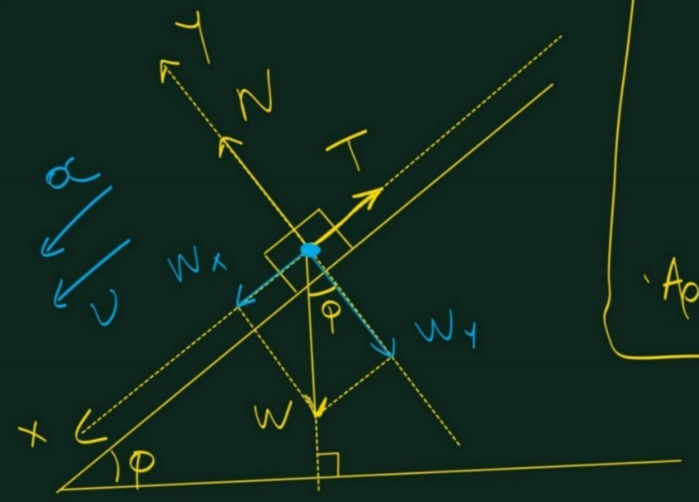
Ασκ. 13 σελ. 158.

α) Στο σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις.



Η τριβή Τ από το κεκλιμένο επίπεδο

Η κάθετη δύναμη N από το κεκλ. επίπεδο

Το βάρος W από τη Γη.

β) $T = \mu N$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W_y \Rightarrow$

$N = W \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$

$N = mg \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$

$N = 1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N = 5\sqrt{3}\ N$

Άρα: $T = \mu N = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow$

$T = \frac{3}{6} \cdot 5 \Rightarrow$

$T = 2,5N$

γ) $W_x = W \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$

$W_x = mg \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$

$W_x = 1 \cdot 10 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$

$W_x = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5N$

$\Sigma F_x = ma \Rightarrow$

$W_x - T = ma \Rightarrow$

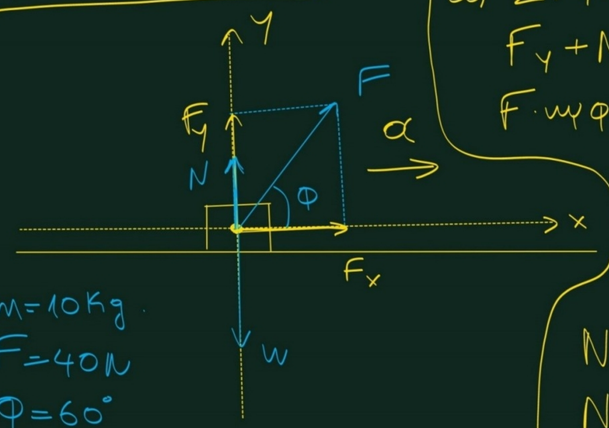
$5 - 2,5 = 1 \cdot a \Rightarrow$

$a = 2,5\ m/s^2$

$S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 1^2 \Rightarrow S = 1,25\ m$

Ασκ. 22 σελ. 159.



$m = 10\,Kg$

$F = 40\,N$

$\varphi = 60^\circ$

$\sqrt{3} \simeq 1{,}7$

α) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

$F_y + N - W = 0 \Rightarrow$

$F \cdot \eta\mu\varphi + N - mg = 0 \Rightarrow$

$40 \cdot \eta\mu 60^\circ + N - 10 \cdot 10 = 0 \Rightarrow$

$40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N - 100 = 0 \Rightarrow$

$N = 100 - 20\sqrt{3} \Rightarrow$

$N = 100 - 20 \cdot 1{,}7 \Rightarrow$

$N = 66\,N$

β) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x = ma \Rightarrow$

$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = ma \Rightarrow$

$40 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 10 \cdot a \Rightarrow$

$40 \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot a \Rightarrow$

$20 = 10 \cdot a \Rightarrow$

$a = 2\,m/s^2$

γ) $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

$1^\circ \quad 2^\circ \quad 3^\circ \quad 4^\circ \quad 5^\circ$

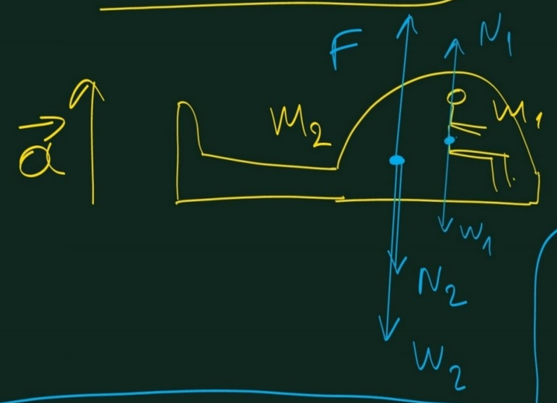
$S(t) = \frac{1}{2} a t^2$

$S(4) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16\,m$

$S(5) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = 25\,m$

Άρα: $S = S(5) - S(4) = 25 - 16 = 9\,m$

Ασκ. 8 σελ. 158.



Ελιμπόπτερο:

1) Βάρος $\vec{w}_2$ από τη Γη.

2) $\vec{N}_2$ από τον άνθρωπο στο ελιμπόπτερο (αντίδραση της $\vec{N}_1$, οπότε $\vec{N}_2 = -\vec{N}_1$)

3) Ανυψωτική δύναμη $\vec{F}$ από τη μηχανή.

α) Πιλότος:

1) Βάρος $\vec{w}_1$ από Γη.

2) Κάθετη δύναμη $\vec{N}_1$ από κάθισμα ελιμπόπτερου.

β) Για τον άνθρωπο:

$\Sigma F_1 = m_1 a \Rightarrow$

$N_1 - w_1 = m_1 a \Rightarrow$

$N_1 - m_1 g = m_1 a$ (1)

Για το ελιμπόπτερο:

$\Sigma F_2 = m_2 a \Rightarrow$

$F - N_2 - w_2 = m_2 a \Rightarrow$

$F - N_2 - m_2 g = m_2 a$ (2)

Κατά μέτρο: $N_1 = N_2$

Προσθέτουμε τις (1) και (2):

$\cancel{N_1} - m_1 g + F - \cancel{N_2} - m_2 g = m_1 a + m_2 a \Rightarrow$

$F - (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow F = (m_1 + m_2)(g + a)$

Άρα: $F = (1920+80)\cdot(10+2) \Rightarrow$

$F = 2000 \cdot 12 \Rightarrow$

$F = 24.000\,N$

γ) Για τον άνθρωπο:

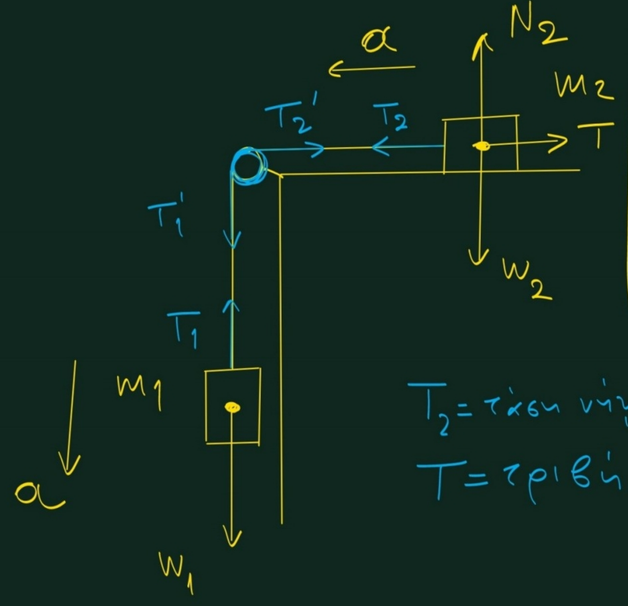
$N_1 - m_1 g = m_1 a \Rightarrow$

$N_1 = m_1 (g+a) \Rightarrow$

$N_1 = 80\cdot(10+2) \Rightarrow N_1 = 960\,N.$

δύναμη από το κάθισμα.

Ασκ. 12 σελ. 158.



T_2 = τάση νήματος

T = τριβή.

α) Το m_2 δέχεται τέσσερις δυνάμεις:

1) T_2 (τάση νήματος)
2) W_2 (βάρος)
3) N_2 (κάθετη δύναμη)
4) $T = \mu N_2$ (τριβή ολίσθησης)

Το m_1 δέχεται δύο δυνάμεις:

1) W_1 (βάρος)
2) T_1 (τάση νήματος)

Η τροχαλία είναι αβαρής, οπότε ισχύει:

$T_1' = T_2'$

Το νήμα είναι αβαρές, οπότε ισχύει:

$T_2 = T_2'$ και

$T_1 = T_1'$

Άρα:

$T_1 = T_2 = T_1' = T_2'$

β) Για το m_1 έχουμε:

$$\Sigma F_1 = m_1 a \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a \quad (1)$$

Για το m_2 έχουμε:

$$\Sigma F_{2x} = m_2 a \Rightarrow T_2 - T = m_2 a \quad (2)$$

$$\Sigma F_{2y} = 0 \Rightarrow N_2 = W_2$$

$$T = \mu N_2 \Rightarrow T = \mu m_2 g \quad (3)$$

γ) Προσθέτουμε τις (1) κ (2) και αντικαθιστούμε την T από την (3):

$$m_1 g - \cancel{T_1} + \cancel{T_2} - T = m_1 a + m_2 a \Rightarrow$$

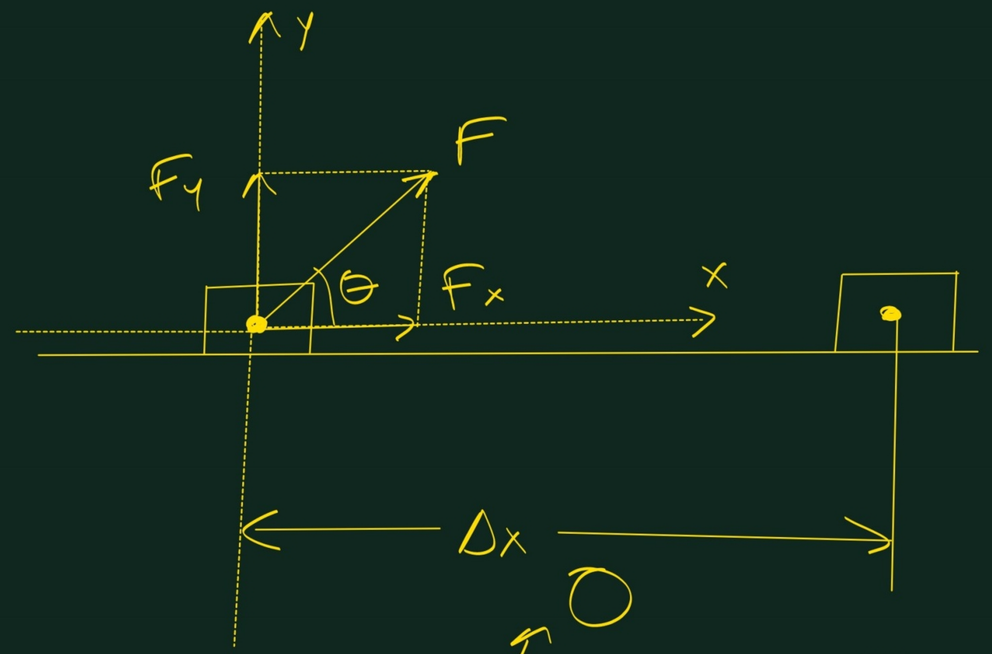
(επειδή $T_1 = T_2$)

$$m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow$$

$$80 - 0{,}25 \cdot 120 = (8+12) a \Rightarrow$$

$$80 - 30 = 20 a \Rightarrow$$

$$\frac{50}{20} = \frac{\cancel{20} a}{\cancel{20}} \Rightarrow a = 2{,}5\, m/s^2$$



Αν $0 < \theta < 90^\circ$

$\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $W_F > 0$

Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$

$\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ και $W_F < 0$

Αν $\theta = 0^\circ$ τότε $\sigma\upsilon\nu\theta = 1$ και $W_F = F \cdot \Delta x$

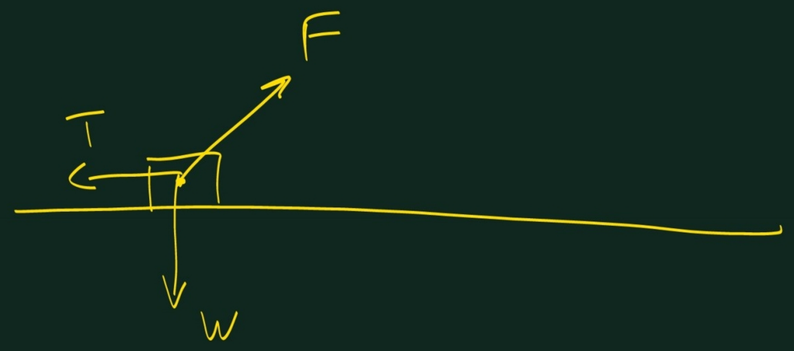
Αν $\theta = 90^\circ$ " $\sigma\upsilon\nu\theta = 0$ και $W_F = 0$

$$W_F = W_{F_x} + \cancel{W_{F_y}}^{\,0} = W_{F_x} = F_x \cdot \Delta x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \Delta x \Rightarrow$$

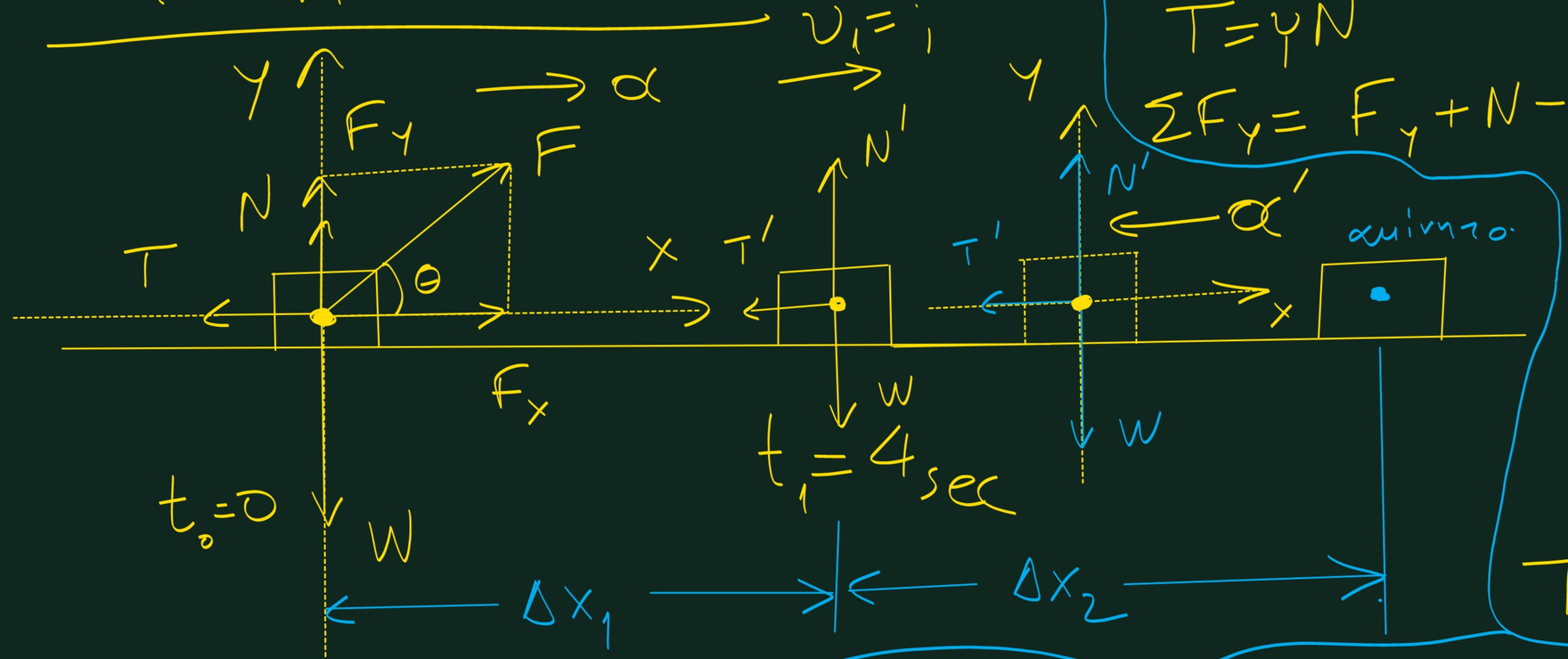
$$\boxed{W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}$$

$W_{F_y} = 0$ επειδή $\vec{F_y} \perp \Delta\vec{x}$

(οι δυνάμεις που είναι κάθετες στη μετατόπιση <u>δεν</u> παράγουν έργο).


F
T
W

Παράδειγμα άσκησης.



$F=100N$ $m=10kg$

$\eta\mu\theta=0,6$ $\mu=0,2$

$\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$

α) Να βρεθεί η επιτάχυνση

$T=\mu N$

$\Sigma F_y = F_y + N - W = 0 \Rightarrow N = W - F_y \Rightarrow$

$N = mg - F\cdot\eta\mu\theta \Rightarrow$

$N = 100 - 10\cdot 0,6 \Rightarrow$

$N = 40N$

$T = 0,2\cdot 40 = 8N$

$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_x - T = ma \Rightarrow$

$F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - T = ma \Rightarrow 100\cdot 0,8 - 8 = 10a \Rightarrow$

$80 - 8 = 10a \Rightarrow a = 7,2 m/s^2$

β) Να βρεθεί η υ_1 την $t_1 = 4\,sec$.

$$\upsilon_1 = a t_1 = 7{,}2 \cdot 4 = 27{,}8\ m/s.$$

γ) Να βρεθεί η μετατόπιση Δx_1

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}2 \cdot 4^2 = 3{,}6 \cdot 16\ m$$

δ) Τη στιγμή $t_1 = 4\,sec$ καταργείται η δύναμη F οπότε το σώμα επιβραδύνεται λόγω της τριβής T' (που είναι διαφορετική από την T)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - mg = 0 \Rightarrow N' = mg.$$

$$T' = \mu N' = \mu m g.$$

$$\Sigma F_x = T' = m a' \Rightarrow$$

$$\mu m g = m a' \Rightarrow a' = \mu g$$

(επιβράδυνση)

$$\Delta x_2 = \frac{\upsilon_1^2}{2\alpha'} = \frac{27{,}8^2}{2\mu g} =$$

$$= \frac{27{,}8^2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 10} = \frac{27{,}8^2}{4}\ m$$

Αλλά αυτό θέλει απόδειξη.

δ) Να βρεθεί η απόσταση Δx_2 που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.

$$v = v_1 - a't \Rightarrow$$

$$0 = v_1 - a' t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_1}{a'}$$

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot t_2 - \frac{1}{2} a' t_2^2 = v_1 \cdot \frac{v_1}{a'} - \frac{1}{2} a' \cdot \frac{v_1^2}{a'^2} \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = \frac{v_1^2}{a'} - \frac{v_1^2}{2a'} = \frac{v_1^2}{2a'} = \dots$$