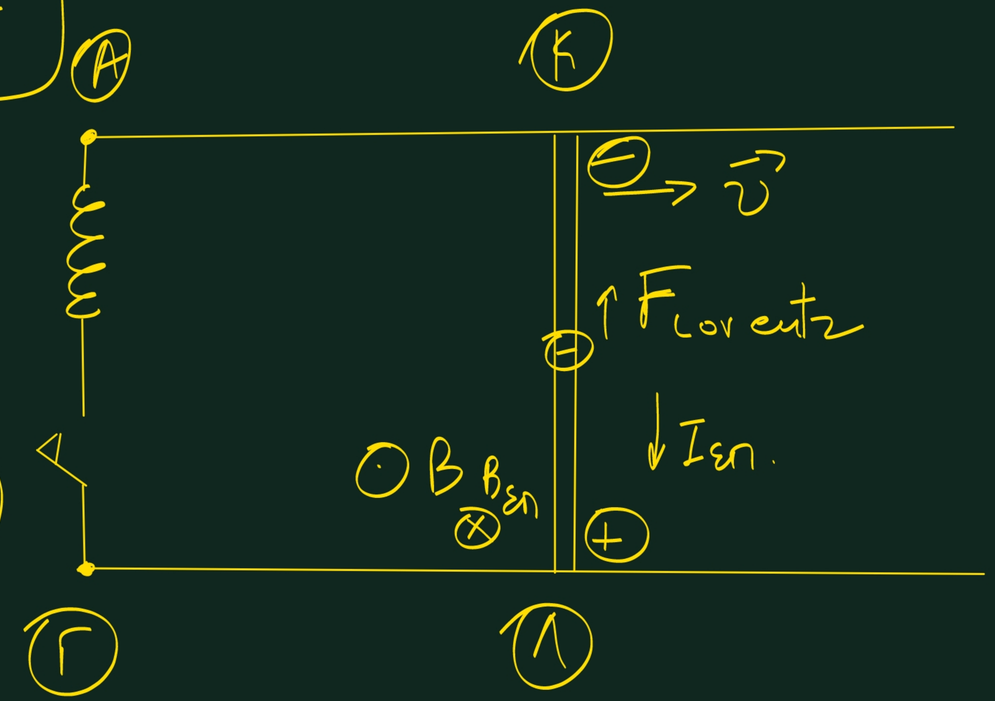
Άρα: $\sum F = -B I_{\text{επ}} \cdot \ell \Rightarrow$

$\sum F = -\frac{B^2 \ell^2}{L} \cdot x = -D \cdot x$

Επομένως ο αμαγής ΚΑ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

$D = \frac{B^2 \ell^2}{L}$

Ασκ. 7.97



$L = 2\,H$

$\ell = 2\,m$

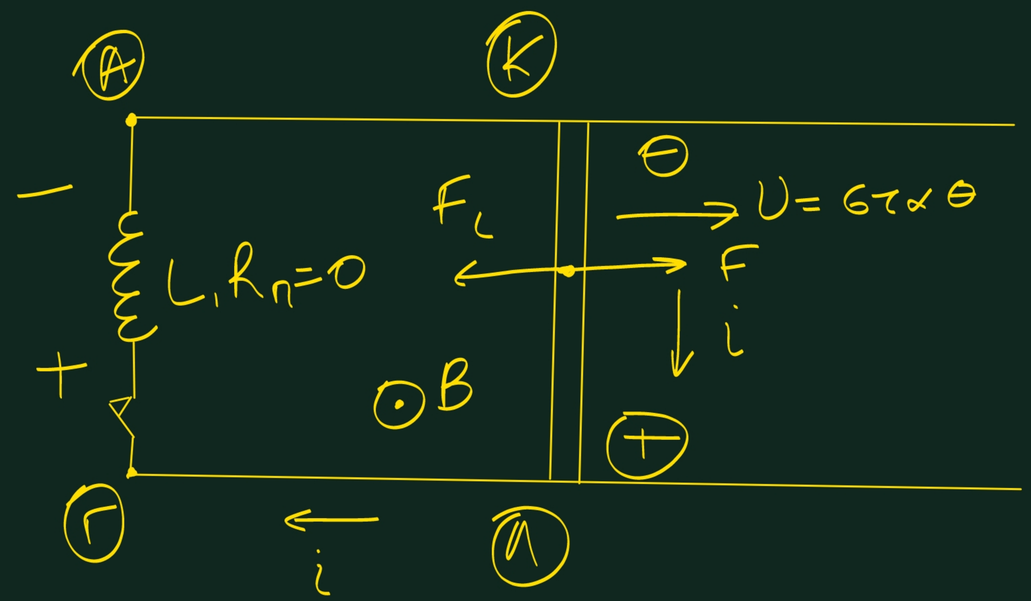
$R_{ΚΛ} = R = 4\,\Omega$

$v = 10\,m/s$

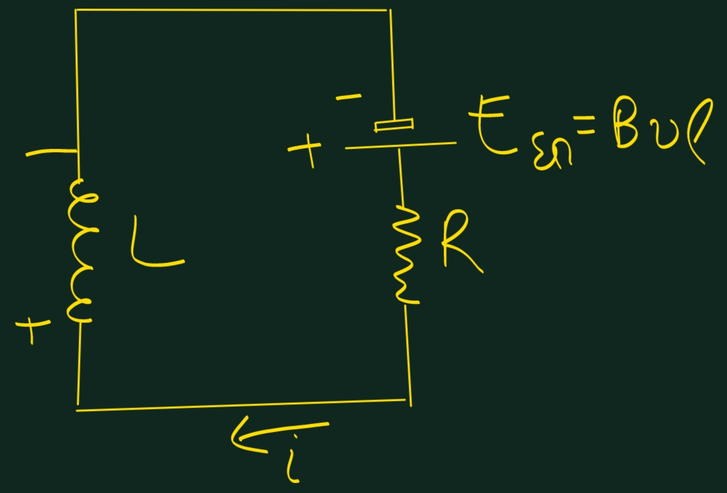
$B = 1\,T$

α) Με κανόνα του δακτύλου ένουμε: $V_Λ - V_Κ = E_{επ} \Rightarrow$

$$V_{ΛΚ} = Bv\ell = 20\,Volt$$



Ισοδύναμο κύκλωμα:



β) i) $E_{επ} = iR + V_L \Rightarrow$

$$Bυl = iR + L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Το μέγιστο ρεύμα το έχουμε όταν γίνει $V_L = 0 \Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0$. Άρα:

$$Bυl = I_0 R \Rightarrow I_0 = \frac{Bυl}{R}$$

$$U_{L,max} = \frac{1}{2} L I_0^2 =$$

$$= \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{Bυl}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot 2 \cdot \left(\frac{1\cdot 10\cdot 2}{4}\right)^2 =$$

$$= 25\ Joule.$$

ii) $|E_{\alpha\nu\tau}| = V_L = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$ $\quad i = i_1$

Άρα: $Bul = iR + |E_{\alpha\nu\tau}| \Rightarrow$

$Bul = i_1 R + |E_{\alpha\nu\tau}| \Rightarrow$

$20 = 1 \cdot 4 + |E_{\alpha\nu\tau}| \Rightarrow$

$|E_{\alpha\nu\tau}| = 16\,Volt.$

iii) Η ταχύτητα είναι σταθερή οπότε:

$F = F_L = Bil$

$Bul = iR + L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \Rightarrow$

$20 = i_2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \Rightarrow$

$4 i_2 = 12 \Rightarrow i_2 = 3A$

Άρα: $F = B i_2 l = 1 \cdot 3 \cdot 2 = 6N$

$P_F = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot u = 6 \cdot 10 = 60\,J/sec$