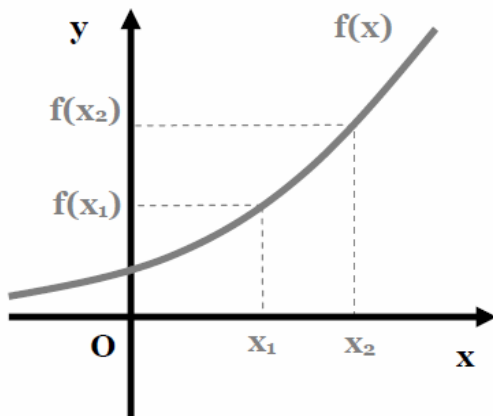


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Μονοτονία συνάρτησης



ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως αύξουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) < f(x_2)$$

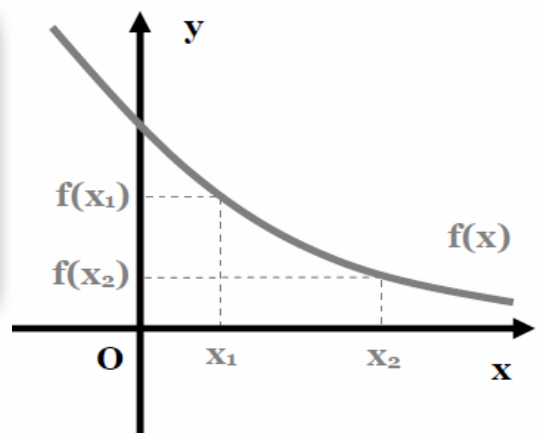
Για να δηλώσουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ γράφουμε $f \uparrow \Delta$.

ΟΡΙΣΜΟΣ

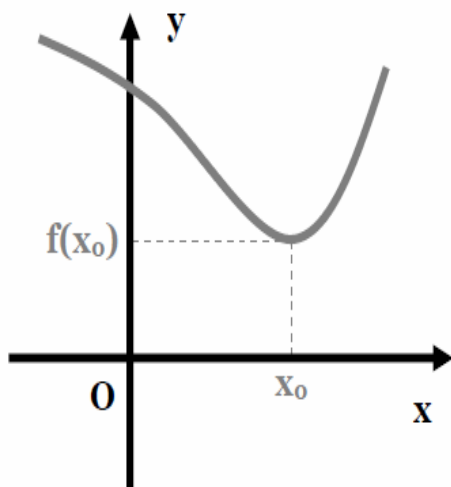
Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) > f(x_2)$$

Για να δηλώσουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ γράφουμε $f \downarrow \Delta$.



Ακρότατα συνάρτησης

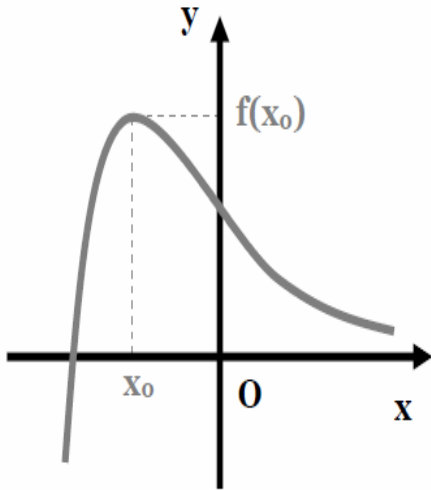


ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) **ελάχιστο** όταν:

$$f(x) \geq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

Το $x_0 \in A$ λέγεται **θέση ελαχίστου**, ενώ το $f(x_0)$ ολικό **ελάχιστο** ή απλώς **ελάχιστο** της συνάρτησης f και το συμβολίζουμε με $\min f(x)$.



ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) **μέγιστο** όταν:

$$f(x) \leq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

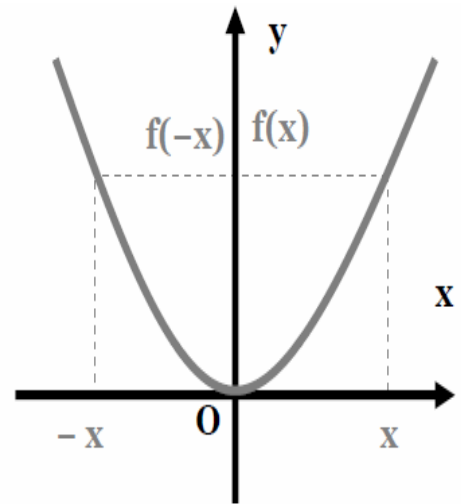
Το $x_0 \in A$ λέγεται **θέση μεγίστου**, ενώ το $f(x_0)$ ολικό μέγιστο ή απλώς μέγιστο της f και το συμβολίζουμε με $\max f(x)$.

Άρτια - Περιττή συνάρτηση

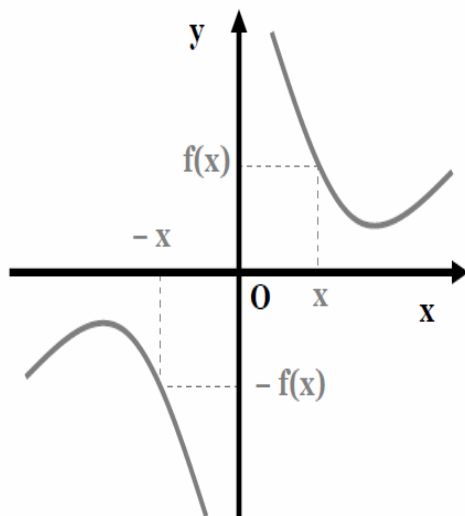
ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , θα λέγεται **άρτια**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει:

$$-x \in A \text{ και } f(-x) = f(x)$$



Η γραφική παράσταση μιας **άρτιας** συνάρτησης έχει **άξονα συμμετρίας** τον άξονα $y'y$.



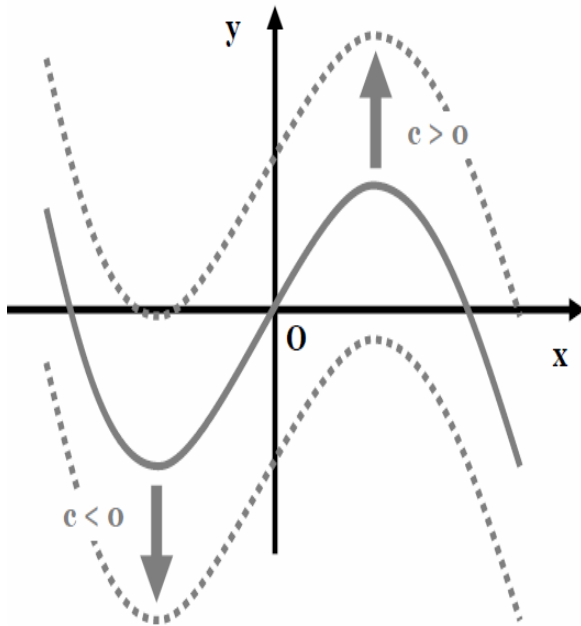
ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , θα λέγεται **περιττή**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει:

$$-x \in A \text{ και } f(-x) = -f(x)$$

Η γραφική παράσταση μιας **περιττής** συνάρτησης έχει **κέντρο συμμετρίας** την αρχή των αξόνων.

Μετατόπιση καμπύλης



Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με:

$$f(x) = \varphi(x) + c, \text{ όπου } c > 0,$$

προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα πάνω** (Σχήμα α΄)

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με:

$$f(x) = \varphi(x) - c, \text{ όπου } c > 0,$$

προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα κάτω** (Σχήμα β΄)

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με:

$$f(x) = \varphi(x - c), \text{ όπου } c > 0,$$

προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα δεξιά** (Σχήμα γ΄).

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με:

$$f(x) = \varphi(x + c), \text{ όπου } c > 0,$$

προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα αριστερά** (Σχήμα δ΄).

