

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln x$, $x > 0$ και $g(x) = e^x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

- B1.** Να αποδείξετε ότι η σύνθεση της συνάρτησης g με τη συνάρτηση f είναι η συνάρτηση $(f \circ g)(x) = \ln(e^x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

- B2.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f \circ g$ είναι αντιστρέψιμη (μονάδες 2) και να βρείτε τη συνάρτηση $h = (f \circ g)^{-1}$ (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Αν $h(x) = \ln(e^x - 1)$, $x > 0$ τότε:

- B3.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση h ως προς τη μονοτονία (μονάδες 4) και να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό σημείο με τετμημένη θετική όπου η γραφική παράσταση της h τέμνει τον άξονα $x'x$ (μονάδες 5).

Μονάδες 9

- B4.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση h ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής (μονάδες 4).

Μονάδες 8