İÇİNDEKİLER

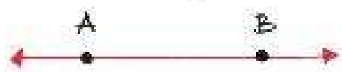
~ GEOMETRİK KAVRAMLAR ve AÇILAR ~

Geometride tanımsız kavramlar bulunmaktadır. Bu kavramlar sezgisel olup net bir tanımları bulunmamaktadır.

Örnek olarak; nokta, doğru, düzlem terimleri verilebilir.

Doğru:

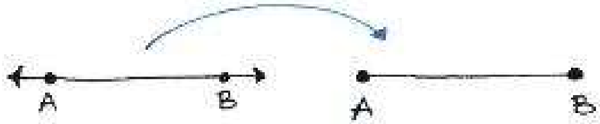
Düzlemde farklı iki nokta alınsın. Bu iki noktadan tek bir doğru geçer. Bu doğru her iki yönde de sınırsızdır.



Çizilen doğru üzerindeki her nokta bir reel sayı belirtmektedir. Bu durumda noktalarla reel sayılar bire bir eşleşmiş olur.

Doğru Parçası:

Çizilen doğru üzerinden A ve B olmak üzere iki nokta belirlensin. Başlangıcı A noktası, bitişi B noktası olacak şekilde doğru parçalandığında; A ve B noktaları arasında kalan tüm sonsuz noktalar kümesinin oluşturduğu bu parçaya doğru parçası denir.



AB doğrusu [AB] doğru parçası

* [AB] doğru parçasının elemanları gösterimi için;

[AB]

$A \in [AB]$ ve $B \in [AB]$

(A elemanıdır AB doğru parçası)

]AB]

$A \notin [AB]$ ve $B \in [AB]$

(A noktası dahil olmadığı için elemanı değildir.)

[AB[

$A \in [AB]$ ve $B \notin [AB]$

]AB[

$A \notin [AB]$ ve $B \notin [AB]$

Işın:

Bir ucu kapalı, diğer ucu sonsuza kadar uzanan doğru parçasına ışın denir.

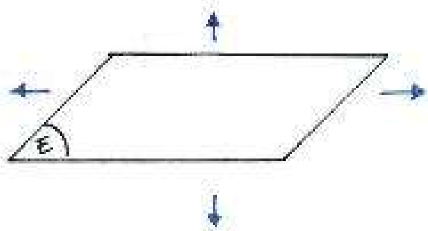
AB ışını "[AB" şeklinde gösterilir.

DİKKAT: A noktası kapalı olduğu için sembolize edilirken kapatılmıştır. B noktası sınırsız olduğu için boş bırakılmıştır.

Yarı Doğru:]AB ışınından A noktasının çıkarılması ile elde edilen noktalara AB yarı doğrusu denir.

]AB yarı doğrusu

Düzlem: Her yöne doğru sınırsızca genişletilebilen sonsuz noktalar kümesidir.



E düzlemi

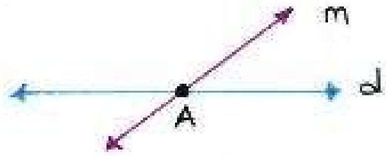
> ? **NOT:** Düzlemde birbirine paralel olmayan n tane farklı doğrunun en çok $C\binom{n}{2}$ tane kesişme noktası vardır.

* Bir düzlem içerisinde bulunan n tane farklı doğru düzlemi

→ En çok: $\boxed{\frac{n.(n+1)}{2}+1}$ bölgeye

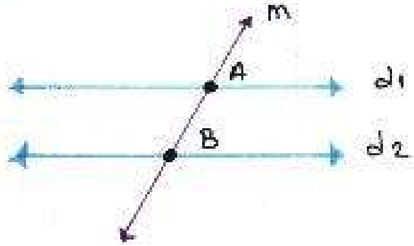
→ En az: $\boxed{(n+1)}$ bölgeye ayırır.

* Düzlemde farklı iki doğrunun en çok bir ortak noktası vardır.



$$\boxed{d \cap m = \{A\}}$$

* Düzlemde paralel iki doğrudan birini kesen bir doğru diğerini de keser.



$$\boxed{\begin{array}{l} d_1 \cap m = \{A\} \\ d_2 \cap m = \{B\} \end{array}}$$

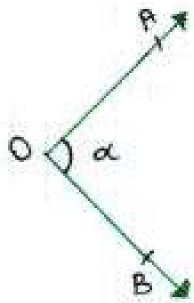
~Noktalar ve Sayı Doğrusu~

Sayı doğrusu üzerindeki her bir noktaya denk gelen reel sayılar, o noktaların koordinatını belirtmektedir. Başlangıç noktasının koordinatı 0'dır. (sıfır)

A(-3), B(-2), C(-1), D(0) ve E(1) şeklinde gösterilir.

~ AÇILAR ~

Açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleştirdiği kümeye açı denir.



$[OA$ ışını ile $[OB$ ışını birleştiğinde

$$[OA \cup [OB = \hat{O}$$

açısı oluşmaktadır.

* Açıların okunuşu;

→ A noktası ile başlanılmışsa;

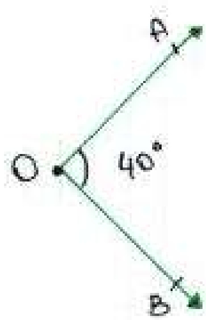
$A\hat{O}B$ (AOB açısı)

→ B noktası ile başlanılmışsa;

$B\hat{O}A$ (BOA açısı)

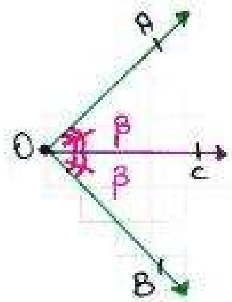
şeklindedir.

* $\alpha \in R$ sayısı açının ölçüsünü göstermektedir.
Açı ölçüsü $m(A\hat{O}B)$ ya da $s(A\hat{O}B)$ şeklinde ifade edilir.



$$m(A\hat{O}B) = 40°$$

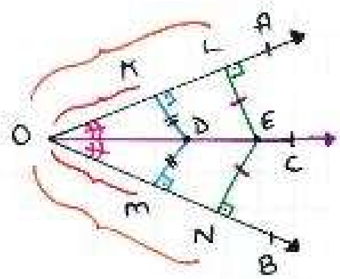
Açıortay: Açıyı iki eş parçaya bölen ışına açıortay denir.



$[OC$ açıortay

$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$

NOT: Açıortay üzerinde alınan herhangi bir noktanın, açının kollarına olan dik uzaklıkları birbirine eşittir.



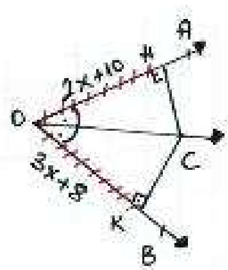
$|EL| = |EN|$

$|DK| = |Dm|$

$|OL| = |ON|$

$|OK| = |Om|$

Örnek:



$x = ?$

$|OH| = |OK|$ olduğundan;

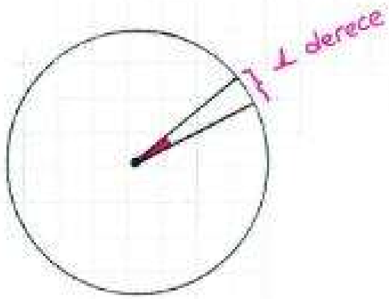
$2x + 10 = 3x + 8$

$10 - 8 = 3x - 2x$

$x = 2$

~ Açı Ölçü Birimleri ~

1-) Derece: Bir çemberin çevresinin 360'ta birini gören merkez açının ölçüsüne 1 derece denir.



* 1 derece = 1° şeklinde gösterilir.

2-) Radyan: Yarıçap uzunluğundaki çember yayını gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir.

* Derece ve radyan arasındaki bağıntı;

$$\boxed{\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi}}$$ şeklindedir.

Bu bağıntıya göre $\longrightarrow$ $360^\circ = 2\pi$ olduğundan;

$180^\circ = \pi$ 'dir.

Örnek: $\frac{4\pi}{9}$ radyan kaç derecedir?

$$\frac{D}{\underset{180^\circ}{\cancel{360}}} = \frac{\frac{4\pi}{9}}{\underset{\pi}{\cancel{2\pi}}} \longrightarrow \frac{D}{180} = \frac{4\cancel{\pi}}{9\cancel{\pi}} \longrightarrow \overset{1}{\cancel{9}} \cdot D = \overset{20}{\cancel{180}} \cdot 4$$

$$D = 80^\circ$$

//

Örnek: 160° kaç radyandır?

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \longrightarrow \frac{\cancel{160}^{8}}{\cancel{180}_{9}} = \frac{R}{\pi} \longrightarrow \frac{8}{9} = \frac{R}{\pi} \qquad R = \frac{8\pi}{9}$$

Derecenin Alt Birimleri

1 derece = 60 dakikadır // 1 dakika = 60 saniyedir

$1° = 60'$ $\qquad$ $1' = 60''$

$1° = 3600''$

Örnek: 5° 60' 7" kaç saniyeye denktir?

$1° = 60' = 3600''$ olduğundan:

$$5° = 5 \cdot 3600 = \underbrace{18.000''}+ \; 60' = \underbrace{3600''} + \underbrace{7''}$$

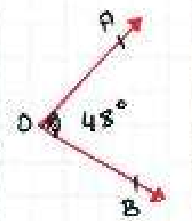
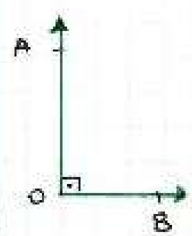
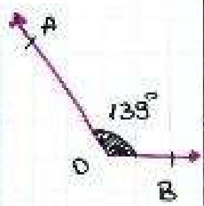
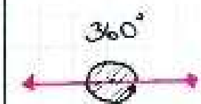
= 21.607 saniyedir.

Örnek: 4282" kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

```
 4282 | 60
-420  | 71 | 60
 0082 |-60 | 1  derece
  -60 | 11 dakika
   22 saniye
```

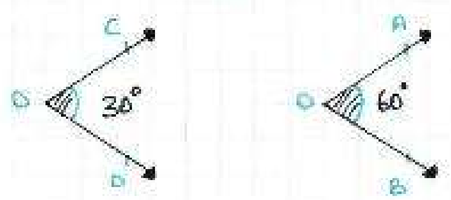
$4282'' = 1° \; 11' \; 22''$

~ AÇI ÇEŞİTLERİ ~

DAR AÇI	DİK AÇI	GENİŞ AÇI	DOĞRU AÇI	TAM AÇI
$0° < \alpha < 90°$	$\beta = 90°$	$90° < \theta < 180°$	$\gamma = 180°$	$x = 360°$
				

Tümler Açı:

Ölçüleri toplamı $\underline{90°}$ olan iki açı birbirinin tümler açısıdır.



$$\underbrace{m(\widehat{COD})}_{30°} + \underbrace{m(\widehat{AOB})}_{60°} = 90°$$

$$30° + 60° = 90°$$

Örnek: Tümler iki açıdan küçük olan açı büyük açının 10° eksiği ise büyük açı kaç derecedir?

Küçük	Büyük
$x - 10°$	x
↓	↓
$40°$	$50°$

$$x + x - 10° = 90°$$

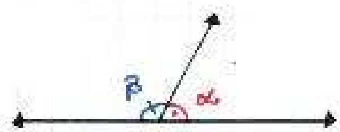
$$2x - 10° = 90°$$

$$2x = 100°$$

$$x = 50°$$

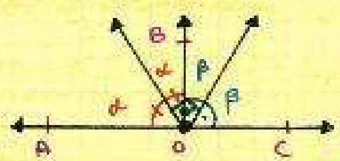
Bütünler Açı:

Ölçüleri toplamı 180° olan iki açı bütünler açıdır.



$\alpha+\beta=180°$

NOT:



$2\alpha+2\beta=180°$

$\alpha+\beta=90°$

$(A\hat{O}B)$ açısı ile $(B\hat{O}C)$ açısı bütünler!

Örnek: Bütünler iki açıdan biri diğerinin 4 katından 5° fazla ise küçük olan açının tümleri nedir?

Büyük	Küçük
$4x+5°$	x
↓	↓
$145°$	$35°$

$x+4x+5°=180°$

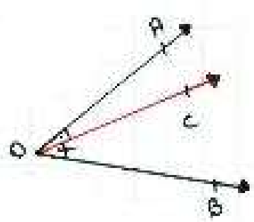
$5x+5°=180°$

$5x=175°$ $\quad x=35°$

→ Küçük açının tümleri için; $90-35°=55°$

Komşu Açı:

Başlangıç noktası ve bir kenarı ortak olan açılara komşu açı denir.



$m(A\hat{O}C)=42°$ $\quad m(C\hat{O}B)=54°$

* $A\hat{O}C$ ve $C\hat{O}B$ komşu açılar

~Paralel Doğrular ve Açılar~

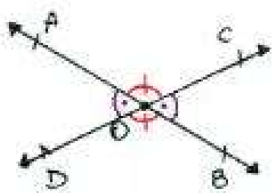
Paralel Doğrular: Aynı düzlem üzerinde olduğu halde hiçbir noktada birbirini kesmeyen doğrulara paralel doğrular denir.

* Paralel doğruların kesişimi boş kümedir.
* Paralel doğrular arasındaki uzaklık her noktada aynıdır.

> NOT: Paralellik sembolü
> "$d_1 // d_2$"

* Ters Açılar:

İki doğrunun kesişmesiyle oluşan, komşu olmayan açılara ters açılar denir.

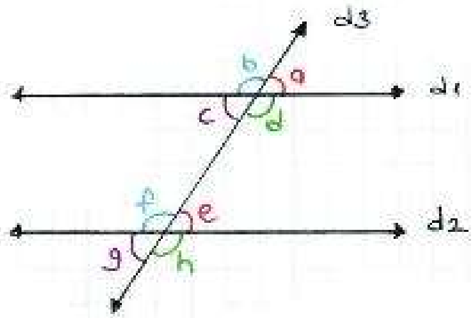


→ $A\hat{O}C$ ile $D\hat{O}B$ ters açıdır.

→ $A\hat{O}D$ ile $C\hat{O}B$ ters açıdır.

* $m(A\hat{O}C) = m(D\hat{O}B)$
* $m(A\hat{O}D) = m(C\hat{O}B)$

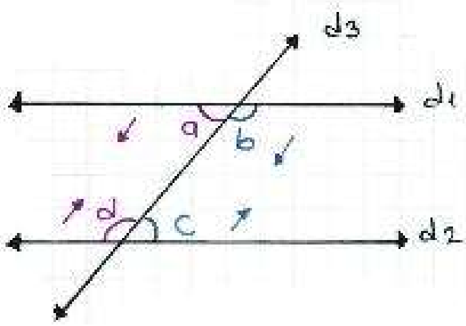
* İç Ters, Dış Ters, Yöndeş Açılar:



d1 // d2 ve d3 bu iki doğruyu kesen bir doğru olmak üzere;

Yöndeş Açılar	İç Ters Açılar	Dış Ters Açılar
→ a = e	→ c = e	→ a = g
→ b = f	→ d = f	→ b = h
→ c = g		
→ d = h		

* Karşı Durumlu Açılar:



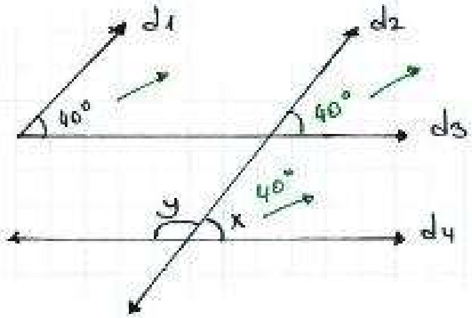
d1 // d2

Toplamları 180° olan açılardır.

→ $b + c = 180°$

→ $a + d = 180°$

Örnek:



$d_1 // d_2$ ve $d_3 // d_4$

$y - x = ?$

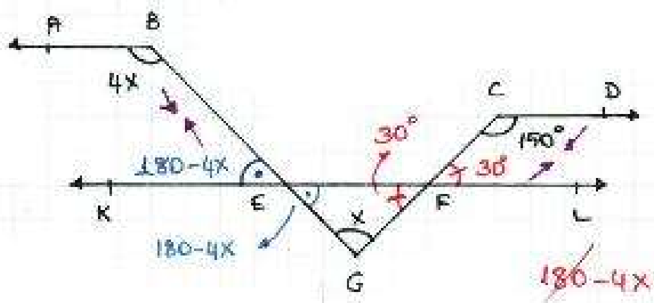
$x = 40°$

$180° - 40° = y$ ise $y = 140°$

$\underbrace{140°}_{y} - \underbrace{40°}_{x} = 100°$

$y - x = 100°$

Örnek:



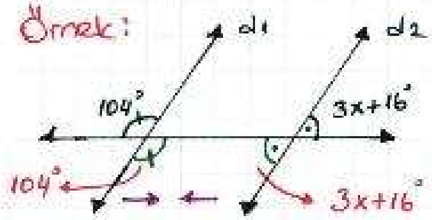
$[BA // [CD // KL$

$x = ?$

$\cancel{180} - 4x + 30 + x = \cancel{180}$

$3x = 30°$ $\quad x = 10°$

Örnek:



$d_1 // d_2$ $\quad x = ?$

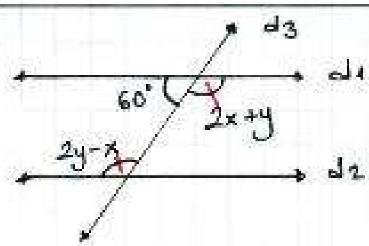
$3x + \underbrace{16° + 104°}_{} = 180°$

$3x + 120° = 180°$

$3x = 60°$

$x = 20°$

Örnek:



$d_1 // d_2$

$x = ?$ $\quad y = ?$

$2x + y = 2y - x$

$3x = y$

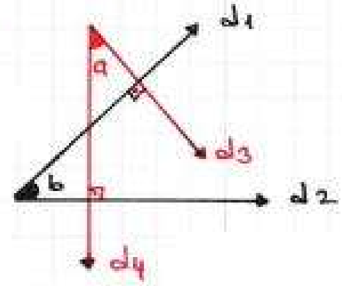
$60° + 2x + \overbrace{y}^{3x} = 180°$

$2x + 3x = 120°$

$x = 24°$

$y = 72°$

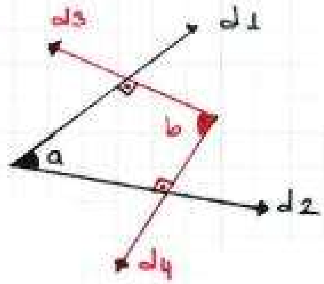
* Kolları Dik Olan Açılar



$d_4 \perp d_2$ ve $d_3 \perp d_1$

$\boxed{a = b}$

NOT: " $\perp$ " sembolü diklik belirtir.

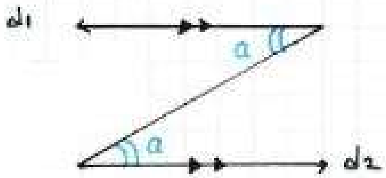


$d_4 \perp d_2$ ve $d_3 \perp d_1$

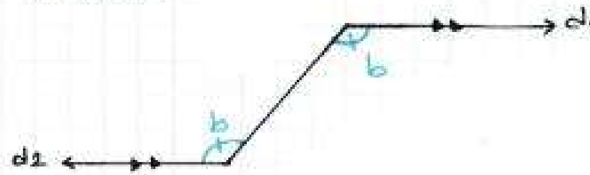
$\boxed{a + b = 180^\circ}$

~ AÇILARIN ÖZELLİKLERİ ~ (M - U - Z)

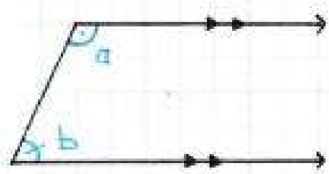
* Z Kuralı :



$d_1 // d_2$



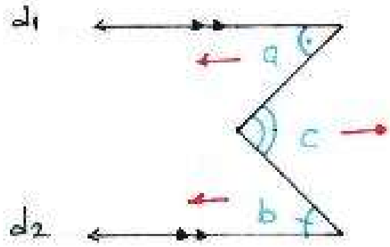
* U Kuralı : (Karşı durumlu açılar)



$d_1 // d_2$

$a + b = 180^\circ$

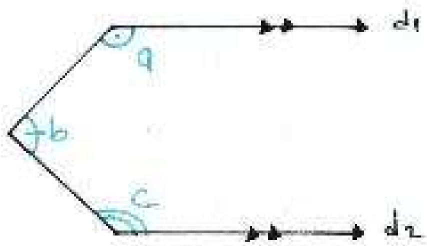
* M Kuralı :



$d_1 \parallel d_2$

$a+b=c$

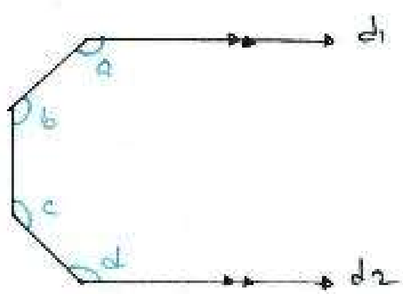
* Kalem Ucu Kuralı



$d_1 \parallel d_2$

$a+b+c=360^\circ$

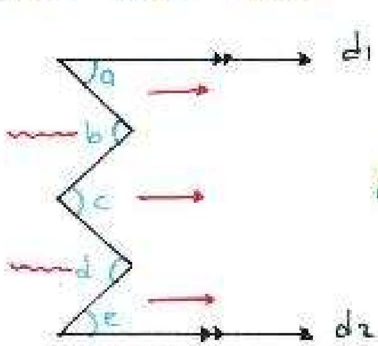
* * *



$d_1 \parallel d_2$

$a+b+c+d=540^\circ$

* Zik Zak Kuralı :

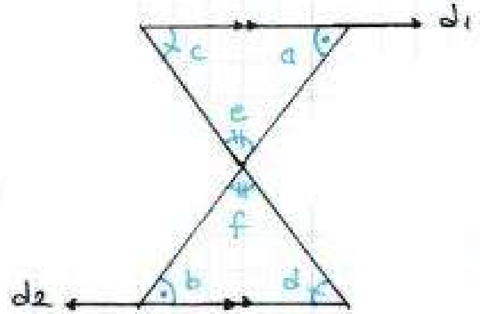


$d_1 \parallel d_2$

$a+c+e=b+d$

⚠ DİKKAT : Sağa bakan açılar kendi arasında, sola bakan açılar kendi arasında toplanır.

✱ Kelebek Kuralı : (Kum Saati)

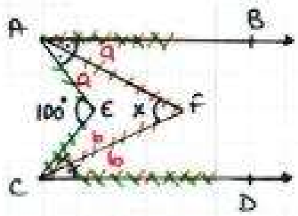


$d_1 // d_2$

$a = b$, $c = d$, $e = f$

(Z kuralı) (Z kuralı) (Ters Açı)

Örnek :



$[AB // [CD$

$[AF]$ ve $[CF]$ açıortay

$x = ?$

1. M Kuralına Göre;

$a + b = x$

$a + b = 50°$'den

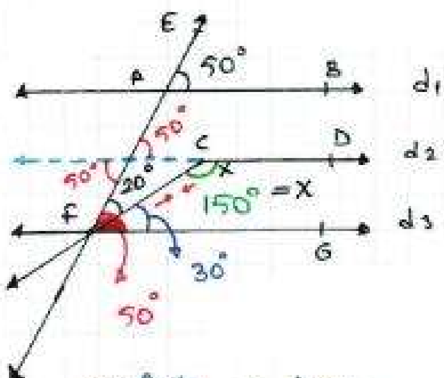
2. M Kuralına Göre;

$2a + 2b = 100°$

$a + b = 50°$

$x = 50°$ //

Örnek:



$d_1 // d_2 // d_3$ $x = ?$

→ 30° ile x karşı durumlu açılardır. Birbirlerini 180°'ye tamamlar. !

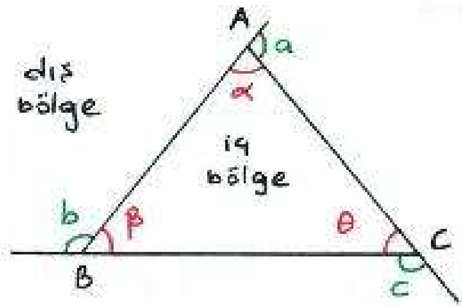
→ C noktasından ek çizimle paralel doğru uzatıldı.

→ Bu tarz sorularda ek çizim yapılabilir. !

~ ÜÇGENDE AÇILAR ~

Üçgen:

Doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşimine üçgen denir.



→ A, B ve C noktaları üçgenin köşeleridir.

→ α, β ve θ üçgenin iç açılarıdır.

→ a, b ve c üçgenin dış açılarıdır.

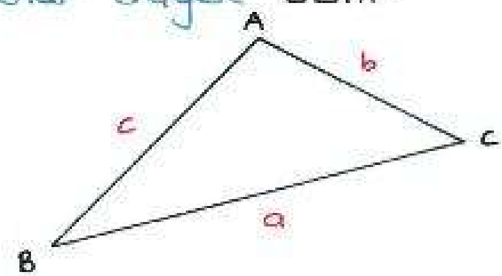
ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ

Kenarlarına göre — Açılarına göre

Kenarlarına göre üçgen çeşitleri:

*** Çeşitkenar üçgen:**

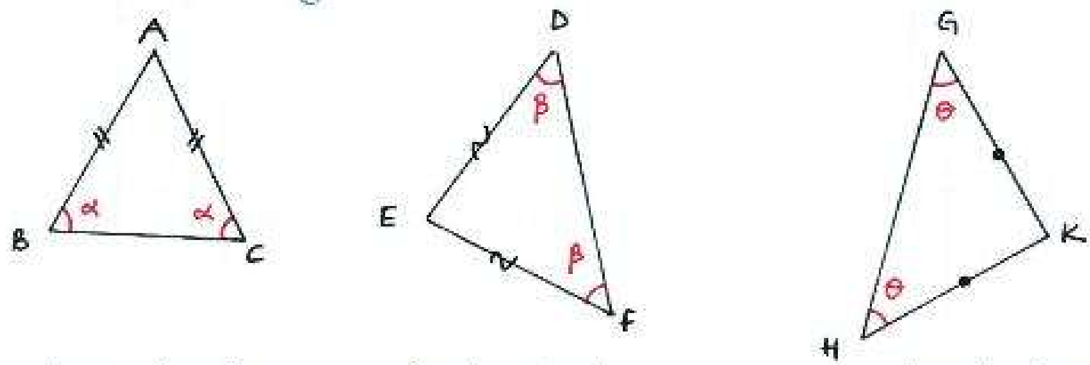
Kenar uzunlukları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir.



$a \neq b \neq c$

* İkizkenar üçgen:

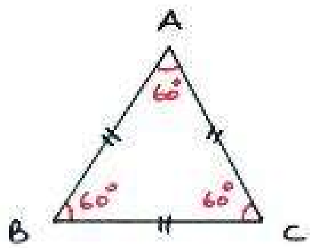
Herhangi iki kenarının uzunlukları eşit olan üçgenlere ikizkenar üçgen denir.



$|AB| = |AC|$ $\qquad$ $|ED| = |EF|$ $\qquad$ $|KH| = |KG|$

* Eşkenar üçgen:

Üç kenarının uzunluğu birbirine eşit ve açılarının ölçüleri $60°$ olan üçgenlere eşkenar üçgen denir.



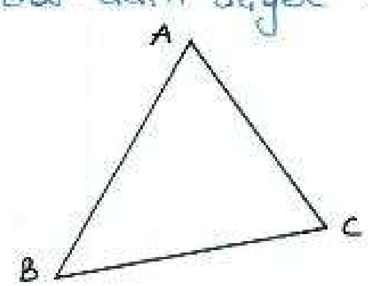
$|AB| = |AC| = |BC|$

$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = 60°$

Açılarına göre üçgen çeşitleri:

* Dar açılı üçgen:

İç açılarının ölçüleri $90°$ den küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir.



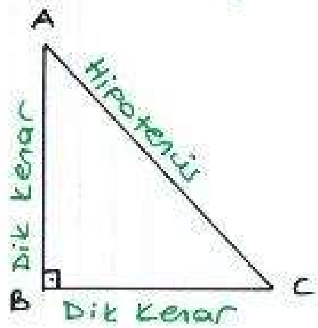
$m(\hat{A}) < 90°$

$m(\hat{B}) < 90°$

$m(\hat{C}) < 90°$

* Dik açılı üçgen:

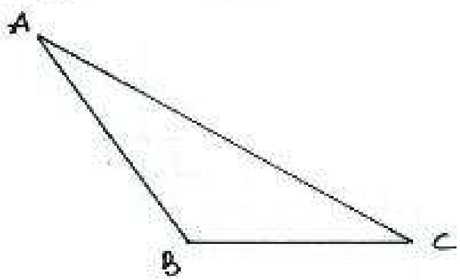
İç açı ölçülerinden bir tanesi 90° olan üçgenlere dik açılı üçgen denir.



$m(\hat{B}) = 90^\circ$

* Geniş açılı üçgen:

İç açı ölçülerinden bir tanesi 90° den büyük olan üçgenlere geniş açılı üçgen denir.



$m(\hat{B}) > 90^\circ$

Yükseklik

ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

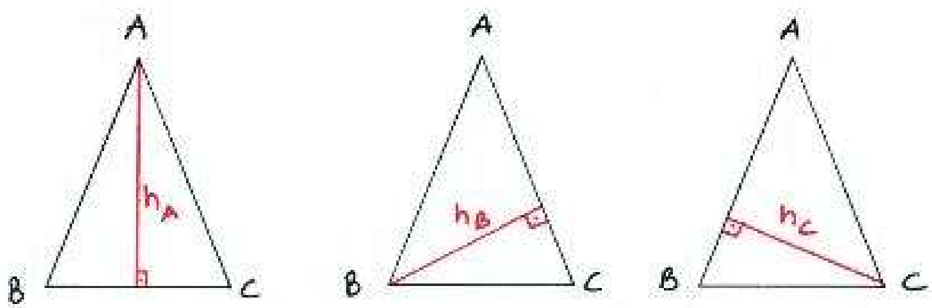
Kenarortay

Açıortay

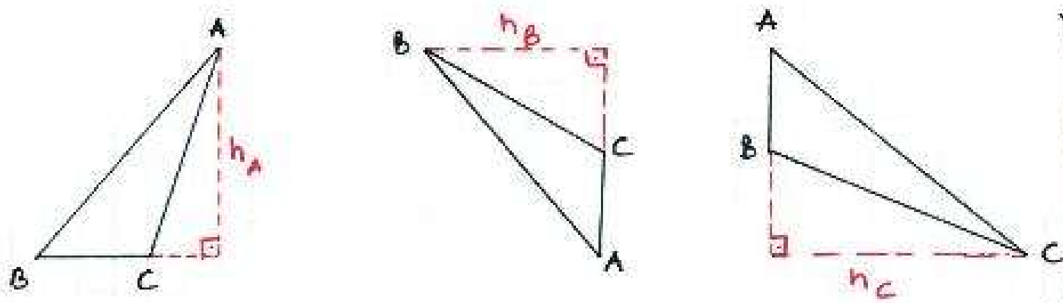
Orta Dikme

* Yükseklik :

Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çekilen dik doğru parçasına yükseklik denir.



DAR AÇILI ÜÇGEN



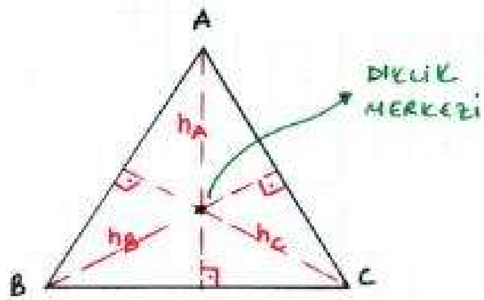
GENİŞ AÇILI ÜÇGEN

→ h_A, h_B ve h_C üçgenin yükseklikleridir.

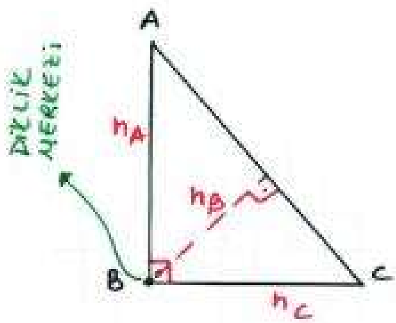
*** Diklik Merkezi:**

Yüksekliklerin kesiştiği noktaya üçgenin diklik merkezi denir.

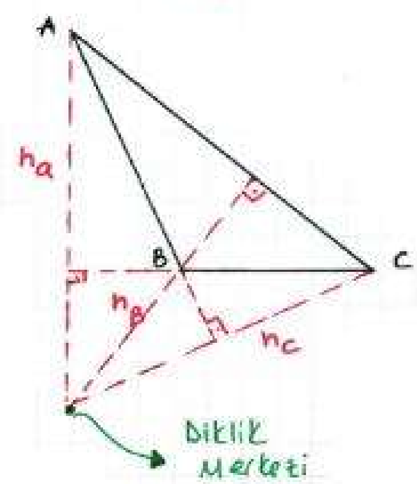
> ⚠ **Dikkat:** Bir üçgende tüm yükseklikler daima bir noktada kesişir.



→ Dar açılı üçgende diklik merkezi iç bölgede olur.



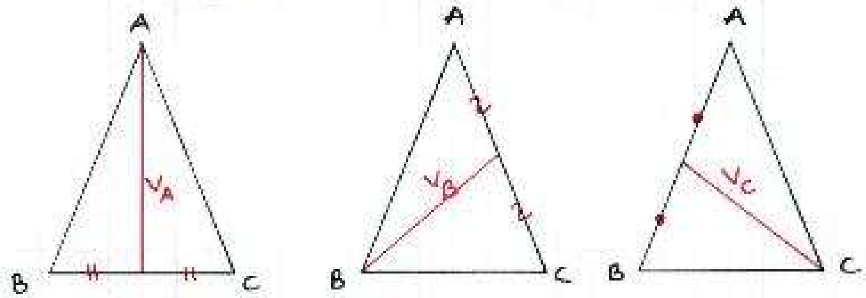
→ Dik açılı üçgenlerde diklik merkezi üçgenin üzerinde bulunur.



→ Geniş açılı üçgende diklik merkezi dış bölgede bulunur.

* Kenarortay:

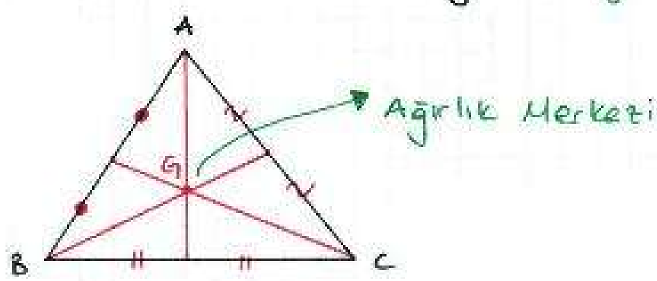
Üçgenin bir köşesiyle karşısındaki kenarın orta noktasını birleştiren doğru parçasına kenarortay denir.



→ V_A, V_B, V_C üçgenin kenarortaylarıdır.

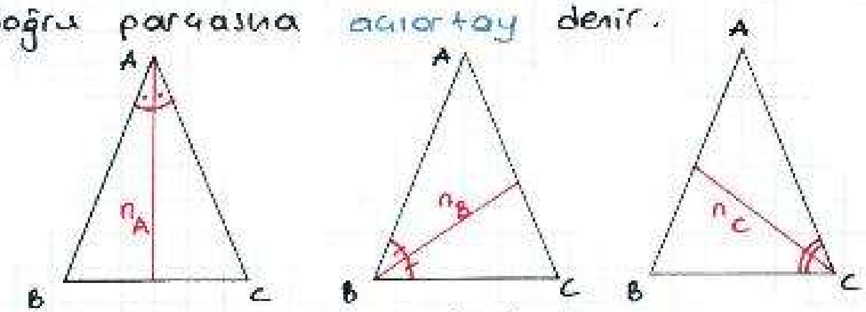
* Ağırlık Merkezi:

Bir üçgenin kenarortayları daima bir noktada kesişir. Bu kesişim noktasına üçgenin ağırlık merkezi denir.

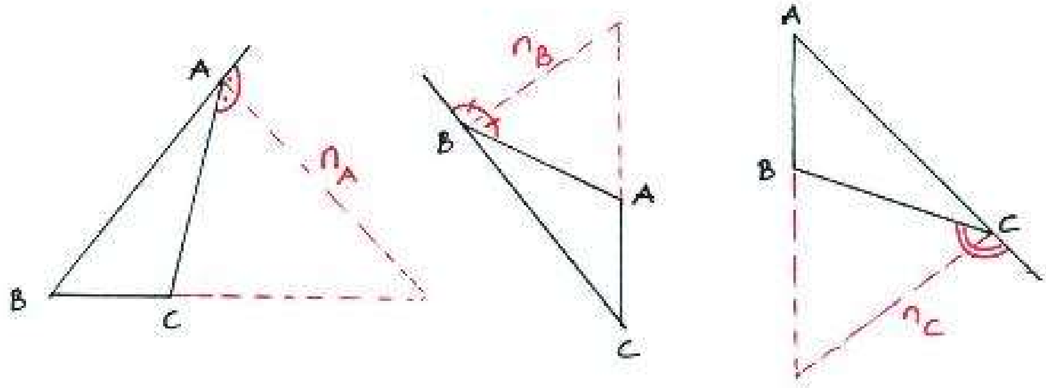


* Açıortay:

Üçgenin bir açısının ölçüsünü iki eş parçaya ayıran doğru parçasına açıortay denir.



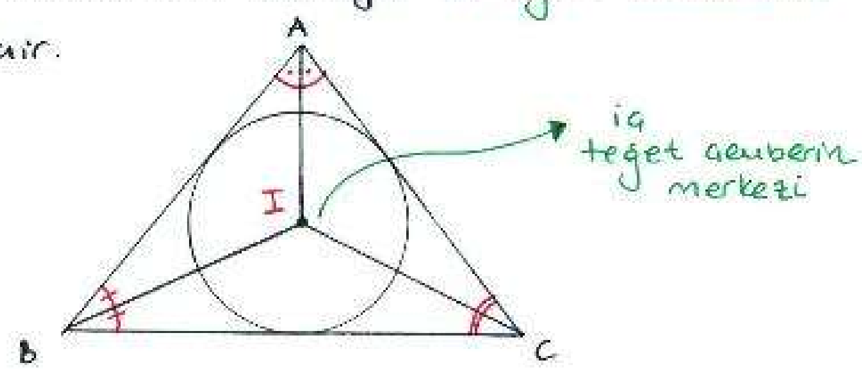
→ n_A, n_B, n_C iç açıortaylardır.



→ n_A, n_B, n_C üçgenin dış açıortaylarıdır.

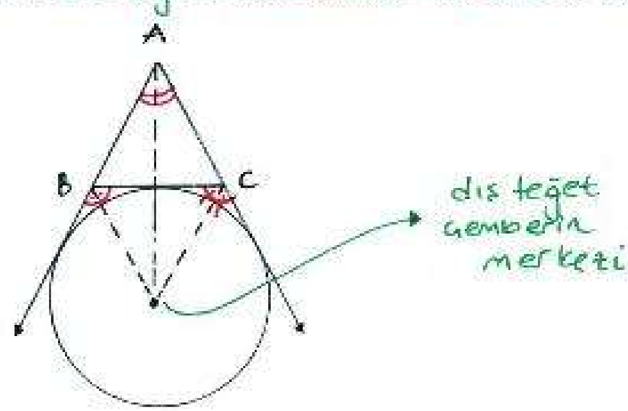
* iç teğet çemberin merkezi :

Bir üçgende tüm iç açıortaylar daima bir noktada kesişir. Bu kesiştikleri noktaya iç teğet çemberin merkezi denir.



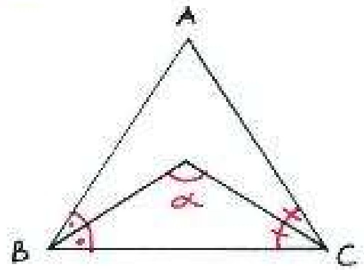
* Dış teğet çemberin merkezi :

Bir üçgende iki dış açıortay ile üçgenin diğer kösesinden çekilen iç açıortay daima üçgenin dış bölgesinde bir noktada kesişir ve bu noktaya üçgenin dış teğet çemberinin merkezi denir.



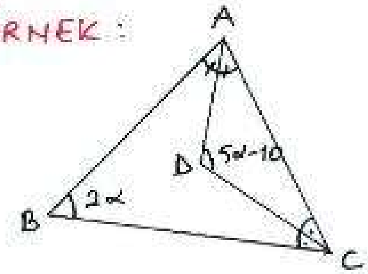
~ ÜÇGENDE AÇIORTAYLARIN OLUŞTURDUĞU AÇILAR ~

→ İKİ İÇ AÇIORTAY KESİŞİRSE :



$$\boxed{\alpha = 90^\circ + \frac{m(\hat{A})}{2}}$$

ÖRNEK :



ABC bir üçgen

[AD] ve [CD] açıortay

$m(A\hat{D}C) = 5\alpha - 10^\circ$

$m(A\hat{B}C) = 2\alpha^\circ$

$m(A\hat{D}C) = ?$

$5\alpha - 10^\circ = 90 + \frac{2\alpha}{2}$

$4\alpha = 100^\circ$

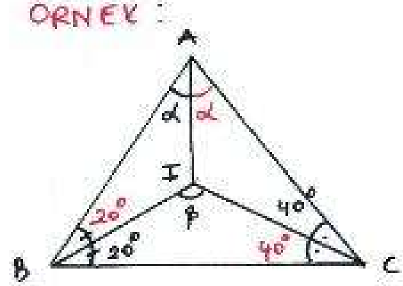
$\alpha = 25^\circ$

$m(A\hat{D}C) = 5\alpha - 10^\circ$

$= 5 \cdot 25 - 10^\circ$

$= 115^\circ$

ÖRNEK :



$\alpha + \beta = ?$

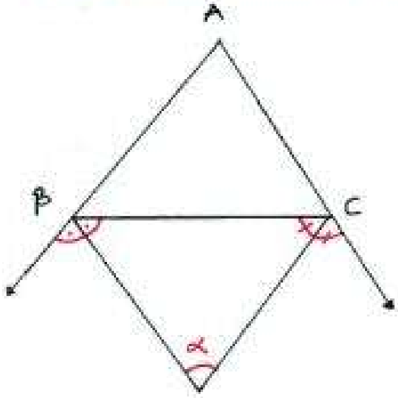
I noktası iç açıortayların kesim noktasıdır.

$2\alpha + 40 + 80 = 180^\circ$ | $20 + 40 + \beta = 180^\circ$

$\alpha = 30^\circ$ | $\beta = 120^\circ$

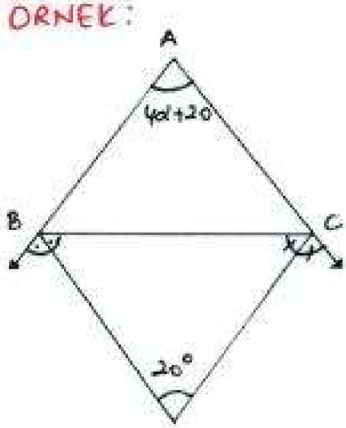
$\alpha + \beta = 150^\circ$

→ İKİ DIŞ AÇIORTAY KESİŞİRSE :



$$\boxed{\alpha = 90 - \frac{m(\hat{A})}{2}}$$

ÖRNEK:



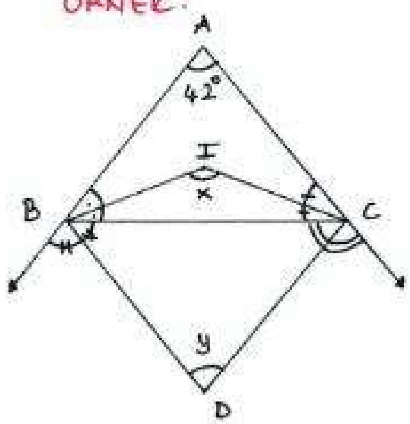
$\alpha = ?$

$$90^\circ - \left(\frac{4\alpha+20}{2}\right) = 20^\circ$$

$$70^\circ = 2\alpha + 10^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

ÖRNEK:



$x - y = ?$

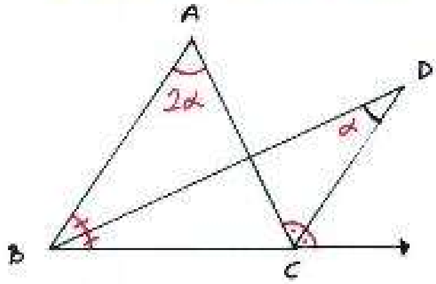
$$x = 90^\circ + \frac{42^\circ}{2} = 111^\circ$$

$$y = 90^\circ - \frac{42^\circ}{2} = 69^\circ$$

$$x - y = 42^\circ$$

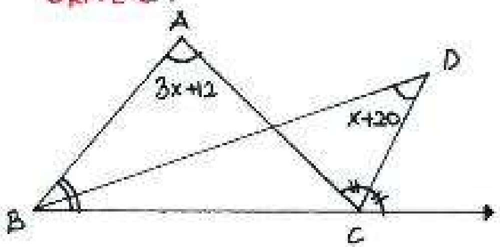
? NOT: I iç teğet, D dış teğet çemberin merkezidir.

BİR İÇ AÇIORTAY BİR DIŞ AÇIORTAY KESİŞİRSE :



$$\boxed{\alpha = \frac{m(\hat{A})}{2}}$$

ÖRNEK :



$m(\widehat{BDC}) = ?$

$\frac{3x+12}{2} = x+20$

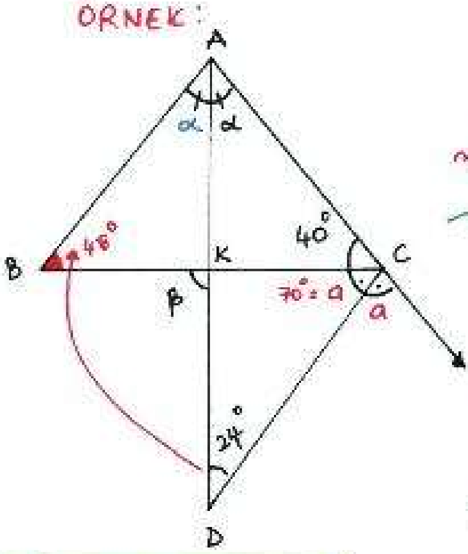
$3x+12 = 2x+40$

$x = 28°$

$m(\widehat{BDC}) = x+20 = 28+20$

$= 48°$

ÖRNEK :



$\alpha + \beta = ?$

$m(\hat{B}) = 48°$ } Bir iç açıortay bir dışaçıortay kesişimi

$2a + 40 = 180°$ } Doğru açı

$a = 70°$

$\beta = 70° + 24° = 94°$ } iki iç açının toplamı bir dış açıdır.

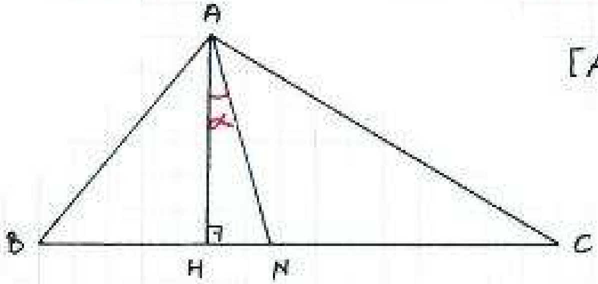
$2\alpha + 88° = 180°$ } Üçgenin iç açıları toplamı 180° dir.

$\alpha = 46°$

$\alpha + \beta = 140°$

NOT: D noktası dışteğet çemberin merkezidir.

➡ AÇIORTAYLA YÜKSEKLİK ARASINDAKİ AÇI:



[AN], $m(\widehat{BAC})$'nin açıortayı

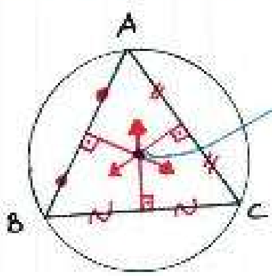
$$\boxed{\alpha = \frac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{C})|}{2}}$$

❗ NOT: H noktası, büyük açının olduğu köşeye daha yakındır.

* Orta Dikme:

Üçgenin kenarlarının orta noktalarından çizilen dik doğrulara orta dikme denir.

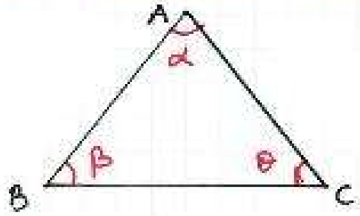
* Çevrel Çemberin Merkezi:



Çevrel Çemberin Merkezi

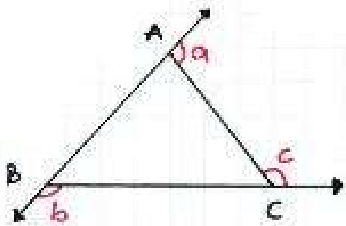
İki orta dikmenin geçtiği nokta, üçgenin çevrel çemberinin merkezidir. Üçüncü orta dikme de bu noktadan geçer.

~ ÜÇGENDE AÇI VE ÖZELLİKLERİ ~



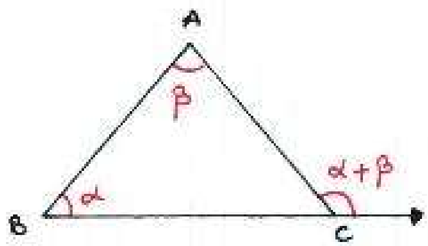
Üçgenin iç açıları toplamı 180° dir.

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

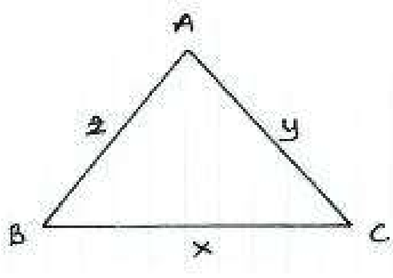


Üçgenin dış açıları toplamı 360° dir.

$$a + b + c = 360^\circ$$



Üçgende iki iç açının toplamı bu açılara komşu olmayan dış açıya eşittir.

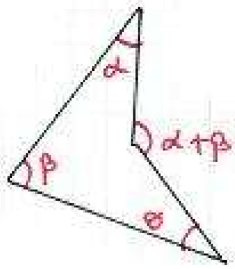


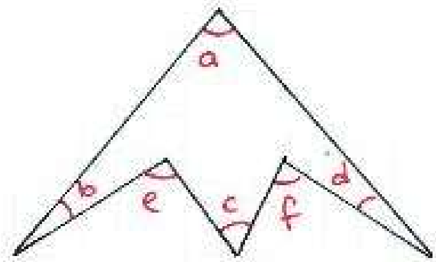
Üçgenin kenar uzunlukların toplamı üçgenin çevresini verir.

$$\text{Çevre}(\widehat{ABC}) = x + y + z = 2u$$

NOT: $u = \dfrac{\text{Çevre}}{2}$

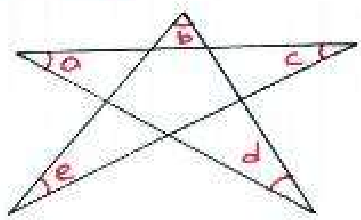
* Bumerang:





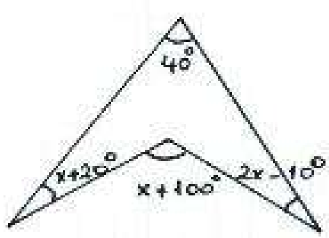
$$a+b+c+d = e+f$$

* Yıldız:



$$a+b+c+d+e = 180°$$

ÖRNEK:



$x = ?$

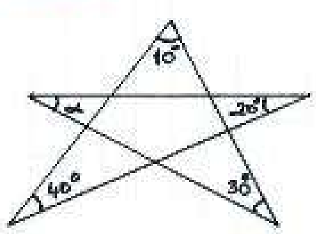
$$(x+20)+40+(2x-10) = x+100$$

$$3x+50 = x+100$$

$$2x = 50$$

$$x = 25°$$

ÖRNEK:



$\alpha = ?$

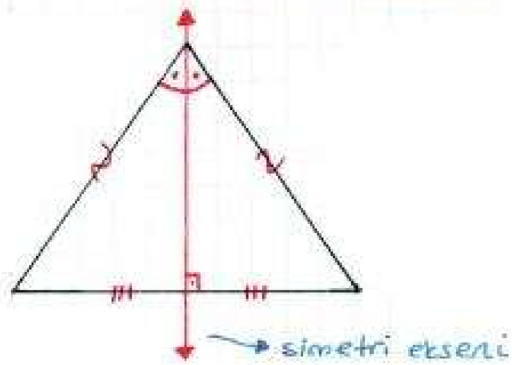
$$10°+20°+30°+40°+\alpha = 180°$$

$$100°+\alpha = 180°$$

$$\alpha = 80°$$

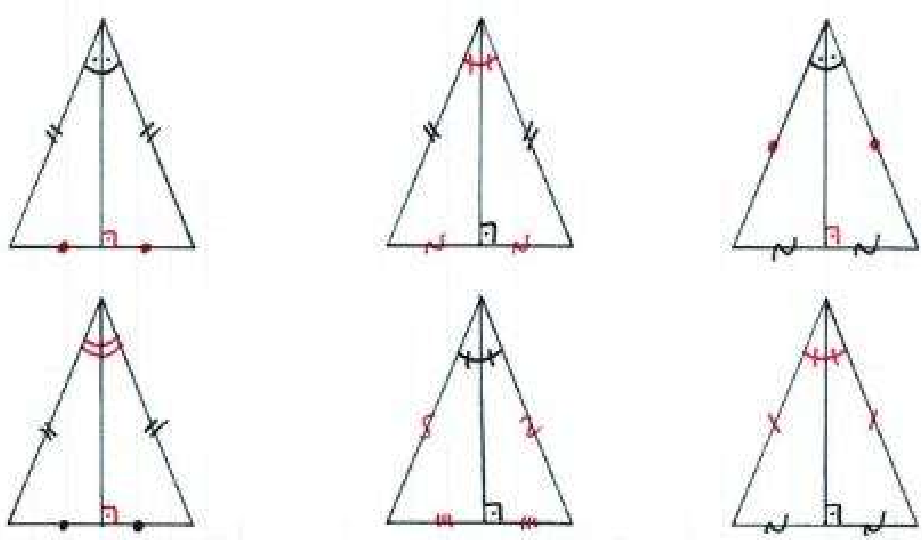
~ D.A.K.İ. ~

DİKLİK AÇIORTAY KENARORTAY İKİZKENAR



ikizkenar bir üçgenin tepe noktasından karşısındaki kenara çekilen dik doğruya simetri ekseni denir.

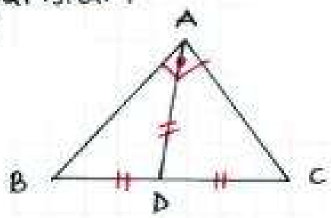
NOT: Simetri ekseni ikizkenar bir üçgeni iki eş üçgene ayırır.



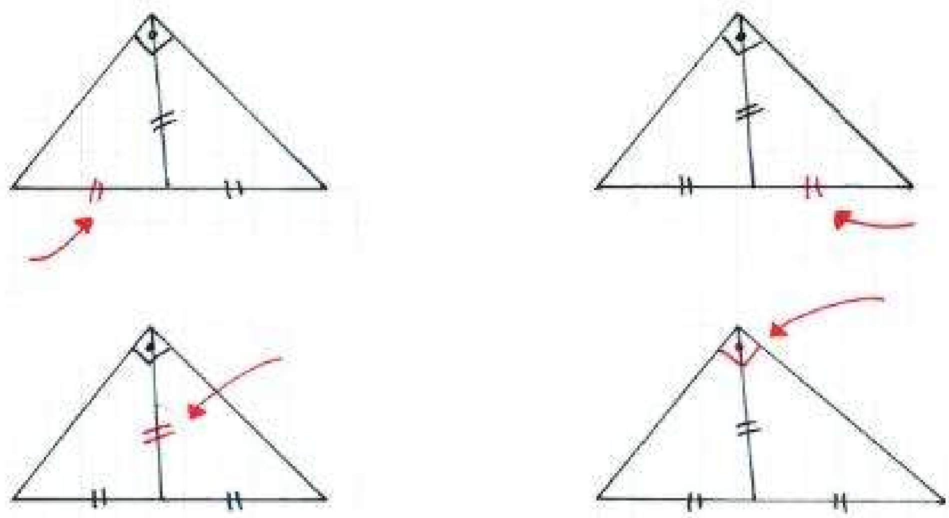
DİKKAT: Bir üçgende diklik, açıortay, kenarortay ve ikizkenarlık kavramlarından herhangi ikisi bulunmaktaysa diğer iki kavramda bulunmalıdır.

~ MUHTEŞEM ÜÇLÜ ~

Dik üçgende hipotenüse indirilen kenarortay uzunluğu hipotenüsün yarısıdır.



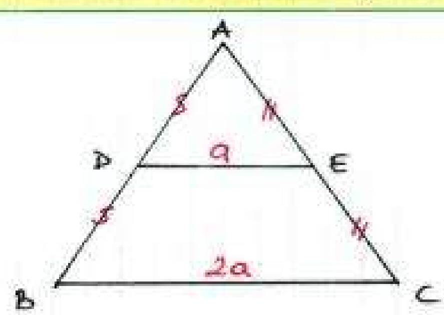
$$|AD| = \frac{|BC|}{2}$$



~ ORTA TABAN ~

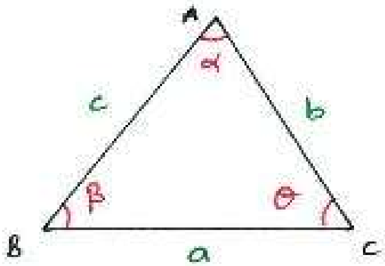
Bir üçgenin herhangi iki kenarının orta noktalarını birleştiren doğru parçasına orta taban denir.

NOT: Orta tabanın uzunluğu, tabanın yarısıdır.



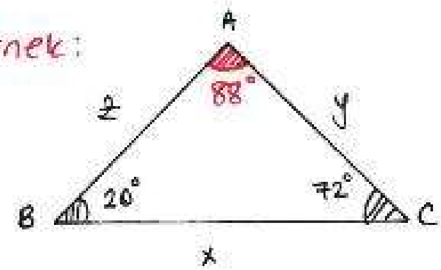
~ AÇI - KENAR BAĞINTILARI ~

* Bir üçgende büyük açı karşısında uzun kenar, küçük açı karşısında kısa kenar bulunur.



$$\boxed{\alpha > \beta > \theta \text{ ise } a > b > c}$$

örnek:



ABC üçgenine göre x, y, z arasındaki sıralama nasıldır?

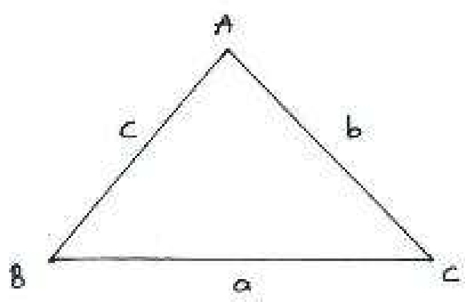
$180° - (72° + 20°) = 88° = m(\hat{A})$

$m(\hat{A}) > m(\hat{C}) > m(\hat{B})$

$x > z > y$

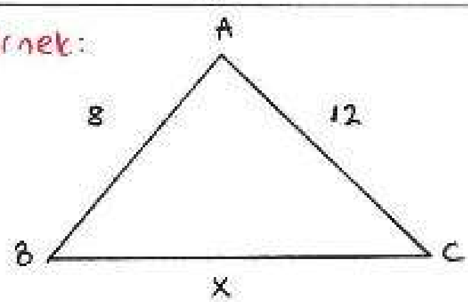
---

* Bir üçgende herhangi bir kenarın uzunluğu, diğer iki kenarın uzunluklarının mutlak farkıyla, toplamı arasındadır.



$$\boxed{\begin{array}{l} |b-c| < a < b+c \\ |a-c| < b < a+c \\ |b-a| < c < a+b \end{array}}$$

örnek:



ABC üçgenine göre x'in alacağı tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

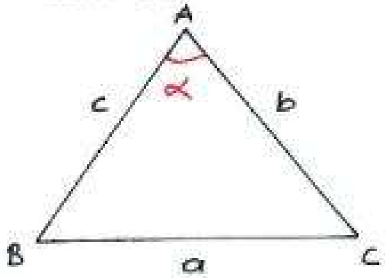
$|12-8| < x < 12+8$

$4 < x < 20$

$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19$

Toplamı = 180

* Bir üçgende geniş açı karşısındaki kenar en uzun kenardır.



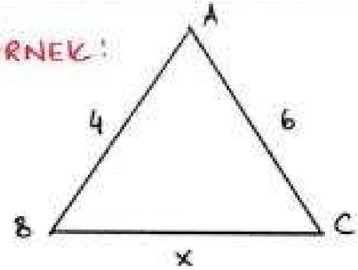
$\alpha < 90°$ ise

$|b-c| < a < \sqrt{b^2+c^2}$

$\alpha > 90°$ ise

$\sqrt{b^2+c^2} < a < b+c$

ÖRNEK:



$m(\hat{A}) < 90°$ x'in değer aralığı nedir?

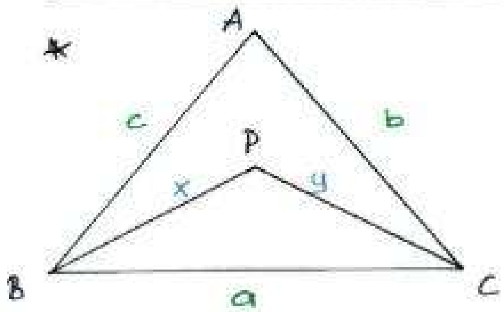
$|4-6| < x < \sqrt{6^2+4^2}$ Tam sayılar nelerdir?

* $2 < x < \sqrt{52}$ //

* 3,4,5,6,7 x'in tamsayı değerleri //

---

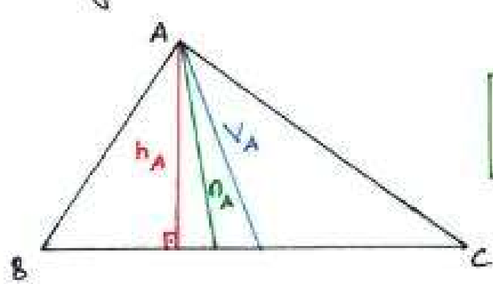
*



P noktası, ABC üçgeninin iç bölgesinde herhangi bir nokta olsun.

$a < x+y < b+c$

* Bir üçgende bir köşeden geçen yükseklik, iç açıortay ve kenarortay uzunlukları arasında bir sıralama vardır.



$h_A \leq n_A \leq V_A$

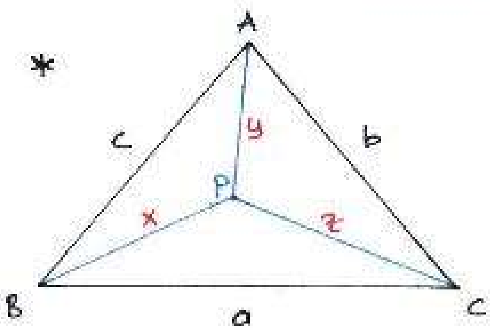
* Bir üçgenin kenarları arasındaki sıralamanın <u>tersi</u> yükseklik, iç açıortay ve kenarortaylar arasında vardır.

$$\boxed{a > b > c \text{ ise } \quad \begin{array}{l} h_a < h_b < h_c \\ n_a < n_b < n_c \\ V_a < V_b < V_c \end{array}}$$

* $u = \dfrac{a+b+c}{2}$ (Çevre yarısı) olmak üzere;

$$\boxed{\begin{array}{l} u < h_a + h_b + h_c < 2u \\ u < n_a + n_b + n_c < 2u \\ u < V_a + V_b + V_c < 2u \end{array}}$$

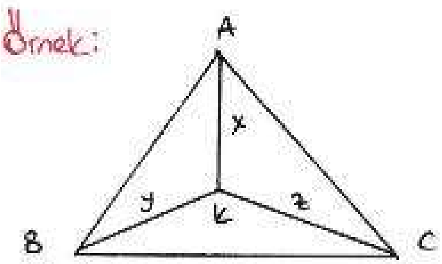
*



P, ABC üçgeninin iç bölgesinde herhangi bir nokta olsun.

$$\boxed{u < x+y+z < 2u}$$

Örnek:



$|AB| = a+5 \quad |AC| = 6+a$

$|BC| = 9-2a$ ise $x+y+z$'nin değer aralığı nedir?

* $\text{Çevre} = 2u = \cancel{a}+5+6+\cancel{a}+9-\cancel{2a}$

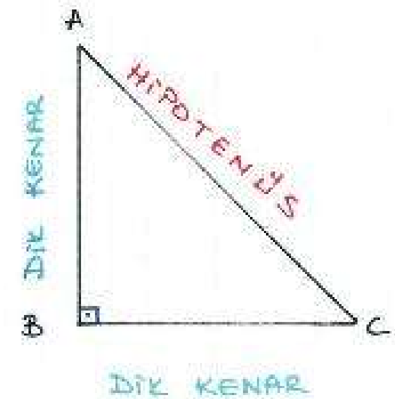
$2u = 20$ //

$u = 10$ //

$10 < x+y+z < 20$ //

~ DİK ÜÇGEN ~

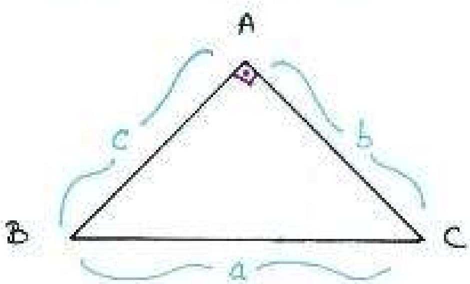
Açılarından birinin ölçüsü 90° olan üçgene dik üçgen denir.



→ 90°'nin karşısındaki kenara hipotenüs denir.

→ Üçgenin en uzun kenarı hipotenüstür.

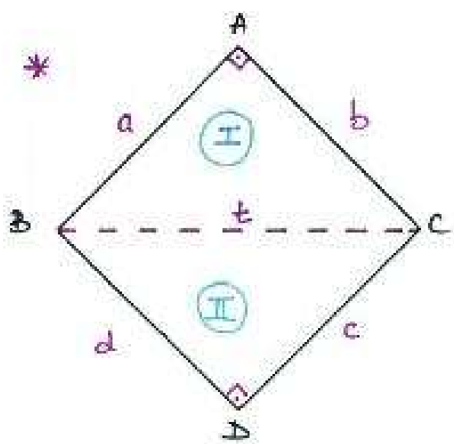
*** PİSAGOR TEOREMİ



Dik kenarların kareleri toplamı hipotenüsün karesine eşittir.

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

*



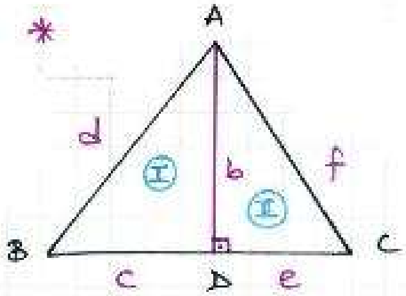
I üçgeni için;

→ $a^2+b^2=t^2$

II üçgeni için;

→ $d^2+c^2=t^2$

$$a^2+b^2=d^2+c^2=t^2$$

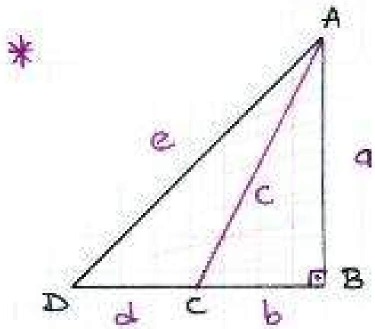
* 

(I) üçgeni için pisagor uygulanırsa;

$\rightarrow b^2+c^2=d^2$

(II) üçgeni için pisagor uygulanırsa;

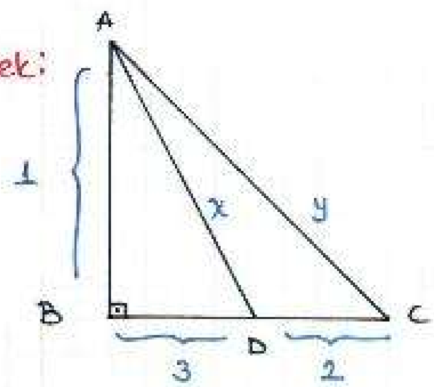
$\rightarrow b^2+e^2=f^2$

* 

$\overset{\triangle}{ABC}$ için; $a^2+b^2=c^2$

$\overset{\triangle}{ABD}$ için; $a^2+(b+d)^2=e^2$

Örnek:



$|AB|=1$, $|BD|=3$, $|CD|=2$

$|AD|=x$ $|AC|=y$ $x.y=?$

$\rightarrow x^2=3^2+1^2$

$x^2=9+1$

$x=\sqrt{10}$

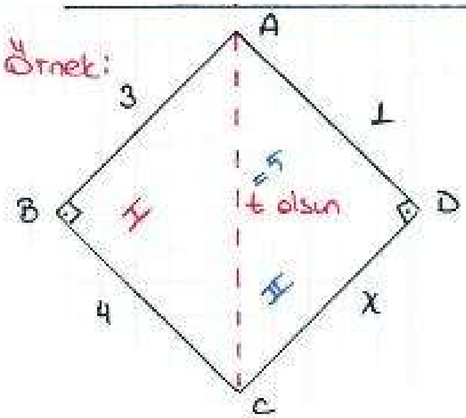
$\rightarrow y^2=1^2+5^2$

$y^2=1+25$

$y=\sqrt{26}$

$x.y=\sqrt{10}.\sqrt{26}=\sqrt{260}$ //

Örnek:



$x=?$

I üçgeni için;

$3^2+4^2=t^2$

$9+16=t^2$

$t=5$

II üçgeni için;

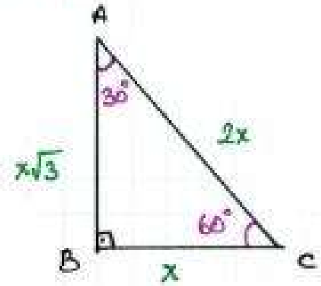
$5^2=1^2+x^2$

$25=1+x^2$

$x=2\sqrt{6}$ //

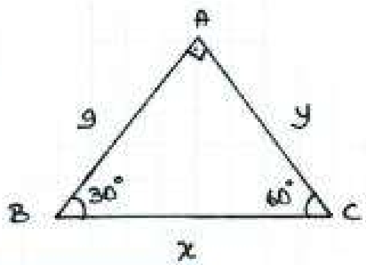
* Açılarına Göre Özel Dik Üçgenler:

→ 30°-60°-90° Üçgeni



NOT: $30° \to x$, $60° \to x\sqrt{3}$, $90° \to 2x$

Örnek:



$x = ?$

$60° \to 9$

$30° \to 3\sqrt{3}$

$90 \to x$

$6\sqrt{3}$

$y = ?$

$30° \to y$

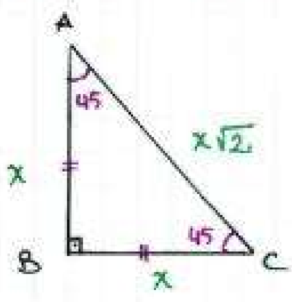
$60° \to 9$

$\frac{9}{\sqrt{3}}$

DİKKAT:

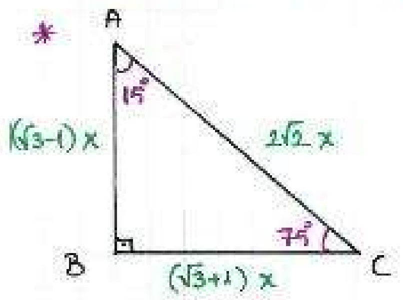
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$$

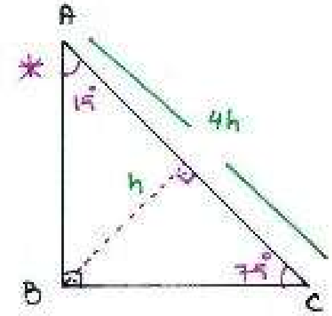
→ 45°-45°-90° Üçgeni

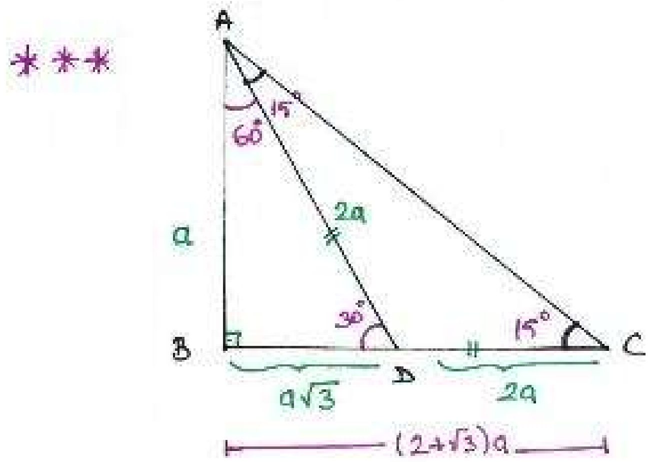


NOT: $45° \to x$, $90° \to x\sqrt{2}$

→ $15° - 75° - 90°$ Üçgeni







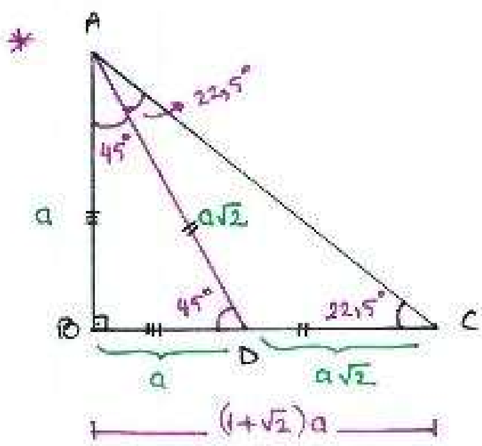
$15°-75°-90°$ Üçgeni

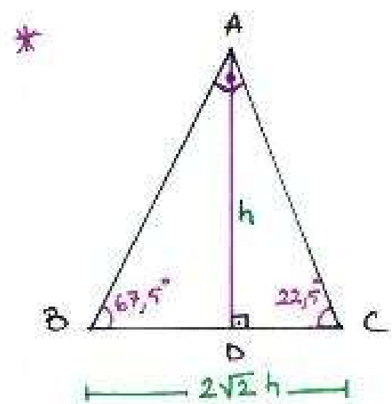
parçalandığında ;

$75° \longrightarrow (2+\sqrt{3})a$

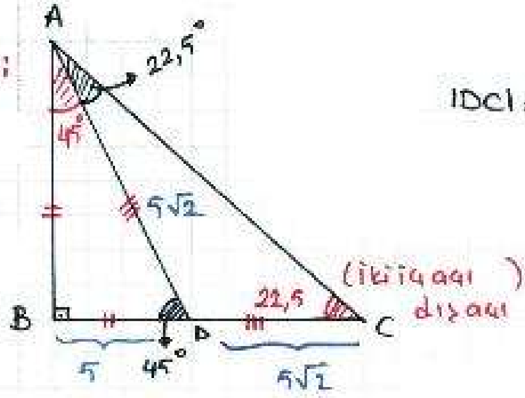
$15° \longrightarrow a$

→ $22,5° - 67,5° - 90°$ Üçgeni



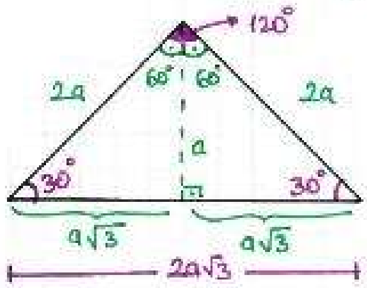


Örnek:



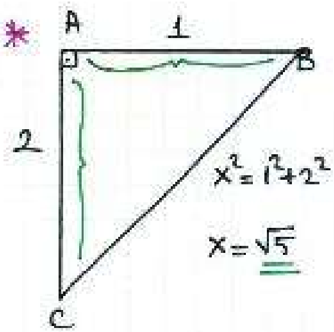
$|DC| = 5\sqrt{2}$ $\qquad x = ?$

→ 30° – 30° – 120° Üçgeni:



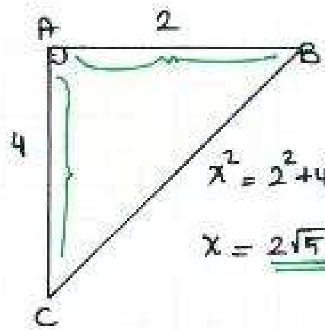
⚠ DİKKAT: D-A-K-i kullanılır.

***



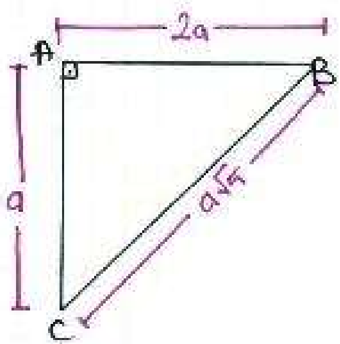
$x^2 = 1^2 + 2^2$

$x = \sqrt{5}$



$x^2 = 2^2 + 4^2$

$x = 2\sqrt{5}$



1 , 2 , $2\sqrt{5}$

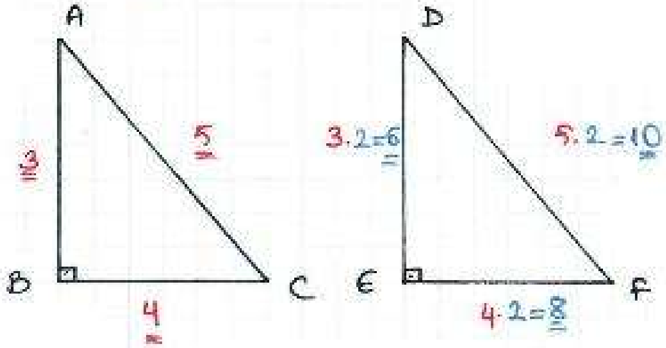
2 , 4 , $2\sqrt{5}$

3 , 6 , $3\sqrt{5}$

⋮

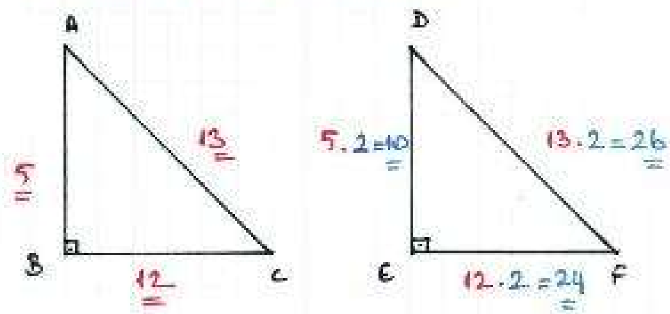
~ KENARLARINA GÖRE ÖZEL ÜÇGENLER ~

* 3 - 4 - 5 ve Katları :



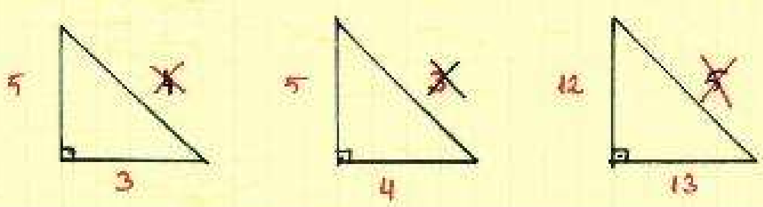
9 - 12 - 15
12 - 16 - 20
15 - 20 - 25
18 - 24 - 30
⋮

* 5 - 12 - 13 ve Katları :

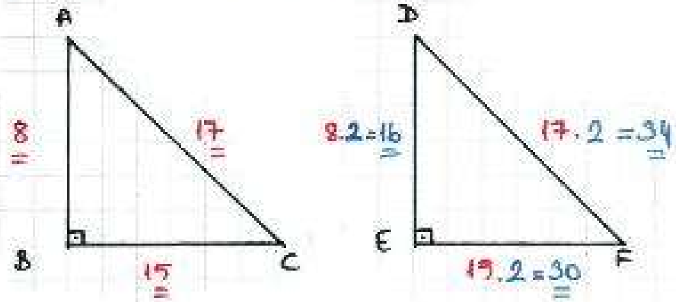


5 - 12 - 13
10 - 24 - 26
15 - 36 - 39
⋮

⚠ DİKKAT : Kenarlarına göre özel üçgenlerde, kuralları uygularken, sayısal değerlerin hangi kenarların uzunluğu olduğu önemlidir.



* 8 - 15 - 17 ve Katları :



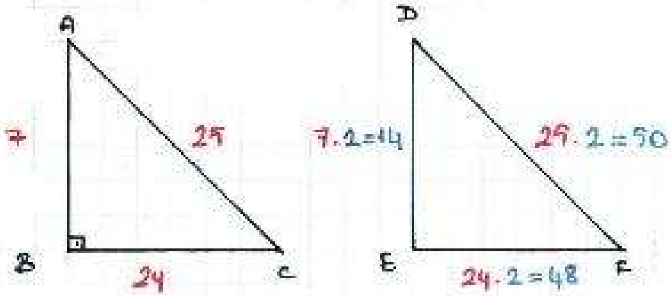
8 - 15 - 17

16 - 30 - 34

24 - 45 - 51

⋮

* 7 - 24 - 25 ve Katları :



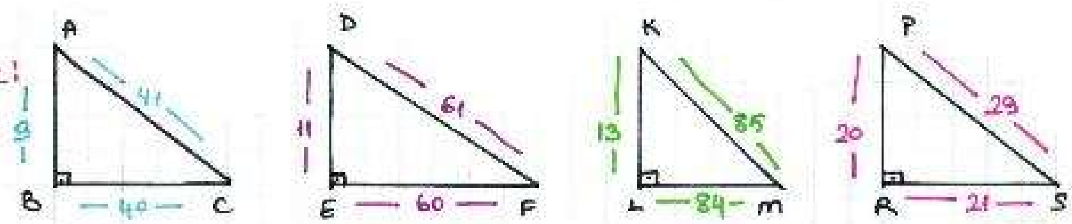
7 - 24 - 25

14 - 48 - 50

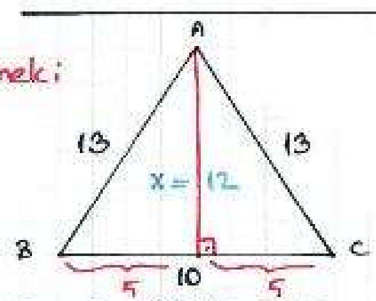
21 - 72 - 75

⋮

Örnek:



Örnek:

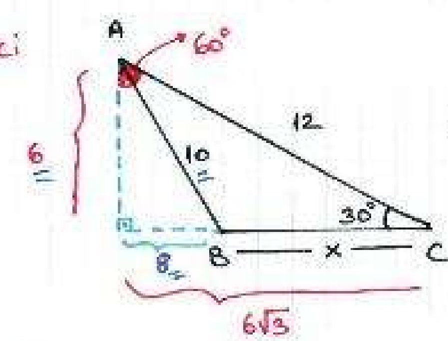


A köşesinden BC kenarına indirilen yükseklik kaçtır?

5-12-13 üçgeni oluştu.

D - A - K - İ var!

Örnek:

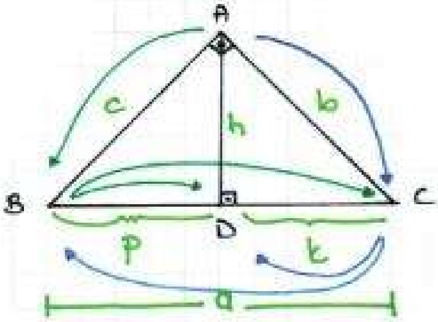


x = ?

$x = 6\sqrt{3} - 8$

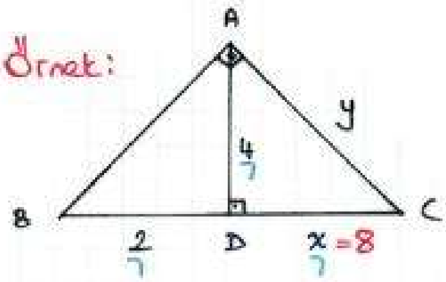
Dışarıdan çekilen dikme ile 30-60-90 üçgeni oluştu!

~ÖKLİD BAĞINTILARI~ (Dikten dik indirme)



- $h^2 = p \cdot k$
- $b^2 = k \cdot (p+k) = k \cdot a$
- $c^2 = p \cdot (p+k) = p \cdot a$
- $a \cdot h = b \cdot c$
- $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

Örnek:



$x = ?$ $y = ?$

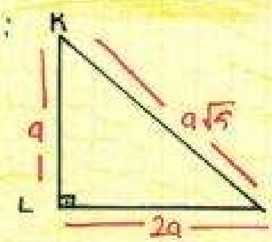
$h^2 = p \cdot k \longrightarrow 4^2 = 2 \cdot x$

$16 = 2x$ $x = 8$

$\overset{\triangle}{ADC}$ için; $y^2 = 4^2 + 8^2$

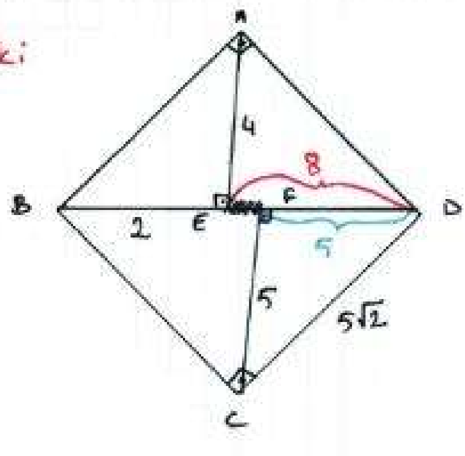
$y = 4\sqrt{5}$

NOT:



$a - 2a - a\sqrt{5}$

Örnek:



$|EF| = x = ?$ "3"

$4^2 = 2 \cdot |ED|$

$16 = 2 \cdot \underbrace{|ED|}_{8}$

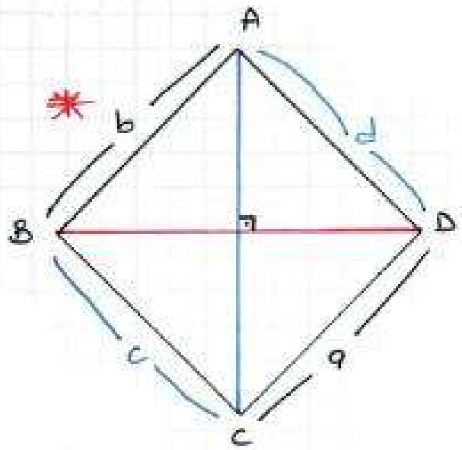
$\overset{\triangle}{FCD}$ için;

$5 - 5 - 5\sqrt{2}$

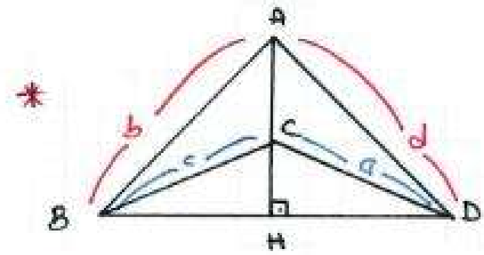
$(45° - 45° - 90°)$

$|ED| - |FD| = |EF|$

$8 - 5 = 3$



$$a^2+b^2=c^2+d^2$$

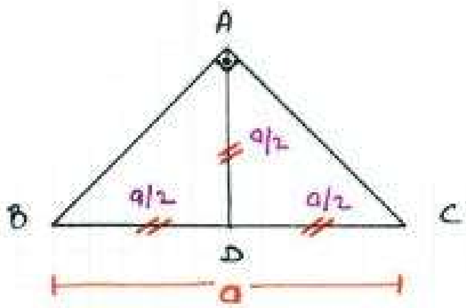


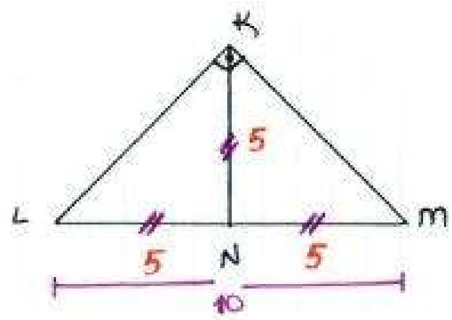
$\widehat{BCD}$ içe katlanırsa;

$$a^2+b^2=c^2+d^2$$

~MUHTEŞEM ÜÇLÜ~ (DIŞ ÜÇLÜ)

Bir dik üçgende 90°'lik açıdan indirilen kenarortay uzunluğu hipotenüsün YARISIDIR!



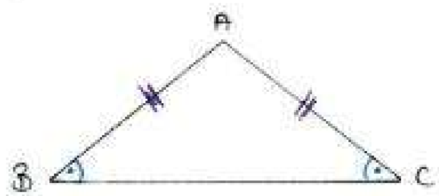


NOT: Muhteşem üçlü ile ikizkenar üçgenler oluşur.

~ İKİZKENAR ÜÇGEN ~

İki kenarı ve iki açısı eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir.

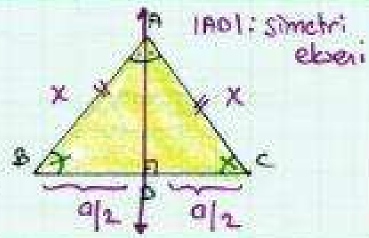
Eşit kenarlardan farklı olan kenara taban, tabanı gören açıya tepe açısı denir.

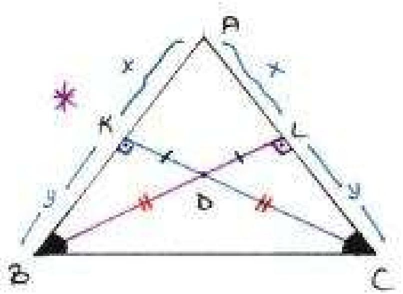


* $m(\hat{B}) = m(\hat{C})$ * $|BC|$ = taban

* $|AB| = |AC|$ * $\hat{A}$ = tepe açısı

NOT: D - A - K - İ
(D: diklik, A: açıortay, K: kenarortay, İ: ikizkenar)

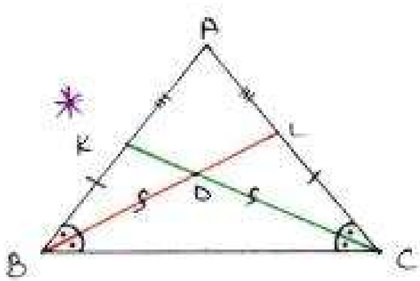




→ $m(\hat{B}) = m(\hat{C})$ $|AB| = |AC|$

→ $|CK| = |BL|$ $h_b = h_c$

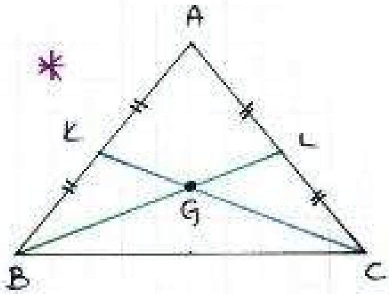
→ Eş açılardan inen yükseklikler birbirine eşittir!



→ $m(\hat{B}) = m(\hat{C})$ $|AB| = |AC|$

→ $|CK| = |BL|$ $n_b = n_c$

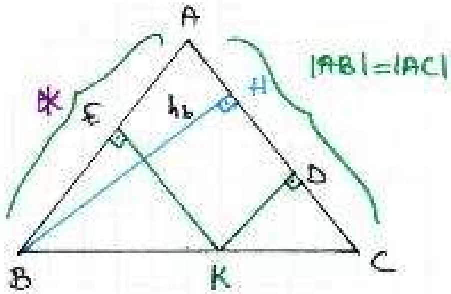
→ Eş açıların açıortay uzunlukları eşittir!



→ $m(\hat{B}) = m(\hat{C})$ $|AB| = |AC|$

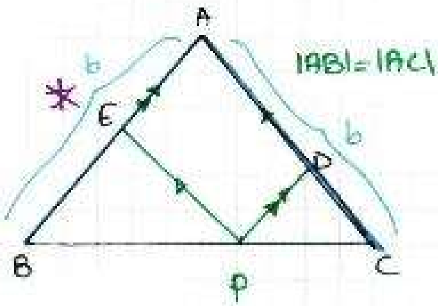
→ $|CK| = |BL|$ $V_b = V_c$

→ Eş açıların kenarortay uzunlukları eşittir!



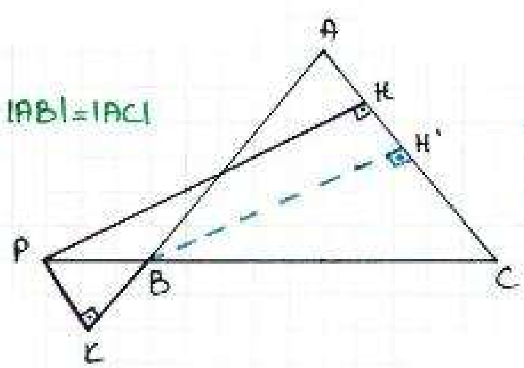
→ Taban üzerinde alınan bir M noktasından eş kenarlara inen dikmelerin toplamı eş açılardan inen yüksekliğe eşittir!

$|KE| + |KD| = h_b$



→ Taban üzerinde alınan bir P noktasından eş kenarlara çizilen parallelerin toplamı, eşit olan kenar uzunluğuna eşittir!

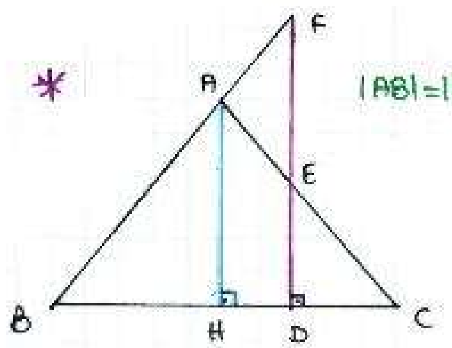
$|PD| + |PE| = b$



→ Üçgenin dışından indirilen diklerin farkı, eş açıların yüksekliklerine eşittir!

$|PH| - |PK| = |BH'|$

*

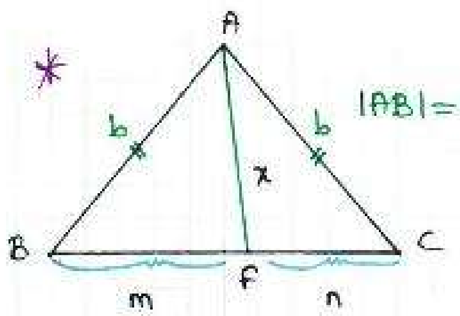


$|AB|=|AC|$

→ D tabanda alınan herhangi bir nokta ;

$$h_a = \frac{|DE|+|DF|}{2}$$

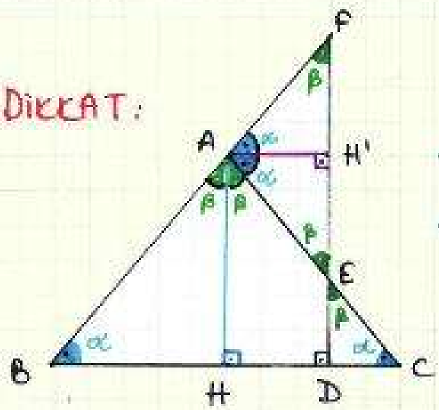
*



$|AB|=|AC|$

$$x^2 = b^2 - m.n$$

DİKKAT:

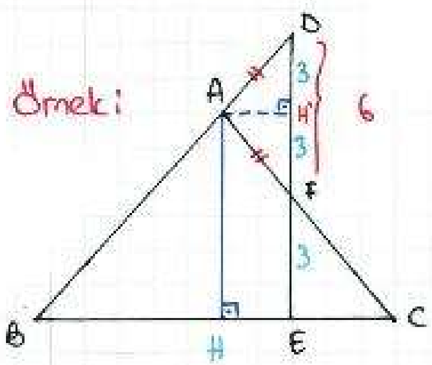


→ $(\hat{AEF})$ ikizkenar üçgendir!

→ Üçgenler arasındaki açılara dikkat!

$$|AF| = |AE|$$

Örnek:



ABC ikizkenar üçgen.

$|AB|=|AC|$ $|DF|=6$

$|EF|=3$

A'dan inen yükseklik uzunluğu nedir?

Oluşan $\hat{ADF}$ ikizkenar

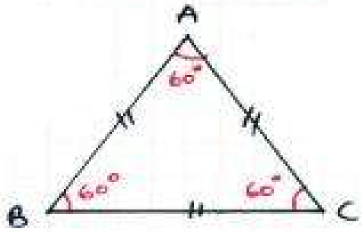
AH'EH dikdörtgen.

$|AH| = |H'E|$

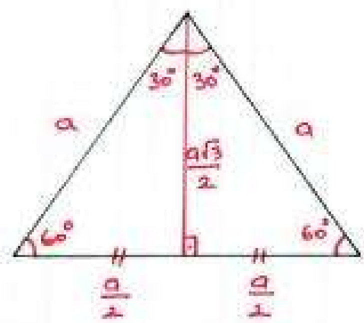
$|AH| = \frac{6}{7}$

~ EŞKENAR ÜÇGEN ~

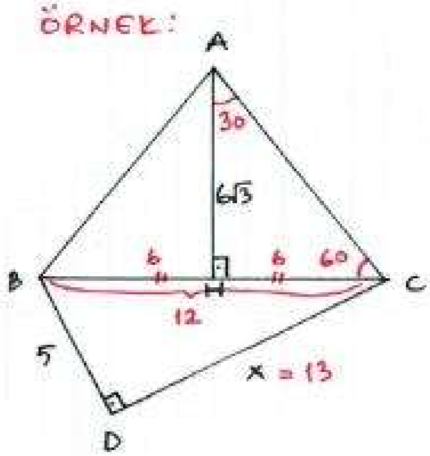
Tüm kenar uzunlukları eşit, tüm iç açıları $60°$ olan üçgene eşkenar üçgen denir.



NOT: Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgenin bütün özelliklerini taşır.



ÖRNEK:



ABC eşkenar üçgen

$|DC| = x$

$x = ?$

$60° \rightarrow 6\sqrt{3}$

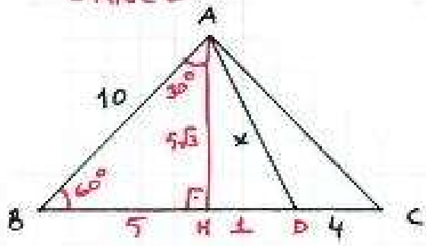
$30° \rightarrow 6$

$|BH| = |HC| = 6$

BDC üçgeni 5-12-13 üçgenidir.

$x = 13$

ÖRNEK:



ABC eşkenar üçgen

$x = ?$

$90° \to 10$
$30° \to 5$
$60° \to 5\sqrt{3}$

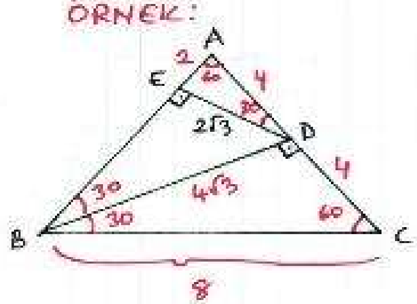
$|HD| = 1$

AHD üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa;

$(5\sqrt{3})^2 + 1^2 = x^2$

$\sqrt{76} = x$ $\quad x = 2\sqrt{19}$

ÖRNEK:



ABC eşkenar üçgen

$|ED| = 2\sqrt{3}$

Çevre$(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$|AD| = |DC| = 4$

$60° \to 2\sqrt{3}$
$90° \to 4$
$30° \to 2$

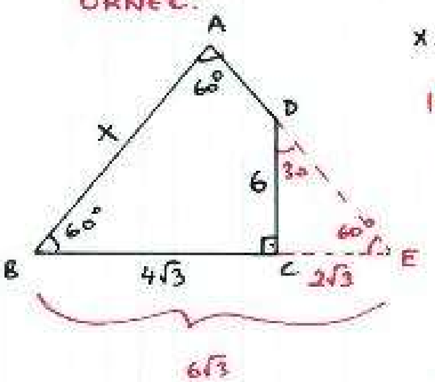
AED üçgeni $\to$

$30° \to 4$
$60° \to 4\sqrt{3}$
$90° \to 8$

BDC üçgeni $\to$ $|BC| = 8$ olduğundan

Çevre$(\overset{\triangle}{ABC}) = 24$

ÖRNEK:



$x = ?$

$|AD|$ ve $|BC|$ doğru parçaları uzatıldığında ABE eşkenar üçgen olur.

$60° \to 6$

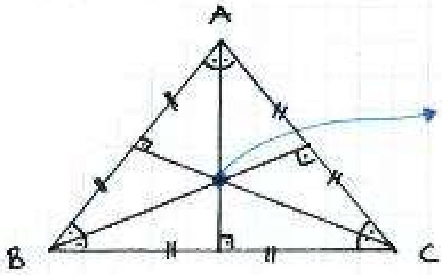
$30° \to \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

DCE üçgeni

$|BE| = 6\sqrt{3}$ olduğu için $x = 6\sqrt{3}$

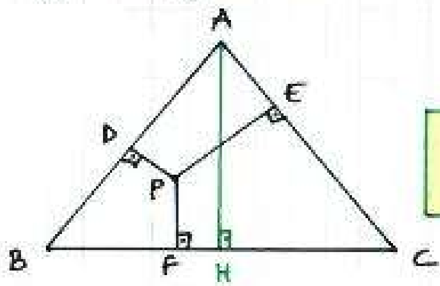
(ABE eşkenar üçgen)

→ Eşkenar üçgende bütün açıortay, kenarortay, yükseklikler aynı noktada kesişir ve hepsinin uzunlukları eşittir.



* Ağırlık Merkezi
* Diklik Merkezi
* İç teğet çemberin merkezi
* Çevrel çemberin merkezi

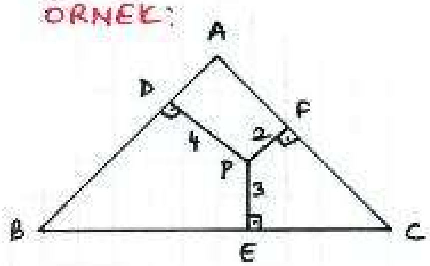
→ Eşkenar üçgenin içindeki herhangi bir noktadan kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları toplamı, eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir.



ABC eşkenar üçgen

$$\boxed{|PD| + |PE| + |PF| = |AH|}$$

ÖRNEK:

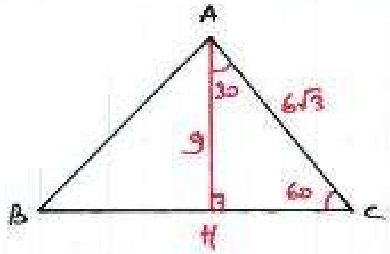


ABC eşkenar üçgen

Çevre$(\widehat{ABC}) = ?$

$|PD| + |PE| + |PF| = 2+3+4 = 9$

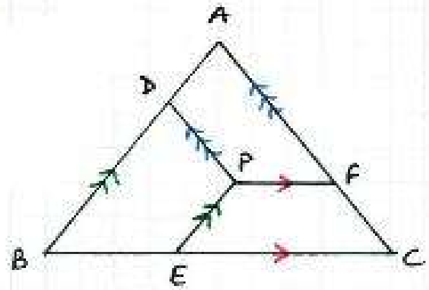
Eşkenar üçgenin yüksekliği



$$\left.\begin{array}{l} 60^\circ \rightarrow 9 \\ 30^\circ \rightarrow 3\sqrt{3} \\ 90^\circ \rightarrow 6\sqrt{3} \end{array}\right\} \text{AHC üçgeni}$$

Çevre$(\widehat{ABC}) = 18\sqrt{3}$

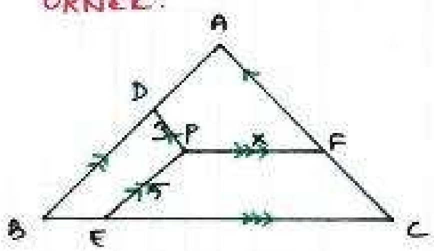
→ Eşkenar üçgenin içindeki herhangi bir noktadan kenarlara paralel çizilen uzunlukların toplamı eşkenar üçgenin bir kenarının uzunluğuna eşittir.



ABC eşkenar üçgen

$$|PD| + |PE| + |PF| = |AB| = |AC| = |BC|$$

ÖRNEK:



ABC eşkenar üçgen

Çevre $(\overset{\triangle}{ABC}) = 48$

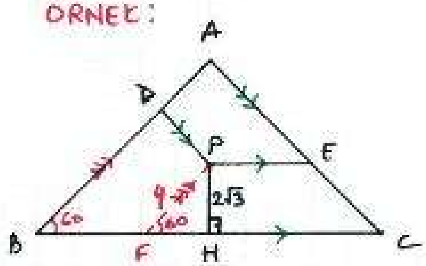
$x = ?$

Çevre 48 → $|AB| = |AC| = |BC| = 16$

$|PD| + |PE| + |PF| = 16$

$3 + 5 + x = 16$ ⟶ $x = 8$

ÖRNEK:



ABC eşkenar üçgen

Çevre $(\overset{\triangle}{ABC}) = 24$

$|PD| + |PE| = ?$

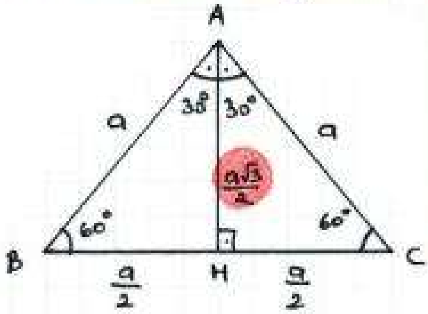
$|AB| = |AC| = |BC| = 8$

$60^\circ \to 2\sqrt{3}$, $90^\circ \to 4$ } PFH üçgeni

$|PD| + |PE| + \underbrace{|PF|}_{4} = 8$

$|PD| + |PE| = 4$

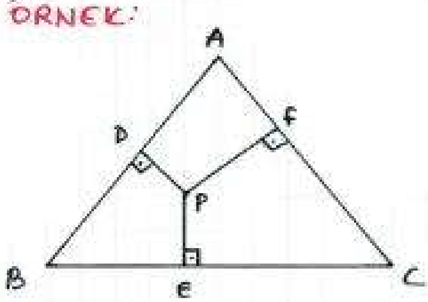
→ Eşkenar üçgenin Yüksekliği :



ABC eşkenar üçgen

$$|AH| = h_A = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

ÖRNEK:



ABC eşkenar üçgen

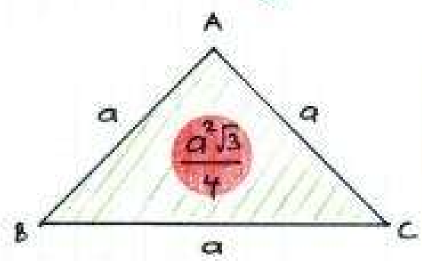
$|AB| = 14$

$|PD| + |PE| + |PF| = ?$

$|PD| + |PE| + |PF|$ üçgenin bir yüksekliğine eşittir.

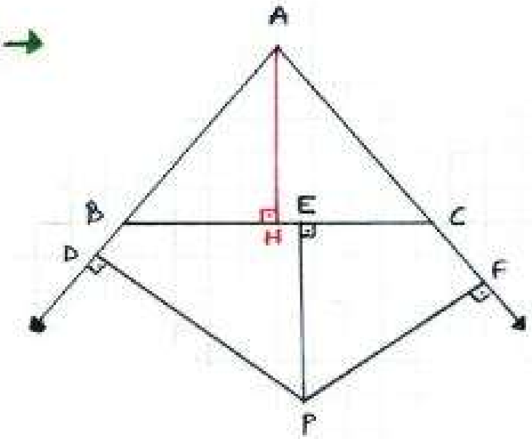
$$a = 14 \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{14\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

→ Eşkenar üçgenin Alanı :



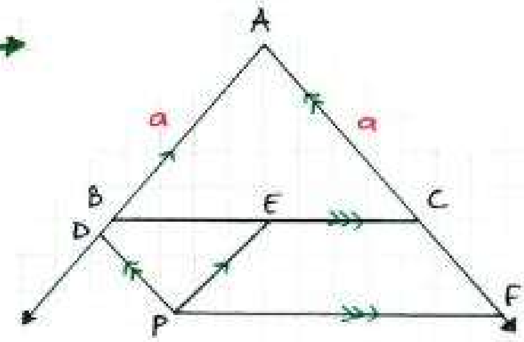
ABC eşkenar üçgen

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



ABC eşkenar üçgen

$$|PD| + |PF| - |PE| = |AH|$$



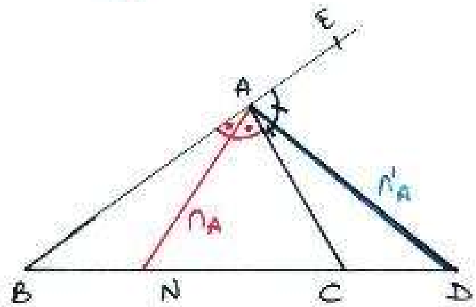
ABC eşkenar üçgen

$$|PD| + |PF| - |PE| = a$$

~ ÜÇGENDE YARDIMCI ELEMANLAR ~

Açıortay Bağıntıları:

Bir açının ölçüsünü iki eşit parçaya ayıran doğru parçasına açıortay denir.



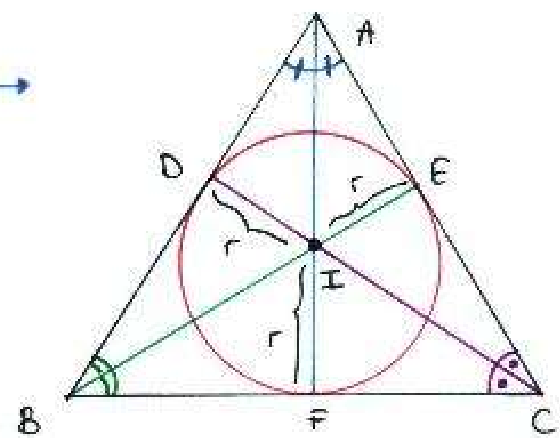
* [AN] $B\hat{A}C$ 'nın açıortayıdır.

$m(B\hat{A}N) = m(N\hat{A}C)$ (İç Açıortay)

* [AD] $C\hat{A}E$ 'nın açıortayıdır.

$m(C\hat{A}D) = m(D\hat{A}E)$ (Dış Açıortay)

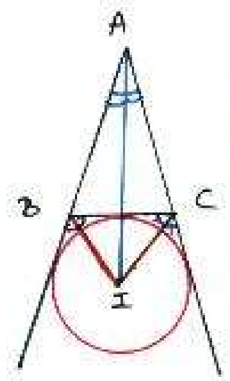
→



NOT:

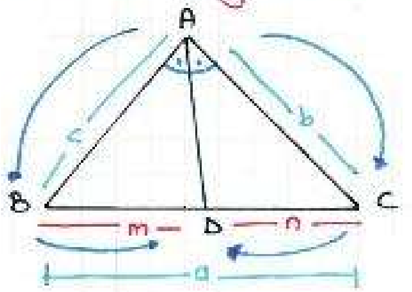
İç açıortayların kesim noktası iç teğet çemberin merkezidir!

→



* [AI] iç açıortay
* [BI] ve [CI] dış açıortay

④ İç Açıortay Teoremi: (Sağ kolum sağ bacağım - sol kolum sol bacağım)

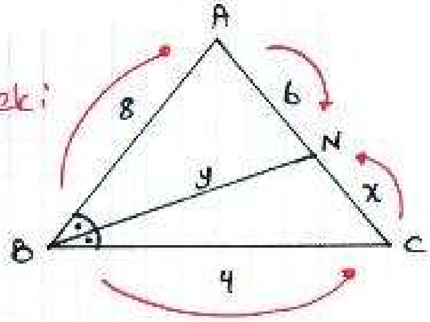


[AD] iç açıortayına göre;

$$\boxed{\frac{c}{m} = \frac{b}{n} \quad \text{yada} \quad \frac{m}{n} = \frac{c}{b}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} n_A^2 &= b.c - m.n \\ n_A &= \sqrt{b.c - m.n} \end{aligned}}$$

Örnek:



$|NC| = x = ?$ $\qquad$ $|BN| = y = ?$

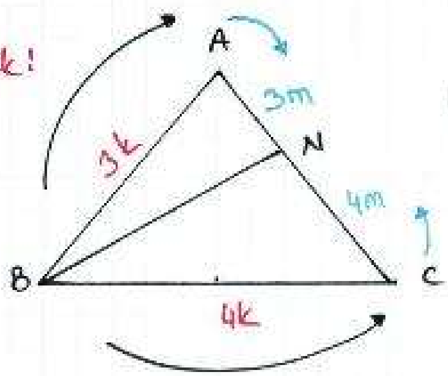
$\frac{8}{6} = \frac{4}{x}$ ½'si ½'si $\qquad x = 6 \cdot \frac{1}{2}$

$x = 3$

$|BN| = \sqrt{8.4 - 6.3}$

$= \sqrt{32 - 18}$ $\qquad |BN| = \sqrt{14} = y$

Örnek:



$4\,\overbrace{|AB|}^{3k} = 3\,\overbrace{|BC|}^{4k}$

$|AC| = 21$

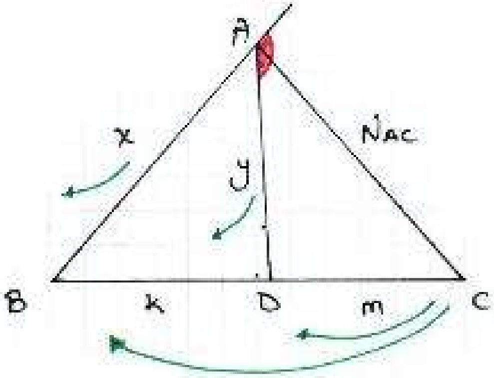
$|NC| - |AN| = ?$

$|AC| = 7m = 21$ $\qquad$ $|AN| = 3.3 = 9$

$m = 3$ $\qquad$ $|NC| = 4.3 = 12$

$|NC| - |AN| = 12 - 9 = 3$

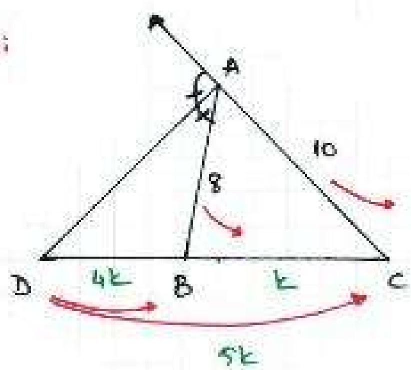
④ Dış Açıortay Teoremi:



$$\boxed{\frac{y}{x} = \frac{m}{m+k}}$$

$$\boxed{|N_{AC}|^2 = m.(m+k) - x.y}$$

Örnek:



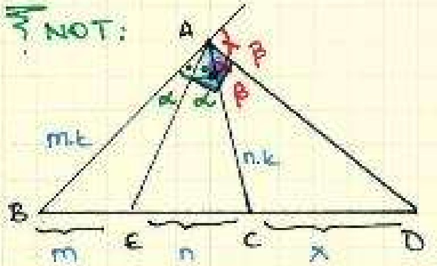
$\hat{ABC}$ için $\frac{|DB|}{|BC|} = ?$

$\frac{8}{10} = \frac{|DB|}{|DC|}$ $\quad \frac{4}{5} = \frac{\overbrace{|DB|}^{4k}}{\underbrace{|DC|}_{5k}}$

O halde;

$$\frac{|DB|}{|BC|} = \frac{4k}{k} = \frac{4}{1}$$

NOT:



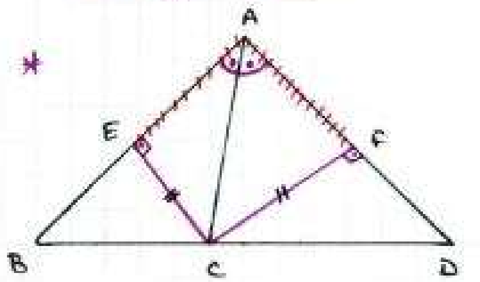
$2\alpha+2\beta=180° \longrightarrow \alpha+\beta=90°$

$m(\hat{EAD}) = 90°$

$$\frac{x}{x+m+n} = \frac{n}{m}$$

Açıortay Diklikleri

*

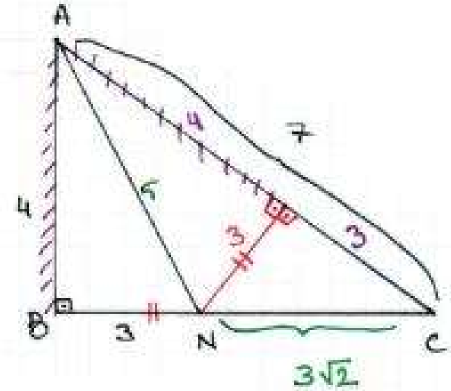


$m(B\hat{A}C) = m(C\hat{A}D)$

$|EC| = |CF|$

$|EA| = |AF|$

Örnek:



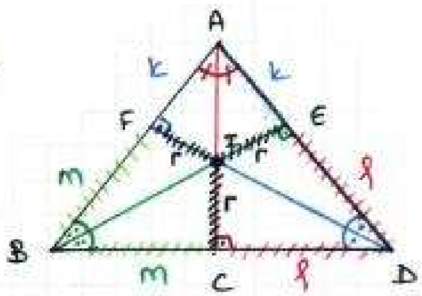
$|NC| = ?$

$|NC|^2 = 3^2 + 3^2$

$|NC|^2 = 18$

$|NC| = 3\sqrt{2}$

*

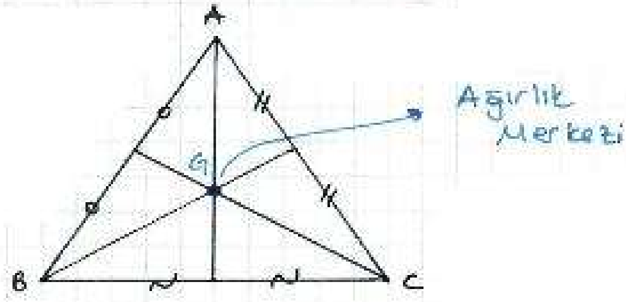


I: iç teğet çemberin merkezi

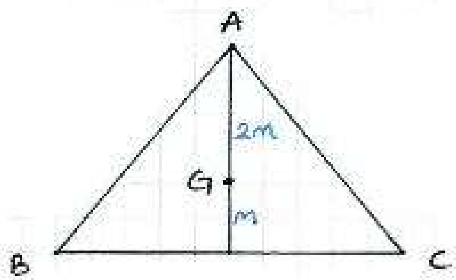
$|IC| = |IE| = |IF| = r$

~ KENARORTAY ~

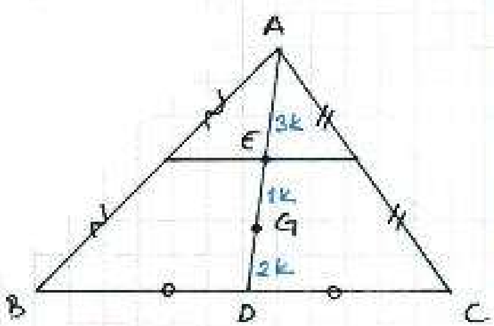
Bir üçgende tüm kenarortaylar daima bir noktada kesişir. Bu noktaya ağırlık merkezi denir.



→ Bir üçgende ağırlık merkezi kenarortayı, köşeye iki birim, kenara bir birim olacak şekilde böler.



→ 3-1-2 Kuralı :

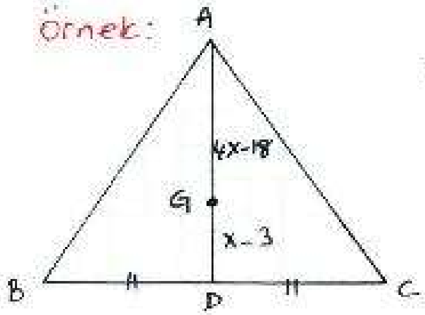


$|AE| = 3k$

$|EG| = k$

$|GD| = 2k$

Örnek:



$x = ?$

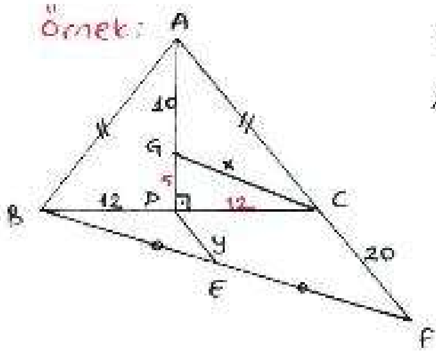
1-2 kuralı olduğu için

$2(x-3) = 4x-18$

$2x-6 = 4x-18$

$12 = 2x \rightarrow x = 6$

Örnek:



G, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

$x+y = ?$

ABC üçgeni DAKİ üçgenidir.

$|BD| = |DC| = 12$

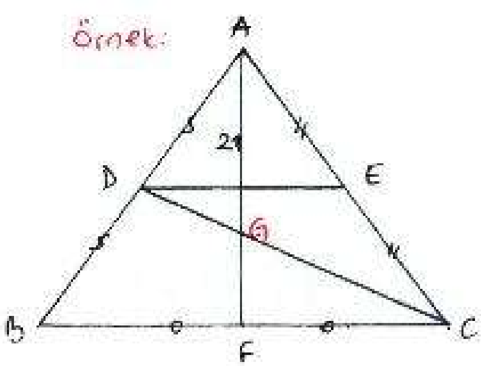
$|GD| = 5 \quad \left(\frac{|AG|}{2}\right)$

$x = 13 \quad (5-12-13)$

$y = \frac{20}{2} = 10$ (orta taban)

$x+y = 13+10 = 23$

Örnek:

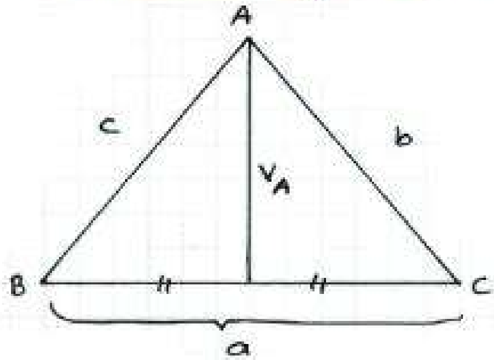


$|AF| = ?$

3-1-2 kuralı vardır.

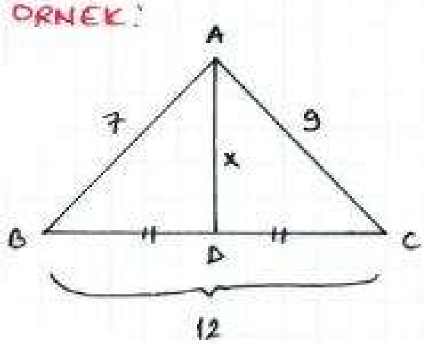
$$\left.\begin{array}{l} 3k \rightarrow 21 \\ 1k \rightarrow 7 \\ 2k \rightarrow 14 \end{array}\right\} [AF] = 21+7+14 = 42$$

→ Kenarortay Teoremi:



$$2V_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$$

ÖRNEK:



$x = ?$

Kenarortay teoreminden;

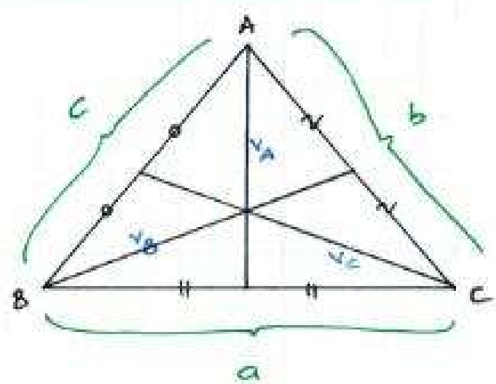
$$2x^2 = 9^2 + 7^2 - \frac{12^2}{2}$$

$$2x^2 = 81 + 49 - 72$$

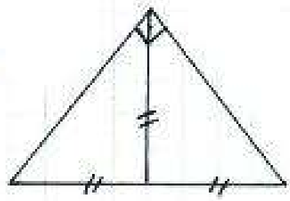
$$x^2 = 29 \rightarrow x = \sqrt{29}$$

→ Bir üçgenin tüm kenarortayları ve kenarları arasındaki bağıntı:

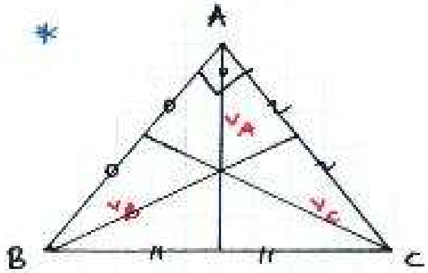
$$4\left(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2\right) = 3\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$$



→ Dik üçgende kenarortay:

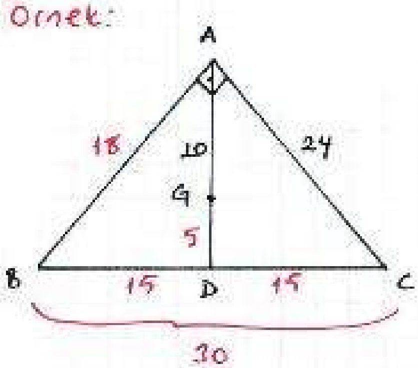
* 

MUHTEŞEM ÜÇLÜ

* 

$$\boxed{5V_a^2 = V_b^2 + V_c^2}$$

Örnek:



G, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

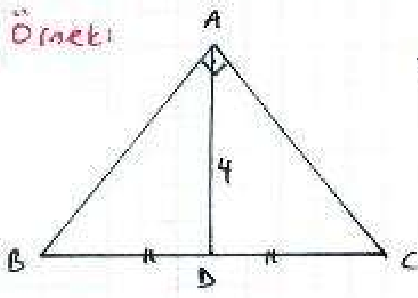
$|AB| = ?$

$|GD| = 5$

$|AD| = |BD| = |DC| = 15$

$|AB| = 18$ (18 - 24 - 30 üçgeni)

Örnek:

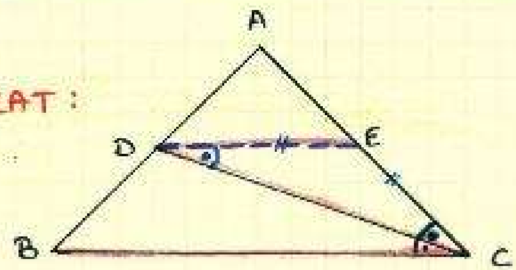


$V_B^2 + V_C^2 = ?$

$5V_A^2 = V_B^2 + V_C^2$

$5(4^2) = 80 = V_B^2 + V_C^2$

DİKKAT :



[CD] açıortay

[DE] // [BC]

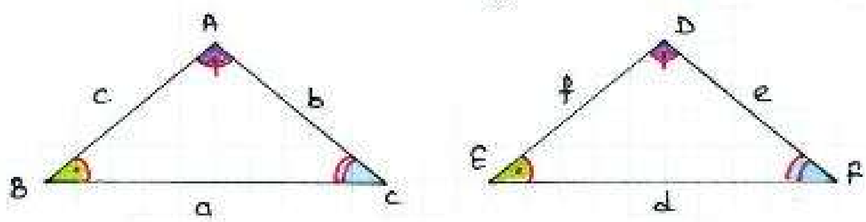
|DE| = |EC|

Z kuralından ikizkenar üçgen oluşur.

~ÜÇGENDE EŞLİK ve BENZERLİK~

Üçgenlerin Eşliği (Eşitliği)

İki üçgenin iç açılarının ölçüleri ve kenar uzunlukları birbirlerine eşitse bu iki üçgene eş üçgenler denir.



$m(\hat{A}) = m(\hat{D})$ $\quad$ $a = d$

$m(\hat{B}) = m(\hat{E})$ $\quad$ $b = e$

$m(\hat{C}) = m(\hat{F})$ $\quad$ $c = f$

$$A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$$

(ABC üçgeni EŞTİR DEF üçgeni)

~Eşlik Teoremleri~

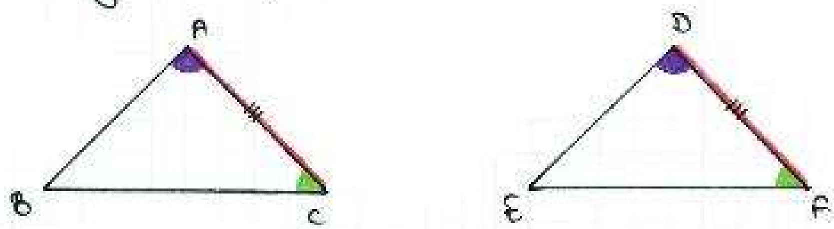
1-) Kenar-Açı-Kenar Teoremi (K.A.K.)

İki kenarı ve bu iki kenarların arasındaki açısı eşit olan üçgenler eştir!

$A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$

2-) Açı-Kenar-Açı Teoremi. (A.K.A.)

Üçgenlerin iki açısı eş ve eş açılarının ortak kenarları da eş olan üçgenler eştir!



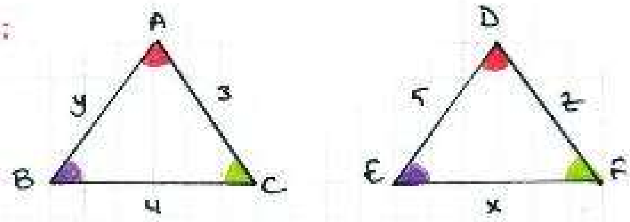
$A\hat{C}B \cong D\hat{F}E$

3-) Kenar-Kenar-Kenar Teoremi: (K.K.K.)

Üçgenlerin üç kenarı da birbirine eşse bu üçgenler eştir!

$A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$

Örnek:



$\hat{ABC} \cong \hat{DEF}$

$2x+y-z=?$

$\hat{ABC} \cong \hat{DEF}$ olduğundan;

$x \to 4$

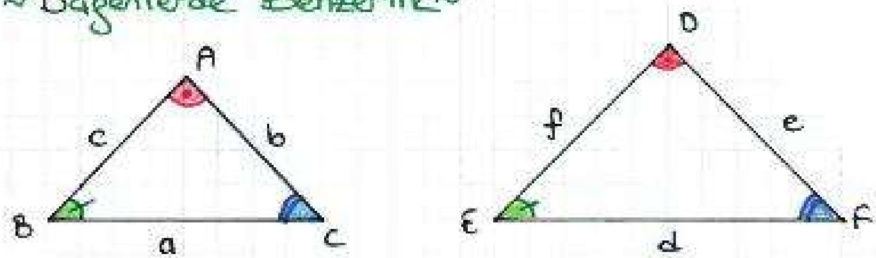
$y \to 5$

$z \to 3$

$\Rightarrow$ $2x+y-z$ için;

$2\cdot 4+5-3=10$

~Üçgenlerde Benzerlik~



$\hat{ABC}$ ve $\hat{DEF}$ gibi iki üçgende; açılar birbirine eşit, kenarlar ise birbiri ile orantılı ise bu üçgenler **benzerdir!**

Benzerlik "$\sim$" sembolü ile gösterilir.

⚠ DİKKAT: Üçgenlerin eş olan açılarına ve orantılı olan kenarlarına dikkat edilmelidir.

$\hat{ABC} \sim \hat{DEF}$

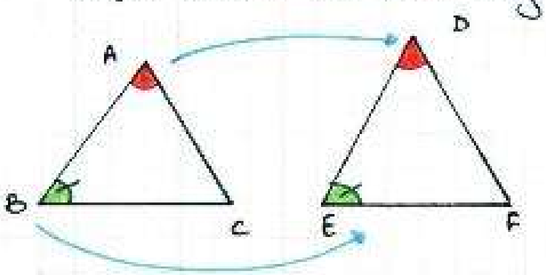
$$\frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|AB|}{|DE|} = k$$

k: benzerlik oranı

~ Benzerlik Teoremleri ~

1-) Açı - Açı Benzerlik Teoremi:

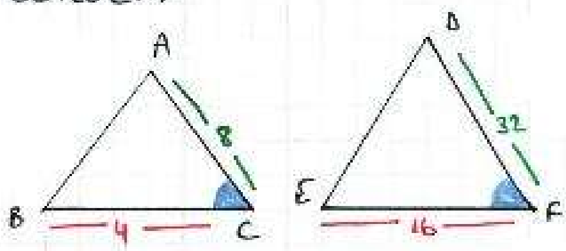
İkişer açıları eş olan üçgenler benzerdir!



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$

2-) Kenar - Açı - Kenar Benzerliği:

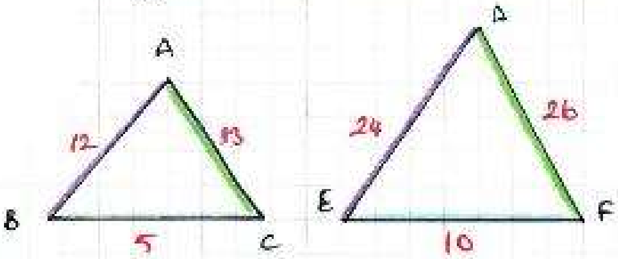
İki üçgen arasında iki kenarı orantılı ve bu iki kenar arasındaki açı eş ise, üçgenler kenar-açı-kenar durumunda benzerdir!



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$

3-) Kenar - Kenar - Kenar Benzerliği:

Üçgenin tüm kenarları orantılı ise bu iki üçgen benzerdir!



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$

* Kenarlar arasındaki benzerlik oranı açıortay, kenarortay ve yükseklikler oranına da eşittir!

$$\rightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \ / \rightarrow \frac{h_a}{h_d} = \frac{h_b}{h_e} = \frac{h_c}{h_f} \ / \rightarrow \frac{V_a}{V_d} = \frac{V_b}{V_e} = \frac{V_c}{V_f}$$

$$\rightarrow \frac{n_a}{n_d} = \frac{n_b}{n_e} = \frac{n_c}{n_f}$$

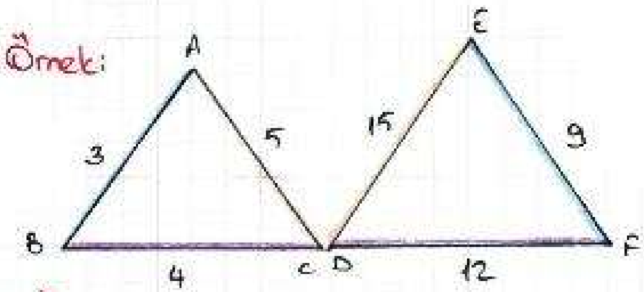
* Üçgenlerin çevrelerinin oranı da benzerlik oranına eşittir!

$$\frac{G(\overset{\triangle}{ABC})}{G(\overset{\triangle}{DEF})} = k = \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

* Üçgenlerin alanlarının oranı, benzerlik oranının karesine eşittir!

⚠ DİKKAT: $\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = k^2$

Örnek:



$\overset{\triangle}{ACB} \sim \overset{\triangle}{EDF}$

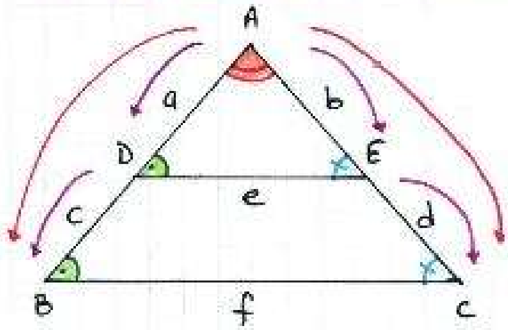
$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = ?$$

Açılara dikkat

$$\frac{4}{12} = \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = k = \frac{1}{3}$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = k^2 \xrightarrow{\text{O halde;}} \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

* Temel Benzerlik Teoremi *

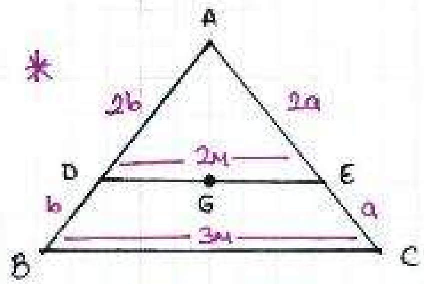


[DE] // [BC]

$\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$

$$\boxed{\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad / \quad \frac{a}{a+c} = \frac{b}{b+d} = \frac{e}{f}}$$

*

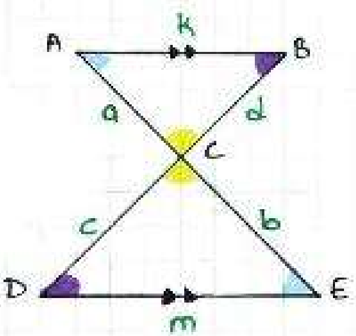


$$\frac{2b}{b} = \frac{2a}{a} = \frac{2}{1}$$

[DE] // [BC]

[DE] paraleli ağırlık merkezi üzerinden çizilmişse; 2'ye 1'lik orantı söz konusudur.

* Kelebek :



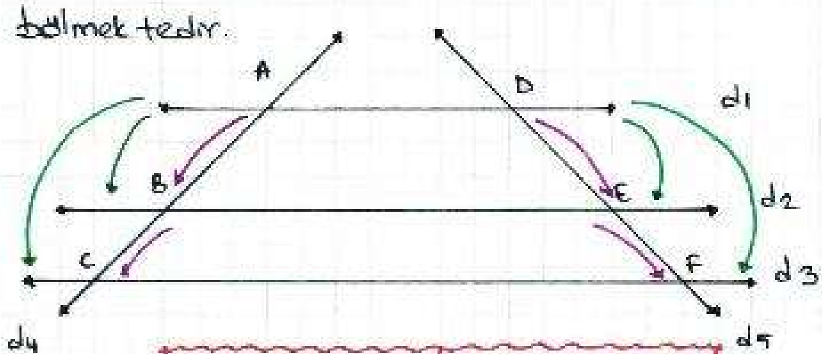
$(\overset{\triangle}{ABC}) \sim (\overset{\triangle}{EDC})$

$$\boxed{\frac{d}{c} = \frac{a}{b} = \frac{k}{m}}$$

NOT: Oranlama yapılırken üçgenlerin sıralamasına dikkat edilmelidir. Sıralama değiştirilmemelidir !

THALES Teoremi

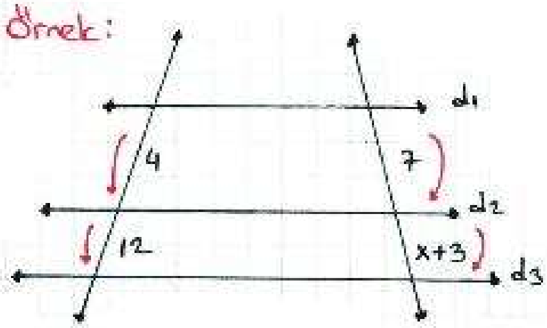
Paralel doğrular kendilerini kesen doğruları aynı oranda bölmektedir.



$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$

$$\boxed{\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|} \qquad \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|DF|}}$$

Örnek:



$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$

$x = ?$

* Thales teoreminden;

$$\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{7}{x+3} \qquad \frac{1}{3} = \frac{7}{x+3}$$

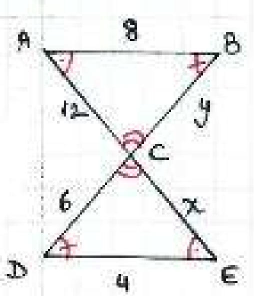
7katı

7katı

$21 = x+3 \qquad x = 21-3$

$x = 18$

Örnek:



$[AB] \parallel [DE]$

$x+y = ?$

$$\frac{12}{x} = \frac{y}{6} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{4}} = 2 = k$$

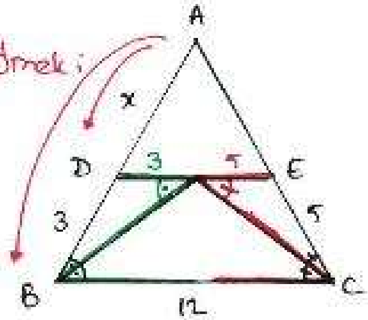
$$\frac{12}{x} = 2 \qquad \frac{y}{6} = 2$$

$x = 6 \qquad y = 12$

$x+y = 12+6$

$= 18$

Örnek:



[DE] // [BC]

|AD| = x = ?

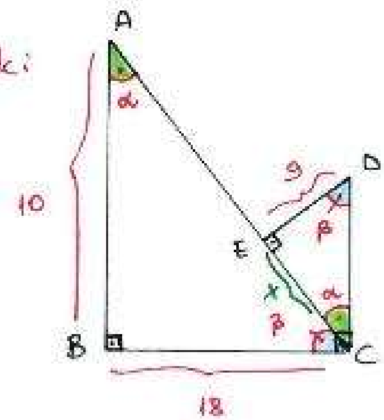
* "Z" kuralı ile açıortayların oluşturduğu ikizkenar üçgenler |DE| uzunluğunu verdi.

|DE| = 8 |BC| = 12

$$\frac{x}{x+3} = \frac{8^{:4}}{12_{:4}} \frac{2}{3} \longrightarrow \frac{x}{x+3} \times \frac{2}{3} \longrightarrow 3x = 2x+6$$

$$x = 6$$

Örnek:



[AB] ⊥ [BC] |AB| = 10 |BC| = 18

[DC] ⊥ [BC] |DE| = 9

[DE] ⊥ [AC] |EC| = x = ?

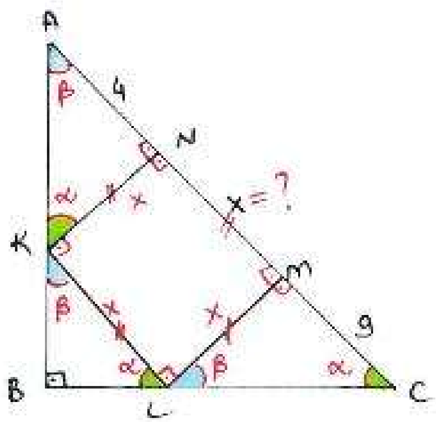
→ $\alpha + \beta = 90^\circ$

→ $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CED}$

$$\frac{18}{9} = \frac{10}{x} = \frac{2}{1}$$

$$x = 5$$

Örnek:



KLMN kare.

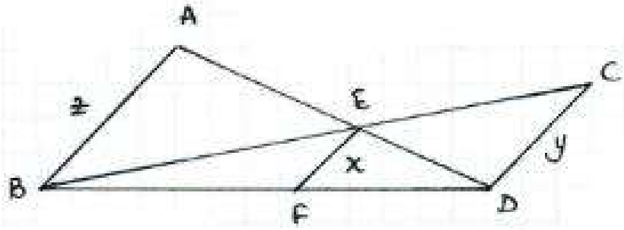
Karenin bir kenar uzunluğu ?

→ $\overset{\triangle}{AKN} \sim \overset{\triangle}{LCM}$ $(\alpha + \beta = 90^\circ)$

→ $\frac{4}{x} \times \frac{x}{9}$

$x^2 = 36$ $x = 6$

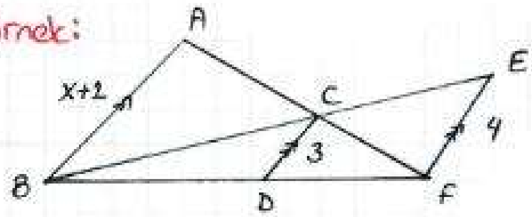
***



[AB] // [EF] // [CD]

$$\boxed{\frac{1}{x}=\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$$

Örnek:



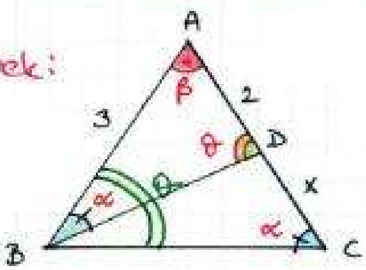
$x=?$

$\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{x+2} \longrightarrow \frac{1}{x+2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

$x+2=12 \longleftarrow \frac{1}{x+2}=\frac{1}{12}$

$x=10$ //

Örnek:



$m(A\hat{B}D)=m(\hat{C})$

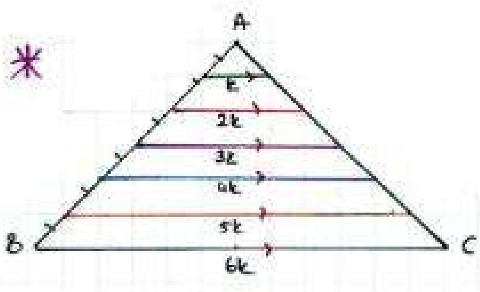
$x=?$

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{ACB}$

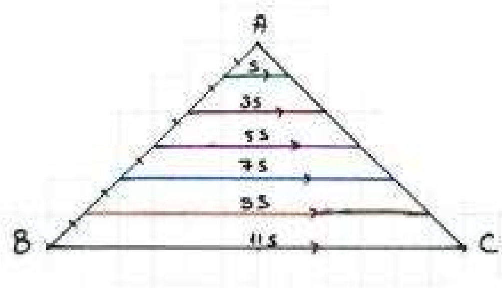
$\frac{3}{2+x} \times \frac{2}{3}$ $\quad 9=4+2x$

$5=2x \quad x=5/2$ //

*

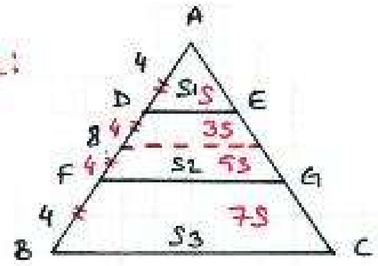


Kenarlar Oranı



Alanlar Oranı

Örnek:



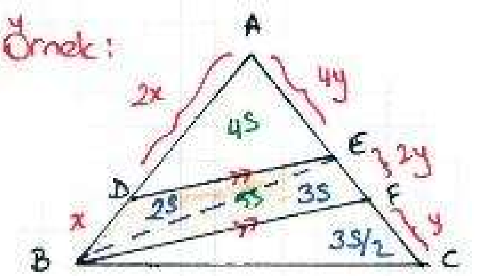
$$\frac{S_1+S_3}{S_2} = ?$$

→ [DF] ve [EG]'nin orta noktalarından tabana paralel çizilir.

$S_1 = S$ / $S_2 = 3S + 5S = 8S$ / $S_3 = 7S$

$$\frac{S+7S}{8S} = \frac{8S}{8S} = 1$$

Örnek:



[DE] // [BF]

$|AD| = 2|DB|$

$|EF| = 2|FC|$

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 42 cm^2$

$A(BDEF) = ?$

$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EF|}$; $|EF| \to 2y$

$\frac{2x}{x} = \frac{?}{2y}$ → $|AE| \to 4y$

→ Benzerlik Oranı; $\overset{\triangle}{ADE}$ ve $\overset{\triangle}{ABF}$ için; $\frac{2x}{3x} \to \frac{2}{3}$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ABF})} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

→ DEBF dörtgeni parçalandığında;

$|EF| = 2y$ → 3S'lik alan düşerse

$|FC| = y$ → $\frac{3S}{2}$'lik alan düşer.

→ Tüm Alan $= 9S + \frac{3S}{2}$

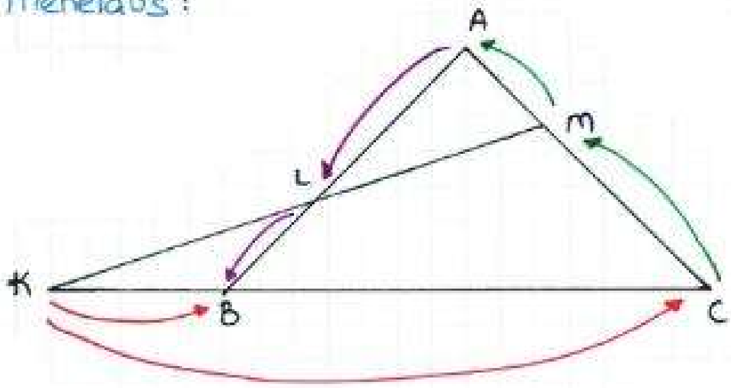
$= \frac{21S}{2} = 42$

$= S = 4$'tür.

$A(BDEF) = 5S \to 5.4 = 20$

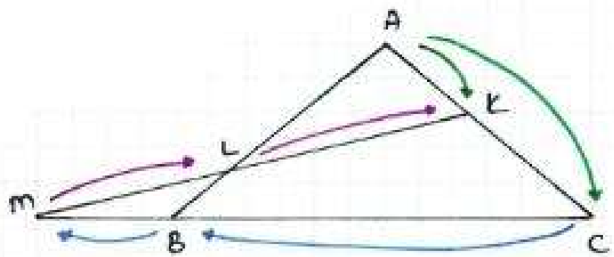
~ÖZEL TEOREMLER~

1-) Menelaus :



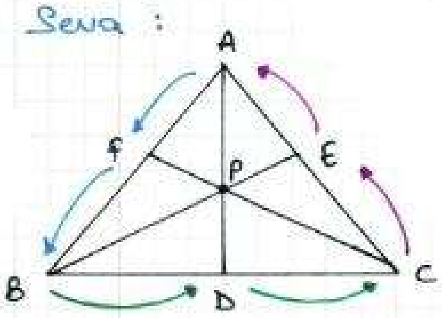
$$\frac{|KB|}{|KC|} \cdot \frac{|CM|}{|MA|} \cdot \frac{|AL|}{|LB|} = 1$$

*



$$\frac{|AK|}{|AC|} \cdot \frac{|CB|}{|BM|} \cdot \frac{|ML|}{|LK|} = 1$$

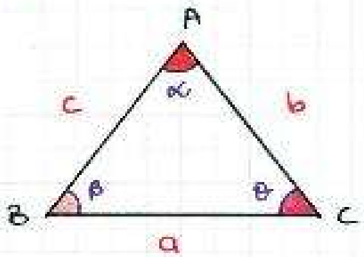
2-) Seva :



$$\frac{|BD|}{|DC|} \cdot \frac{|EC|}{|EA|} \cdot \frac{|AF|}{|FB|} = 1$$

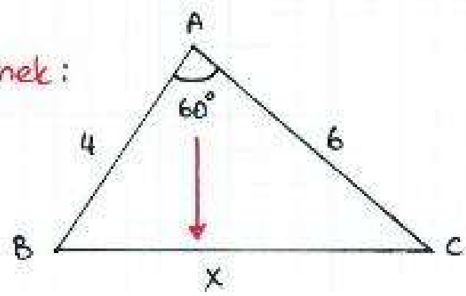
***

~ COSINUS TEOREMI ~



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\hat{A}$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\hat{B}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\hat{C}$$

Örnek:

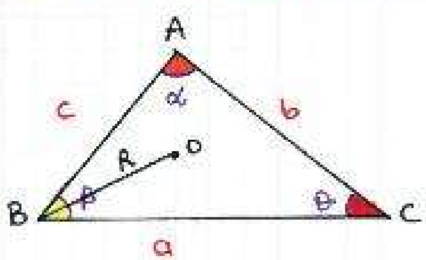


$x = ?$

$$x^2 = 4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 60^\circ$$
$$x^2 = 16 + 36 - 48\cos 60^\circ$$
$$x^2 = 52 - 48.1/2$$
$$x^2 = 28 \qquad x = 2\sqrt{7}$$

***

~ SINUS TEOREMI ~

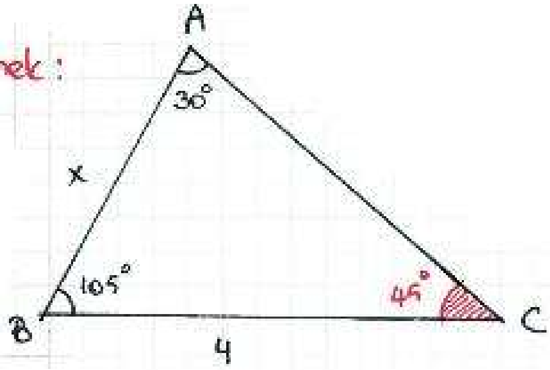


$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}}$$

R: Çevrel çemberin yarıçapı

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$$

Örnek:



$x = ?$

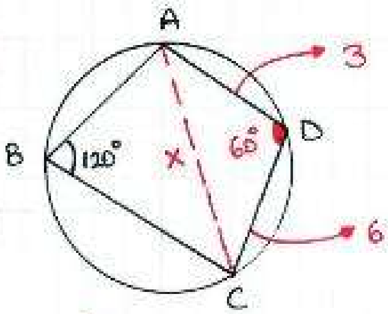
$$\frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{4}{1/2} = \frac{x}{\sqrt{2}/2}$$

$$8 \cdot \sqrt{2}/2 = x$$

$$x = 4\sqrt{2}$$

Örnek:

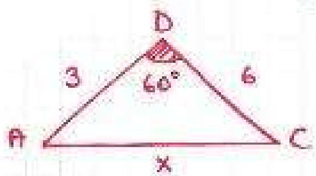


ABCD kirişler dörtgeni.

$m(A\hat{B}C) = 120^\circ$

$|AD| = 3 \quad |DC| = 6$

ise $|AC| = ?$

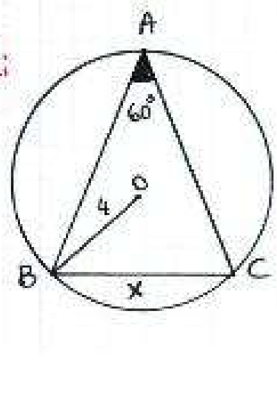


$$x^2 = 3^2 + 6^2 - 2.3.6.\cos 60^\circ$$

$$x^2 = 9 + 36 - \cancel{2}.3.6 \cdot 1/\cancel{2}$$

$$x^2 = 45 - 18 \quad x^2 = 27 \quad x = 3\sqrt{3}$$

Örnek:



O: çevrel çemberin merkezi.

$R = 4 \quad m(\hat{A}) = 60^\circ \quad x = ?$

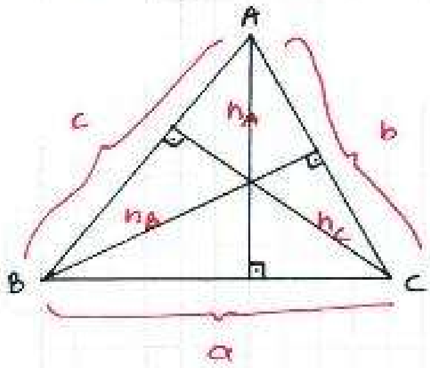
$$\frac{x}{\sin 60^\circ} = 2R \longrightarrow \frac{x}{\sin 60^\circ} = 2 \cdot 4$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}/2} = 8 \qquad x = 8 \cdot \sqrt{3}/2$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

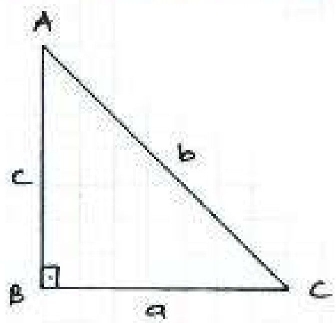
~ ÜÇGENDE ALAN ~

1) DAR AÇILI ÜÇGENDE ALAN:



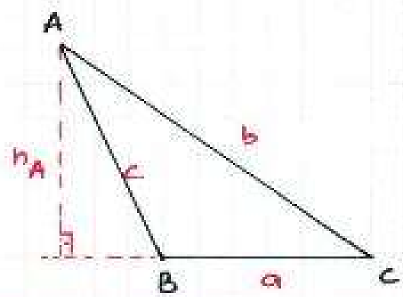
$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot h_A}{2} = \frac{b \cdot h_B}{2} = \frac{c \cdot h_C}{2}$$

2) DİK AÇILI ÜÇGENDE ALAN:



$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot c}{2}$$

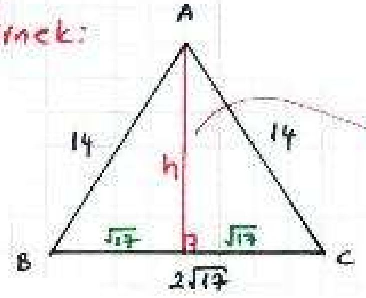
3) GENİŞ AÇILI ÜÇGENDE ALAN:



$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot h_A}{2}$$

⚠ DİKKAT: Geniş açılı bir üçgende yükseklik üçgenin dış bölgesindedir.

Örnek:



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

ABC üçgeni DAKi üçgeni olur.

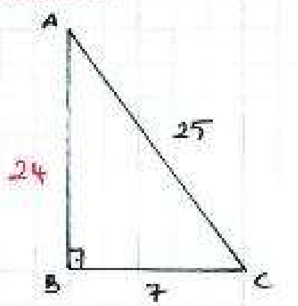
$h^2 + (\sqrt{17})^2 = 14^2$

$h^2 + 17 = 196$

$h^2 = 179 \rightarrow h = \sqrt{179}$

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{2\sqrt{17} \cdot \sqrt{179}}{2}$ $\left(\dfrac{\text{Taban} \times \text{Yükseklik}}{2} \right)$

Örnek:

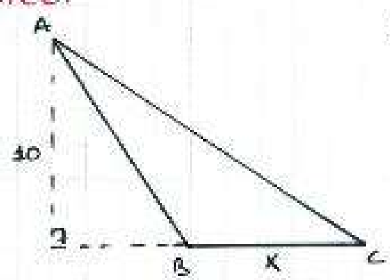


$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$|AB| = 24$ (7k - 24k - 25k üçgeni)

Dik üçgenin alanı: $\dfrac{7 \cdot 24}{2} = 84$

Örnek:



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 80$

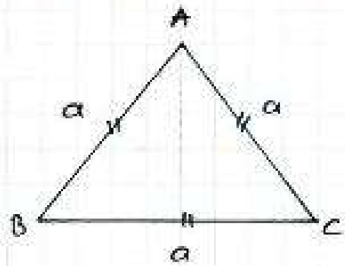
$x = ?$

ABC geniş açılı üçgendir.

$\dfrac{10 \cdot x}{2} = 80$

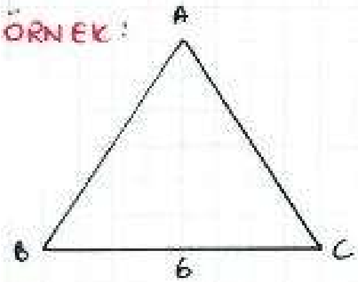
$x = 16$

4) EŞKENAR ÜÇGENDE ALAN:



$$\boxed{A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$$

ÖRNEK:



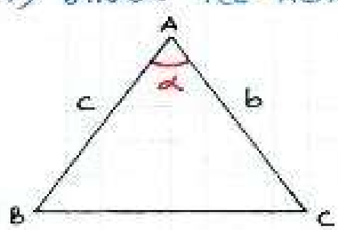
ABC eşkenar üçgen

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

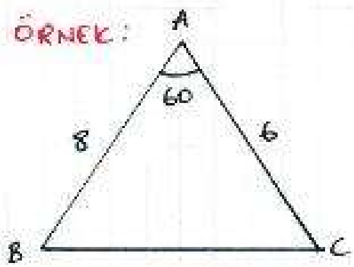
---

5) SİNÜS İLE ALAN:



$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2}$$

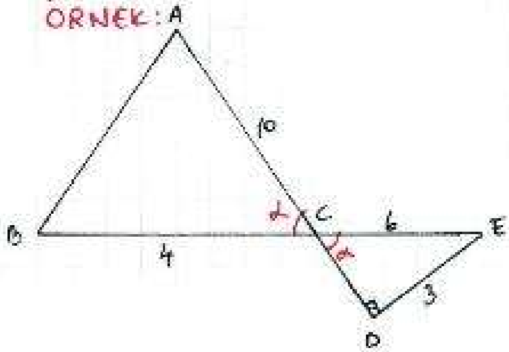
ÖRNEK:



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{6 \cdot 8 \cdot \sin 60}{2} = \frac{48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 12\sqrt{3}$$

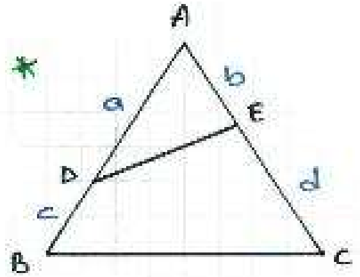
ÖRNEK:



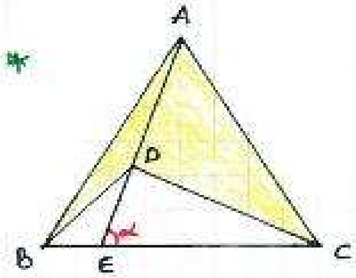
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$\sin\alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Karşı bölü hipotenüs)

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 10$$

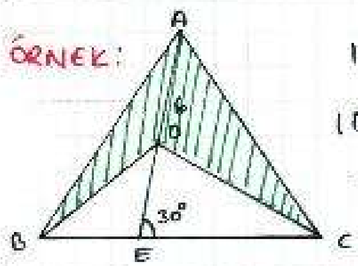


$$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \frac{a \cdot b}{(a+c)(b+d)}$$



$$A(ABCD) = \frac{|BC| \cdot |AD| \cdot \sin\alpha}{2}$$

ÖRNEK:



$|AD| = 6$

$|BC| = 14$

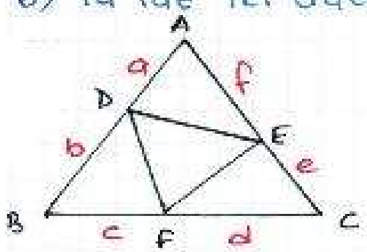
Taralı Alan?

$$A(ABCD) = \frac{14 \cdot 6 \cdot \sin 30}{2}$$

$$= 21$$

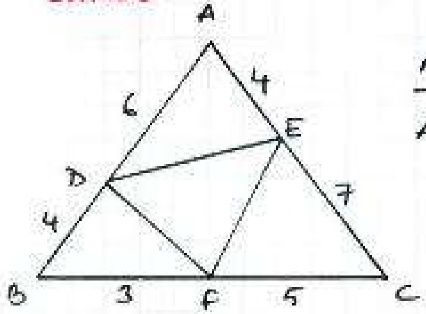
---

6) İÇ İÇE İKİ ÜÇGENİN ALANLARI ORANI:



$$\frac{A(\overset{\triangle}{DEF})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \frac{a \cdot c \cdot e + b \cdot d \cdot f}{(a+b)(c+d)(e+f)}$$

ÖRNEK:

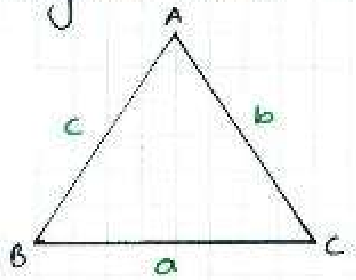


$$\frac{A(\overset{\triangle}{DEF})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = ?$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{DEF})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 7 + 4 \cdot 5 \cdot 4}{10 \cdot 8 \cdot 11} = \frac{206}{880} = \frac{103}{440}$$

7) HERON: (u KURALI)

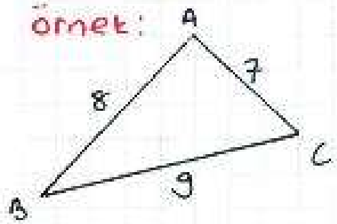
Bir üçgenin üç kenarının da uzunluğu biliniyorsa bu üçgenin alanı "u kuralı" ile hesaplanır.



$u = \frac{a+b+c}{2}$ (Çevrenin yarısı)

$$\boxed{A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}}$$

Örnek:



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$u = \frac{7+8+9}{2} = 12$

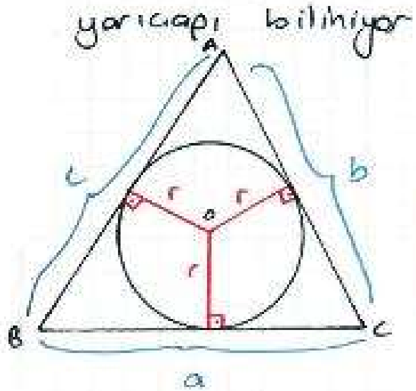
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{12 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3}$

$= 12\sqrt{5}$

---

8) İÇ TEĞET ÇEMBER VE ALAN:

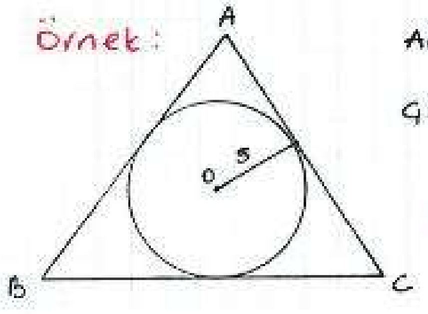
ABC üçgeninin çevresi ve iç teğet çemberinin yarıçapı biliniyor ise;



$u = \frac{a+b+c}{2}$

$$\boxed{A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r}$$

Örnek:



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 60$

Çevre $(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

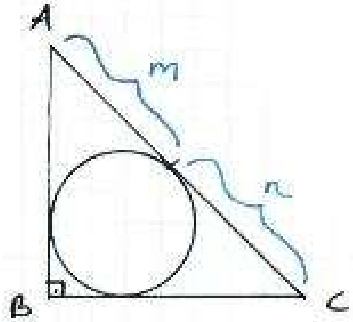
$60 = u \cdot 5$

$u = 12$

Çevre $= 24$

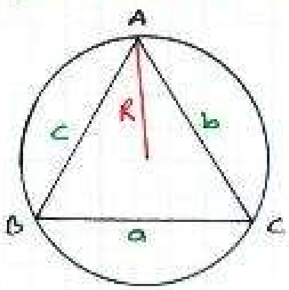
$= 24$

* Dik üçgende iç teğet çember :



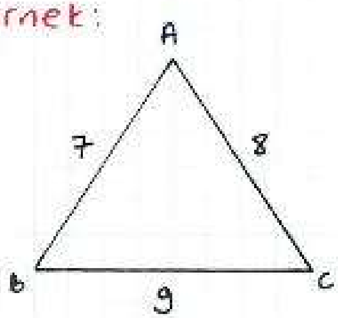
$$\boxed{A(\overset{\triangle}{ABC}) = m \cdot n}$$

9) ÇEVREL ÇEMBER VE ALAN:



$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

örnek:



ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaçtır?

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{12 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3} = 12\sqrt{5}$$

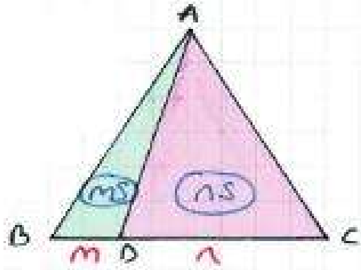
(u kuralı)

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{4R} = 12\sqrt{5}$$

$$R = \frac{21}{2\sqrt{5}}$$

10) ALAN – YÜKSEKLİK – TABAN İLİŞKİSİ :

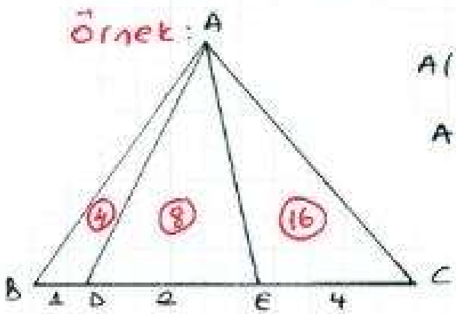
* Alan – Taban ilişkisi : (ALAN PARÇALAMA)



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABD})}{A(\overset{\triangle}{ADC})} = \frac{m}{n}$$

ABD üçgeni ile ADC üçgeninin yükseklikleri aynı olduğu için alanlarının oranı tabanlarının oranına eşittir.

Örnek:



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 28$

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = ?$

Tüm alan 28'dir ve 7 birimlik tabanı vardır.

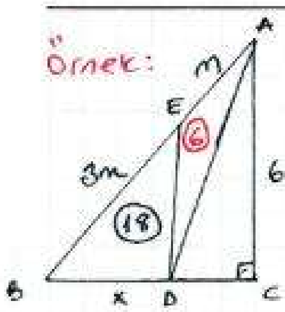
ADE üçgeninin tabanı 2 olduğu için;

$7 \to 28$

$1 \to 4$

$2 \to 8$

Örnek:



$x = ?$

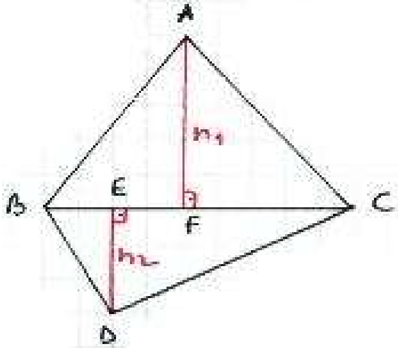
$A(\overset{\triangle}{DBE}) = 18$ ise $A(\overset{\triangle}{DEA}) = 6$

$$\left.\begin{aligned} A(\overset{\triangle}{ABD}) &= 18+6 = 24 \\ A(\overset{\triangle}{ABD}) &= \frac{6 \cdot x}{2} = 3x \end{aligned}\right\} \quad 3x = 24$$

(Geniş açılı üçgen)

$x = 8$

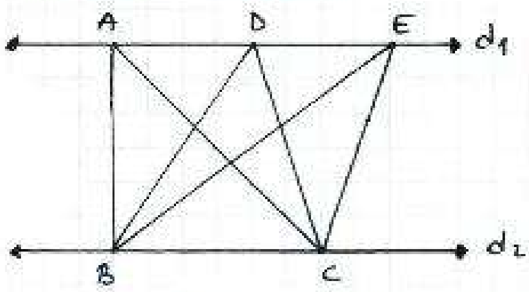
* Taban - Yükseklik ilişkisi:



Tabanları eşit olan üçgenlerin alanları oranı yüksekliklerinin oranına eşittir.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{BCD})} = \frac{h_1}{h_2}$$

ALAN KAYDIRMA:

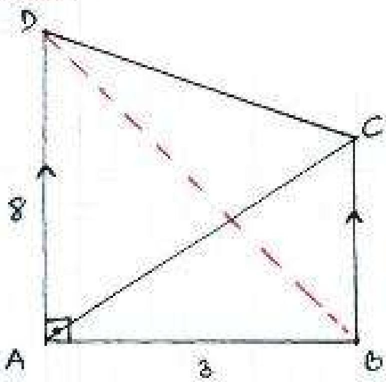


$d_1 \parallel d_2$

Yükseklik ve tabanları eşit olan üçgenlerin alanları eşittir.

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{DBC}) = A(\overset{\triangle}{EBC})$$

Örnek:

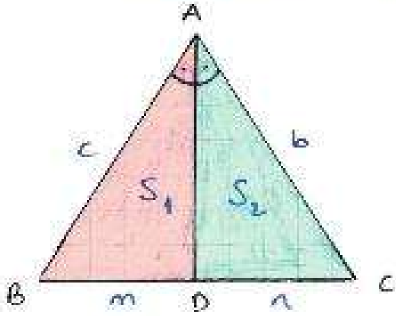


$A(\overset{\triangle}{ADC}) = ?$

[AD] // [BC] olduğundan C noktasını B noktasına taşıdığımızda oluşan ABD üçgeninin alanı ADC üçgeninin alanı ile aynıdır.

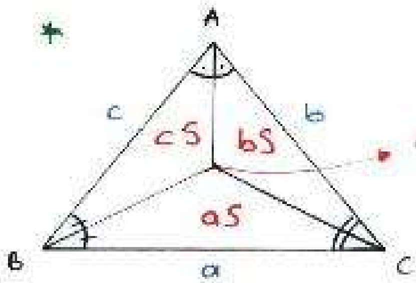
$$A(\overset{\triangle}{ADC}) = A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{3.8}{2} = 12$$

11) AÇIORTAY VE ALAN:



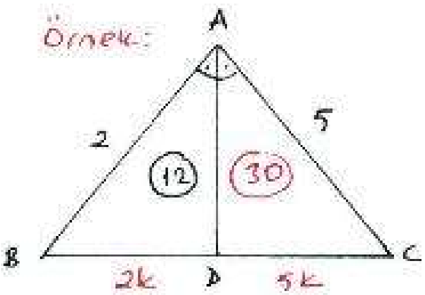
$$\boxed{\frac{S_1}{S_2} = \frac{c}{b} = \frac{m}{n}}$$

*



iç teğet çemberin merkezi

Örnek:



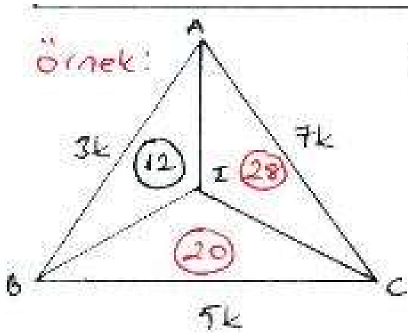
$A(\overset{\Delta}{ABC}) = ?$

$\left.\begin{array}{l} |BD| = 2k \\ |DC| = 5k \end{array}\right\}$ (|AD| açıortay olduğu için)

$\left.\begin{array}{l} 2k \rightarrow 12 \\ 5k \rightarrow 30 \end{array}\right\}$ Tabanlar oranı alanlarda vardır.

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = 12 + 30 = 42$

Örnek:

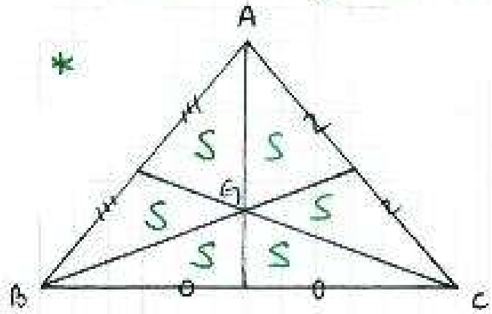


I iç teğet çemberin merkezi

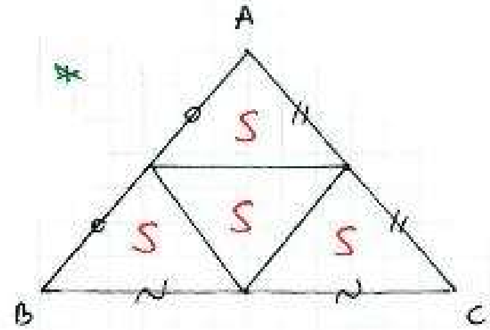
$A(\overset{\Delta}{ABC}) = ?$

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = 12 + 28 + 20 = 60$

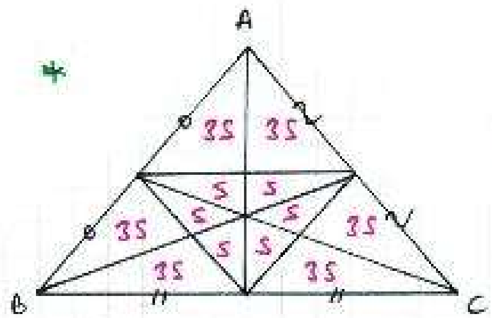
12) Kenarortay ve Alan:



Bir üçgenin kenarortayları üçgenin alanını altı eşit parçaya böler.

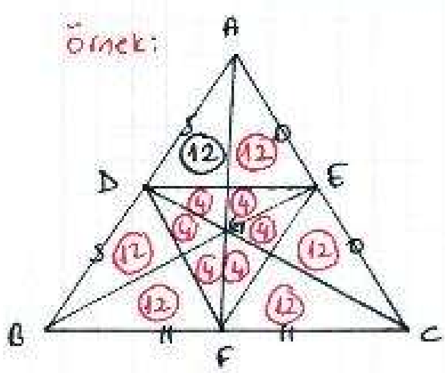


Bir üçgende kenarların orta noktaları birleştirildiğinde üçgenin alanı dört eşit parçaya bölünür.



→ Sonuç

Örnek:

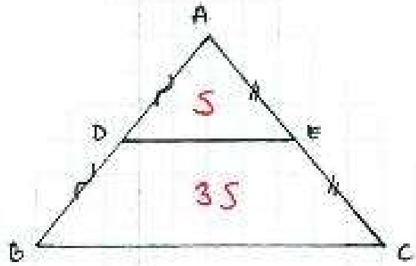


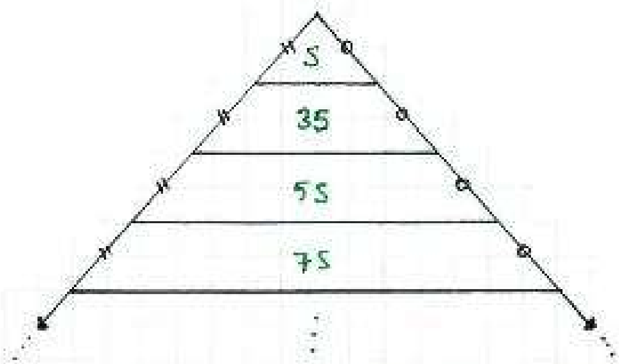
$A(\overset{\Delta}{ABC}) = ?$

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = 96$

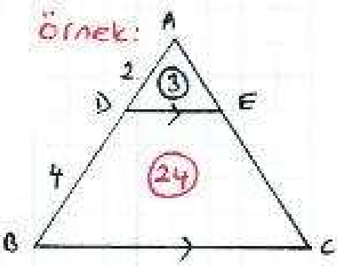
13) BENZERLİK VE ALAN:

iki üçgenin benzerlik oranının karesi alanlarının oranını verir.





Örnek:



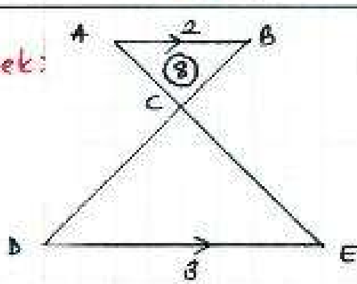
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = ?$

$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (Benzerlik oranı)

$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ (Alanların benzerlik oranı)

$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \frac{3}{x} = \frac{1}{9}$ ise $x = 27 = A(\overset{\triangle}{ABC})$

Örnek:



$A(\overset{\triangle}{DCE}) = ?$

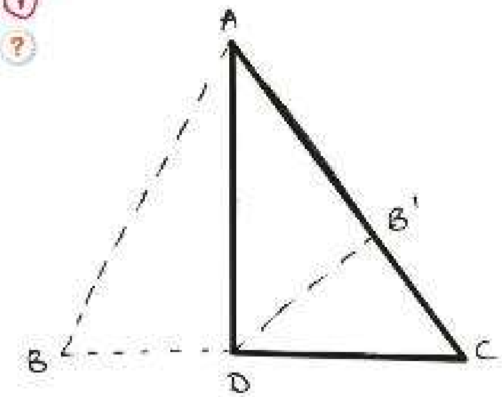
$\frac{2}{3}$ Benzerlik oranı

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DCE})}$, $\frac{4}{9} = \frac{8}{A(\overset{\triangle}{DCE})}$

$A(\overset{\triangle}{DCE}) = 18$

TEST 1

1)



Şekilde verilen üçgen biçimindeki kağıtta $2|DC| = 5|BD|$

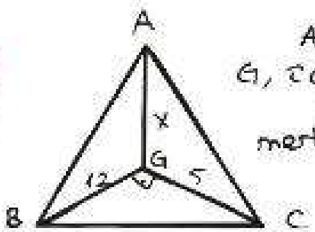
$|AB| + |AC| = 35cm$

Bu kağıt [AD] boyunca katlanarak [AB] kenarı [AC] üzerine getiriliyor.

Buna göre $|B'C| = ?$

A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 18

2)



ABC bir üçgen

G, üçgenin ağırlık merkezi

$[BG] \perp [GC]$

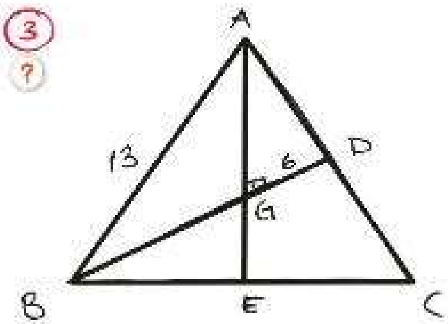
$|BG| = 8cm$

$|GC| = 5cm$

$|AG| = x$ = kaçtır?

A) 13/2 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

3)



ABC bir üçgen

G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi.

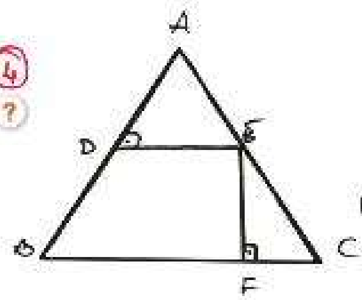
$|AB| = 10cm$

$|GD| = 6cm$

Yukarıda verilenlere göre, $|GE| =$ kaç cm'dir?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

4)



$DE \perp AB$

$EF \perp BC$

$|AB| = |BC|$

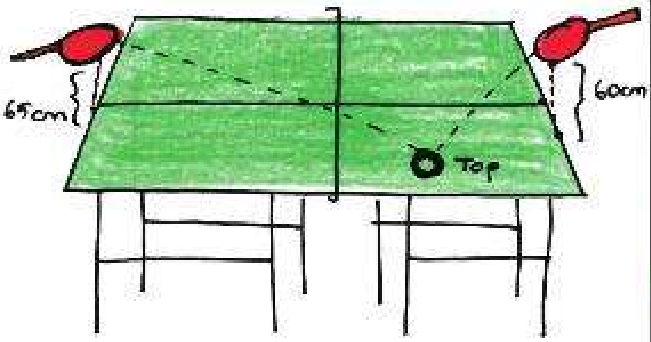
$|DE| = 3cm$

$|EF| = 5cm$ $|AC| = 4\sqrt{5}cm$ $|AB| = x = ?$

A) $4\sqrt{3}$ B) 10 C) $4\sqrt{5}$

D) $6\sqrt{2}$ E) 12

5



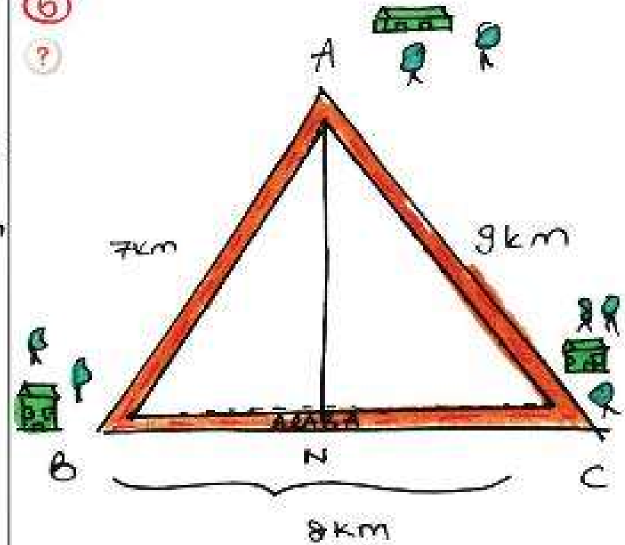
Uzunluğu 3m olan bir masatenisi oyununda raketlerden biri topa vurduğunda diğer raket topa vuruncaya kadar topun izlediği yol gösterilmiştir.

Topun izlediği yol en az kaç cm'dir?

A) 300 B) 325 C) 350

D) 375 E) 400

6



A, B, C köyleri birbirine karayolları ile bağlıdır.

AN karayolunun AB ve AC karayollarına dik uzaklıkları eşittir.

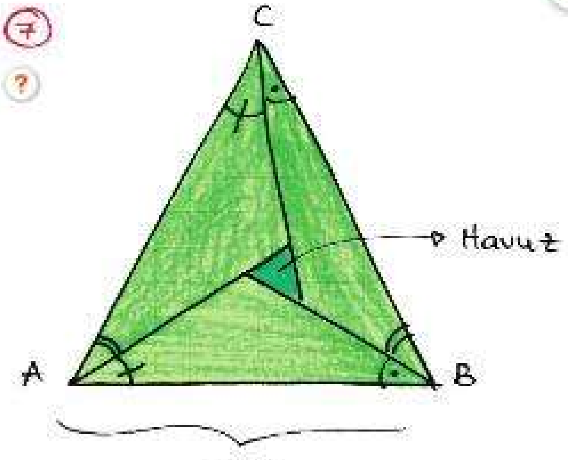
B köyünden C köyüne doğru yola çıkan bir araç N noktasında bozulmuştur.

Buna göre, araç C köyüne kaç km uzaklıkta bozulmuştur?

A) 4 B) 5 C) 4.5 D) 6.5 E) 5.5

7

?



Üçgen şeklindeki bir parkın köşelerinden çıkan yollar yine üçgen şeklindeki havuzun köşelerinde sonlanmıştır.

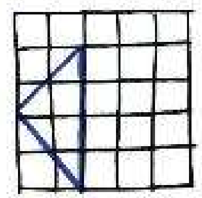
$|DE| = 5m$ $|AC| = 25m$ $|BC| = 20m$

olduğuna göre, havuzun alanının parkının alanına oranı kaçtır?

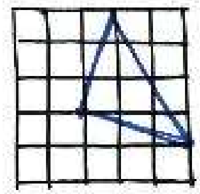
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{25}$

8

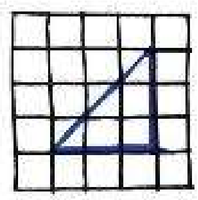
?



I



II



III

Yukarıdaki birim karelere yerleştirilen üçgenlerden hangileri ikizkenardır?

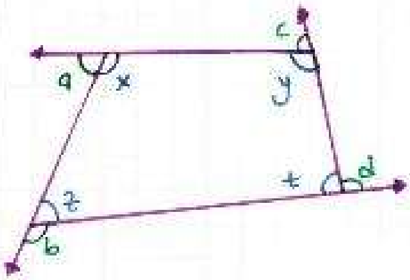
A) I ve II B) I ve III

C) II ve III D) Yalnız II

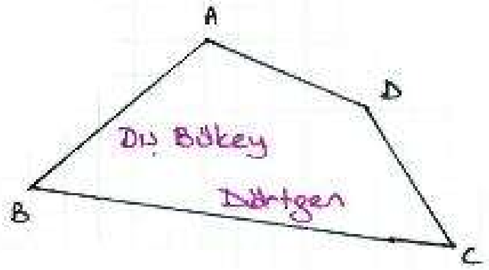
E) I, II, III

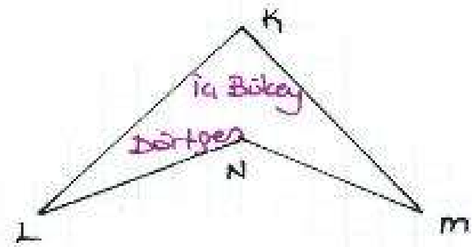
~DÖRTGENLER~

Herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın birleştirilmesi ile oluşan kapalı geometrik şekle dörtgen denir.

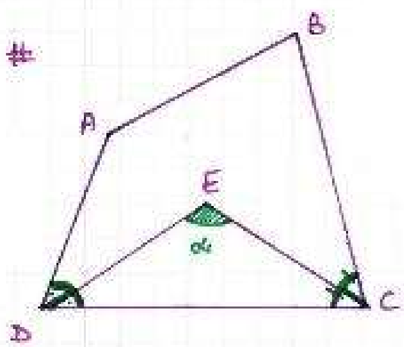


$$x+y+z+t = 360^\circ \text{ (iç açılar)}$$
$$a+b+c+d = 360^\circ \text{ (dış açılar)}$$



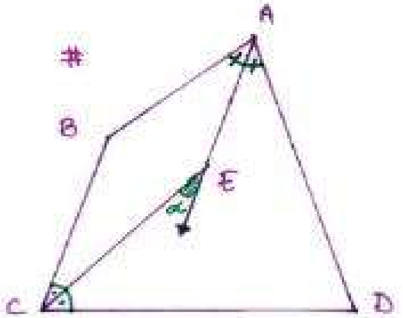


Özellikler:



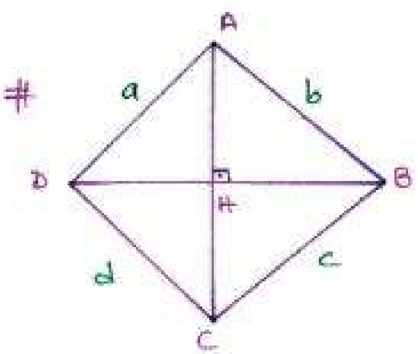
Ardışık iki iç açının açıortayları arasında oluşan açı, dışarda kalan iki açının toplamlarının yarısıdır.

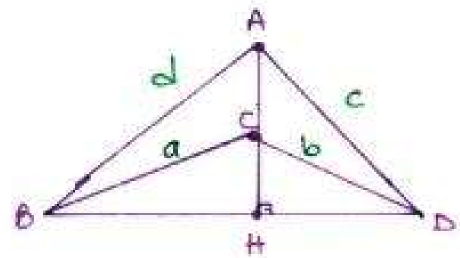
$$m(\widehat{DEC}) = \frac{m(\hat{A}) + m(\hat{B})}{2}$$



Karşılıklı iki açının açıortayları arasında duşan açı, dışarıda kalan iki açının mutlak farkının yarısıdır.

$$m(C\hat{E}F) = \left| \frac{m(\hat{B}) - m(\hat{D})}{2} \right|$$

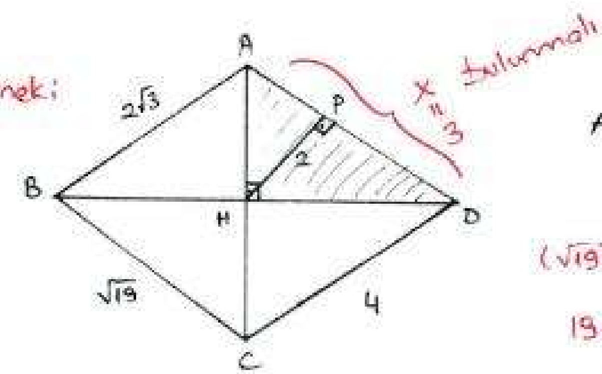




Köşegenleri dik kesişen bir dörtgende karşılıklı kenarların kareleri toplamı birbirlerine eşittir.

$$a^2+c^2 = b^2+d^2$$

Örnek:



$A(A\hat{H}D) = ?$

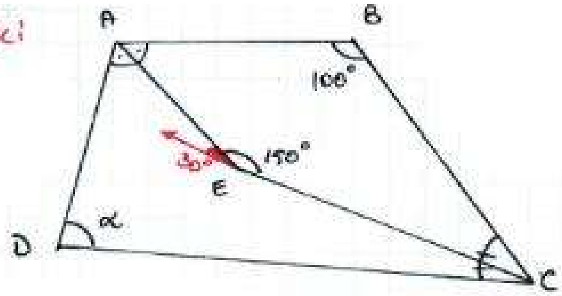
$(\sqrt{19})^2 + x^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2$

$19 + x^2 = 12 + 16$

$x^2 = 9 \quad x = 3$

$A(A\hat{H}D) = \frac{2.3}{2} = 3br^2$

Örnek:



ABCD dörtgen.

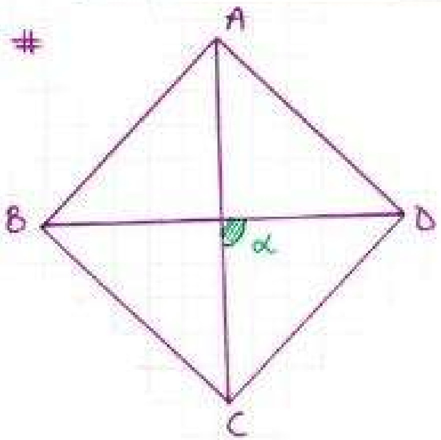
$\alpha = ?$

$$\frac{|m(\hat{B}) - m(\hat{D})|}{2} = 30^\circ$$

$$|100^\circ - \alpha| = 60^\circ$$

$$100^\circ - \alpha = 60^\circ \qquad \alpha = 40^\circ$$

#



Köşegenleri arasındaki açısı bilinen dış bükey dörtgenin alanı ;

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha$$

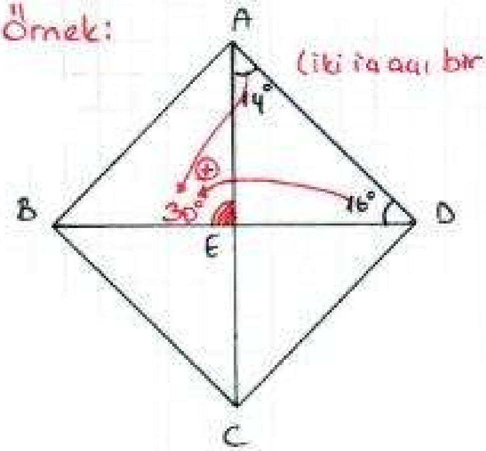
$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow |AC| = e \\ \rightarrow |BD| = f \end{array}\right\} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$$

NOT: Dörtgenin köşegenleri dik kesişiyorsa;

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{1}$$

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$

Örnek:



(iki iç açı bir dış açı)

$|AC| = 4 \quad |BD| = 6$

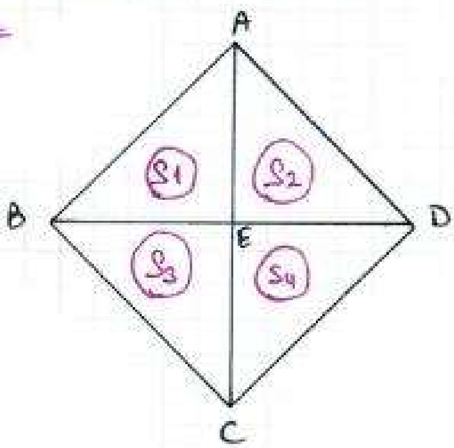
$\underbrace{A(ABCD) = ?}$

$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$

$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \underbrace{\sin 30^\circ}_{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 6$ //

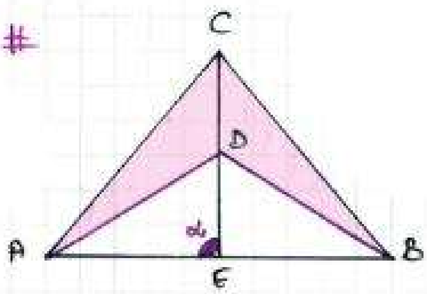
#



Dörtgende köşegenlerin parçaladığı alanlar için; karşılıklı üçgenlerin alanlarının çarpımı birbirine eşittir!

$\boxed{S_1 \cdot S_4 = S_2 \cdot S_3}$

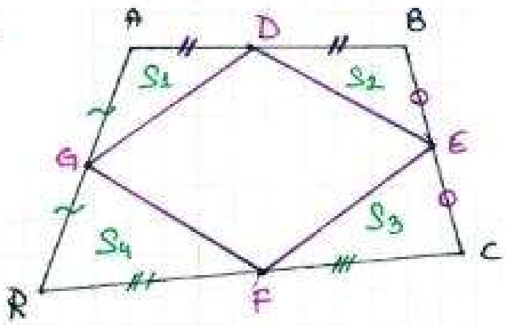
#



İç bükey dörtgenlerde alan:

$\boxed{A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |CD| \cdot |AB| \cdot \sin\alpha}$

#



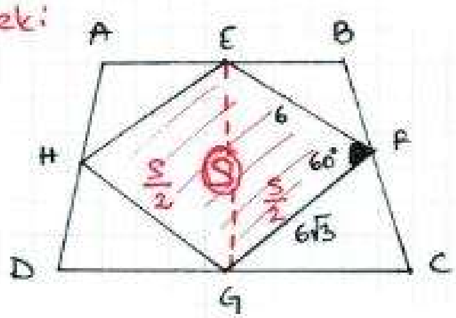
Dörtgenin kenarlarının orta noktalarının birleşimi ile oluşan alanlar için;

$$\boxed{S_1+S_3=S_2+S_4}$$

$\Rightarrow \dfrac{A(ABCR)}{2} = A(DEFG)$

$\Rightarrow A(DEFG) = S_1+S_2+S_3+S_4$

Örnek:



$|AE| = |EB|$

$|BF| = |FC|$

$|CG| = |GD|$

$|DH| = |HA|$

$A(ABCD) = ?$

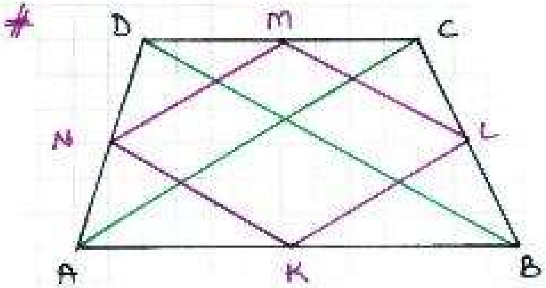
$\dfrac{S}{\cancel{2}} = \dfrac{1}{\cancel{2}}.6.6\sqrt{3}.\sin 60$

$S = 36\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 54\,cm^2$

$A(ABCD) = 2.S$

$= 2.54$

$= 108\,cm^2$ //



K, L, M, N orta noktalardır.

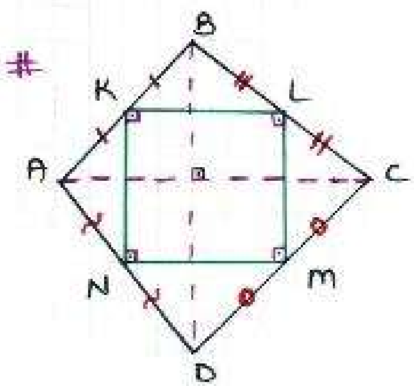
$Ç(KLMN) = |AC| + |BD|$

$A(KLMN) = \frac{A(ABCD)}{2}$

DİKKAT:

Orta noktaların birleşimi ile oluşan KLMN dörtgeni için;

* KLMN paralelkenardır.
* $|AC| = |BD|$ ise KLMN eşkenar dörtgendir.
* $[AC] \perp [BD]$ ise KLMN dikdörtgendir.
* $|AC| = |BD|$ ve $[AC] \perp [BD]$ ise KLMN karedir.



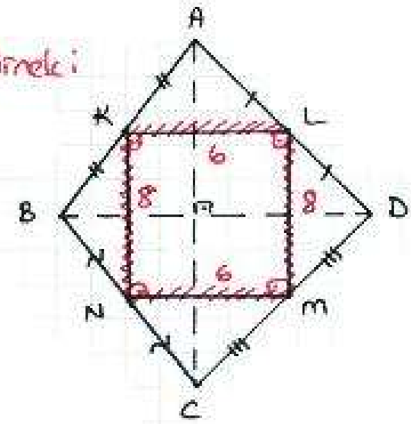
→ $[KL] \parallel [AC] \parallel [MN]$

$|KL| = |MN| = \frac{|AC|}{2}$

→ $[LM] \parallel [KN] \parallel [BD]$

$|LM| = |KN| = \frac{|BD|}{2}$

Örnek:



$|AC| = 16\,cm \quad |BD| = 12\,cm$

$A(KLMN) = ?$

$|KL| = \dfrac{|BD|}{2} = \dfrac{12}{2} = 6\,cm$

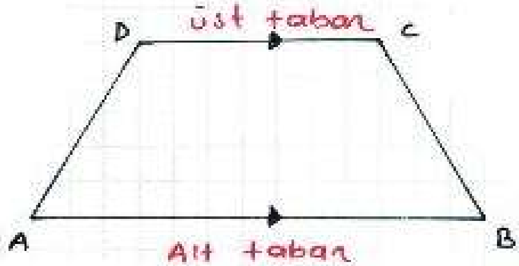
$|Lm| = \dfrac{|AC|}{2} = \dfrac{16}{2} = 8\,cm$

O halde;

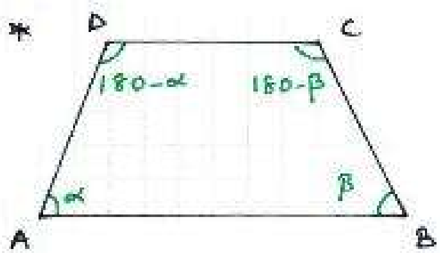
$A(KLMN) = 6 \cdot 8 = 48\,cm^2$

~ YAMUK ~

İki kenarı birbirine paralel olan dörtgenlere yamuk denir.

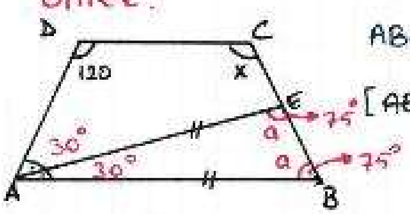


[AB] // [CD]



* [AB] // [CD] olduğundan dolayı "U" kuralı vardır.

örnek:



ABCD yamuk.

[AE] açıortay.

$x = ?$

$m(\hat{D}) + m(\hat{A}) = 180°$

$120° + m(\hat{A}) = 180°$

$m(\hat{A}) = 60°$

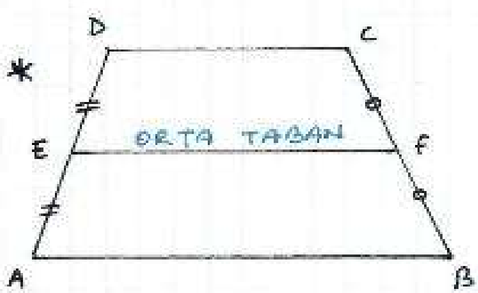
$2a + 30° = 180°$

$2a = 150°$

$a = 75°$

$180 - x = 75°$

$x = 105°$ //

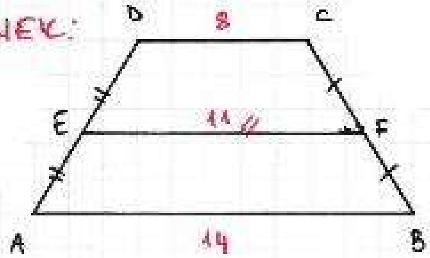


* [EF] orta taban

[AB] // [EF] // [CD]

$$\boxed{|EF| = \frac{|AB| + |CD|}{2}}$$

ÖRNEK:



ABCD yamuk.

[EF] orta taban.

$|AB| = 14 \quad |CD| = 8$

$|EF| = ?$

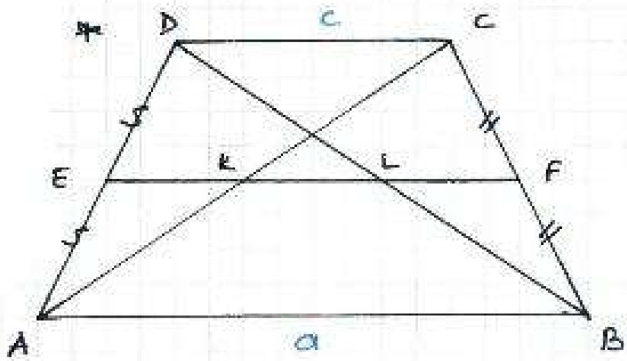
$$|EF| = \frac{|AB| + |CD|}{2}$$

$$|EF| = \frac{14+8}{2}$$

$$|EF| = 11$$

---

*

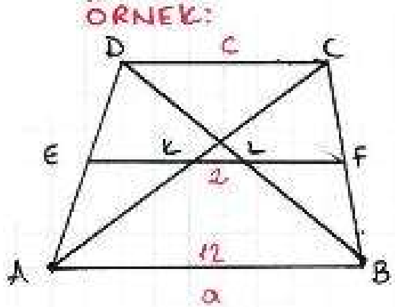


[AC] ve [BD] köşegen

[EF] orta taban

$$\boxed{|KL| = \frac{a-c}{2}}$$

ÖRNEK:



ABCD yamuk

[EF] orta taban

$|KL| = 2 \quad |AB| = 12$

$|DC| = x = ?$

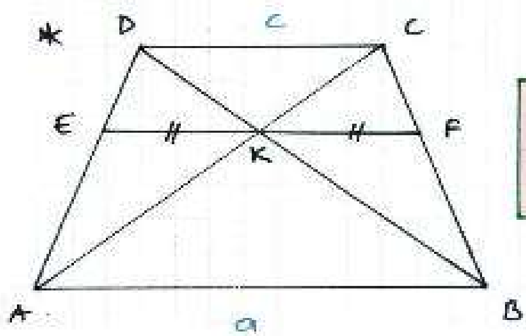
$$|KL| = \frac{a-c}{2}$$

$$2 = \frac{12-x}{2}$$

$4 = 12 - x \qquad x = 8$

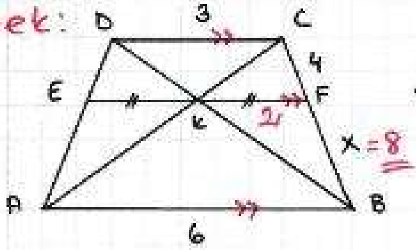
---

*



$$\boxed{|EK| = |KF| = \frac{a \cdot c}{a+c}}$$

örnek:



ABCD yamuk.

Verilenlere göre $x = ?$

$|EK| = |KF| = \frac{6 \cdot 3}{6+3} = \frac{18}{9} = 2$

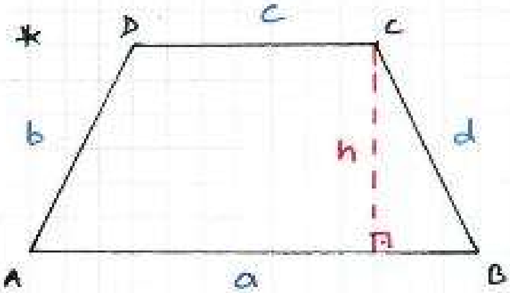
* Paralellikten;

$\frac{2}{6} = \frac{4}{4+x}$ $\quad \frac{1}{3} = \frac{4}{4+x}$ $\quad 4k$ $\quad 4k$

$4+x = 12 \quad x = 8$

---

*

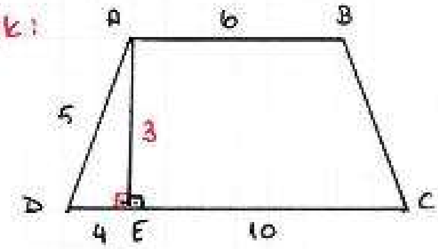


$$Çevre(ABCD) = a+b+c+d$$

$$Alan(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

$$Alan(ABCD) = (orta\ taban) \cdot h$$

örnek:



ABCD yamuk. $A(ABCD) = ?$

$h = 3$ gelir. (Pisagor)

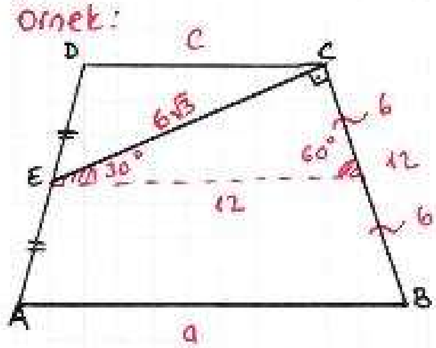
$$A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

$$= \frac{(14+6)}{2} \cdot 3$$

$$= 10 \cdot 3$$

$$= 30 cm^2$$

örnek:



ABCD yamuk.

$|BC| = 12$

$|EC| = 6\sqrt{3}$

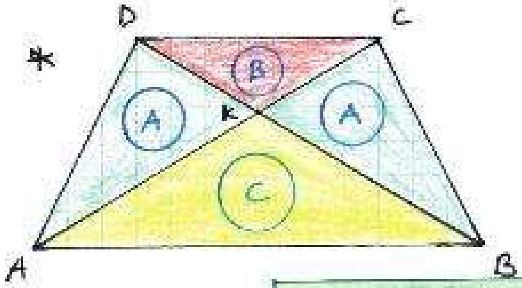
Yamuğa ait yükseklik

10 ise $A(ABCD) = ?$

$30° \to 6 \quad 60° \to 6\sqrt{3} \quad 30° \to 12$

$\frac{a+c}{2} = 12$ gelir, $\quad A(ABCD) = \frac{(a+c)}{2} \cdot h = 12 \cdot 10 = 120 cm^2$

*



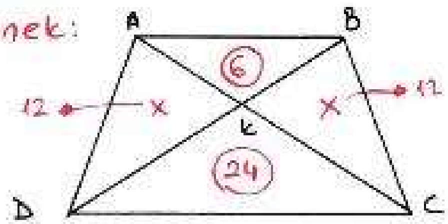
$A(\overset{\triangle}{ADK}) = A(\overset{\triangle}{CKB}) = A$

$A(\overset{\triangle}{DKC}) = B$

$A(\overset{\triangle}{AKB}) = C$ olmak üzere

$$\boxed{A^2 = B.C}$$

örnek:



ABCD yamuk.

$A(AKB) = 6cm^2$

$A(DKC) = 24cm^2$

$A(AKD) + A(BKC) = ?$ $2x = 12.2 = 24cm^2$

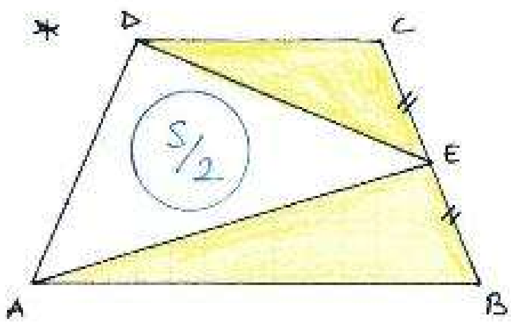
$x^2 = 6.24$

$x^2 = 144$

$x = 12cm^2$

---

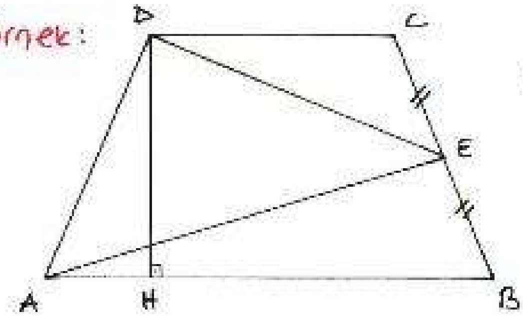
*



$A(ABCD) = S$ ise

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = \frac{S}{2}$ (Tüm alanın yarısı)

örnek:



ABCD yamuk.

$|DH| = 8cm$

$|CE| = |EB|$

$|AB| = 12$ $|DC| = 6$

$A(ADE) = ?$

$A(ABCD) = \left(\frac{12+6}{2}\right).8$

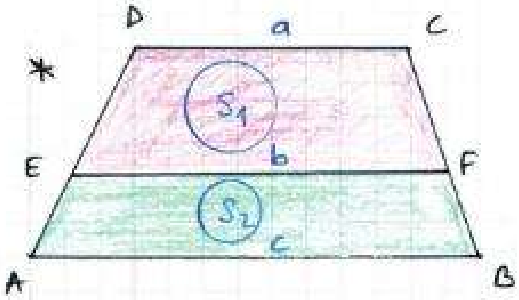
$= 9.8$

$= 72cm^2$

$\frac{A(ABCD)}{2} = A(\overset{\triangle}{ADE})$

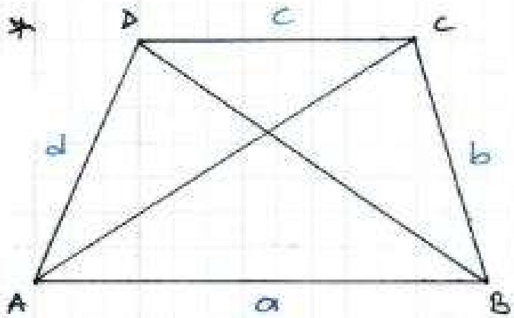
$\frac{72}{2} = A(\overset{\triangle}{ADE}) \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ADE}) = 36cm^2$

*



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}$$

*

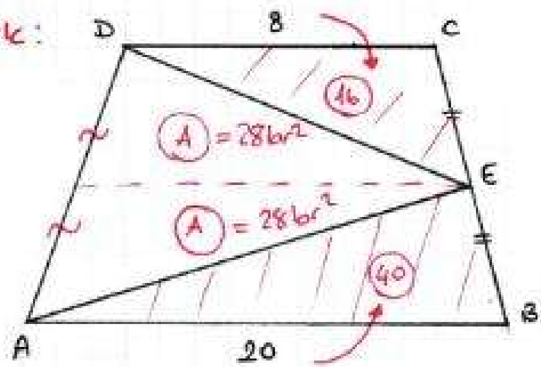


[AC] = e

[BD] = f

$$e^2 + f^2 = b^2 + d^2 + 2ac$$

Örnek:



ABCD yamuk.

[AB] // [DC]

|BE| = |EC|

$A(\overset{\triangle}{ABE}) = 40br^2$

$A(\overset{\triangle}{EAD}) = ?$

$2 \cdot A(\overset{\triangle}{EAD}) = A(ABCD)$

$2 \cdot (2A) = 2A + 16 + 40$

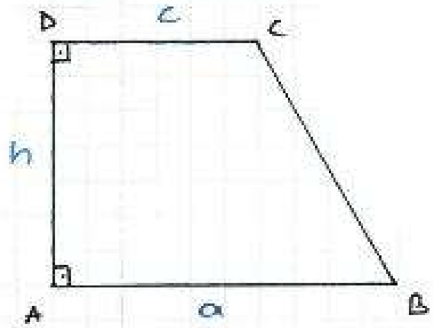
$4A = 2A + 56$

$2A = 56$

$A = 28 br^2$

* $A(\overset{\triangle}{EAD}) = 56 br^2$ //

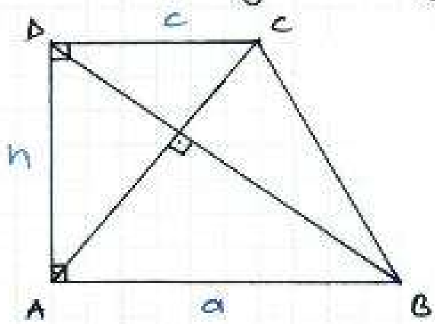
Dik Yamuk:



ABCD dik yamuktur.

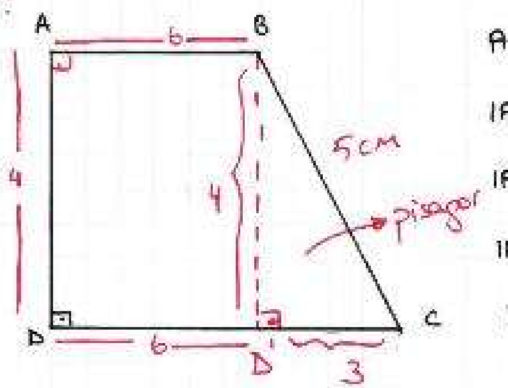
h, ABCD yamuğunun yüksekliğidir.

* Dik yamuğun köşegenleri dik kesişiyor ise;



$$\boxed{h^2 = a \cdot c}$$

Örnek:



ABCD dik yamuk.

|AD| = 4cm

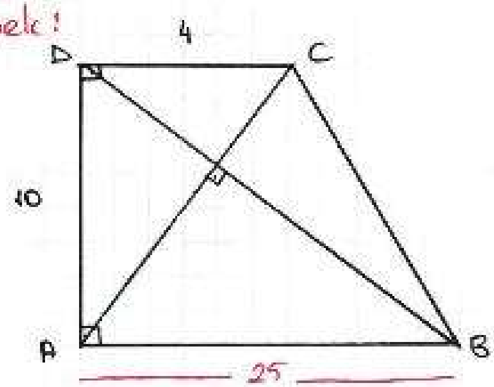
|AB| = 6cm

|DC| = 9cm

|BC| = ? 5cm

(ABDD') dikdörtgen oluştu!

Örnek!



(ABCD) dik yamuk.
Verilenlere göre
dik yamuğun alanı kaçtır?

Kurala göre;

* Köşegenler dik kesiştiğinden; $h^2 = a.c$ uygulanırsa

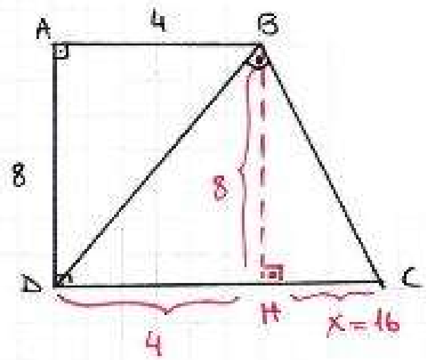
$\Rightarrow 10^2 = 4 \cdot |AB|$

$100 = 4 \cdot |AB| \qquad |AB| = 25$

* Alan $= \dfrac{(a+c)}{2} \cdot h \quad \Rightarrow A = \dfrac{(25+4)}{2} \cdot 10$

$A = 145 cm^2$ //

Örnek:



(ABCD) dik yamuk.
Verilenlere göre
A(ABCD) = ?

* BDC üçgenindeki öklitten;

$8^2 = 4 \cdot x$

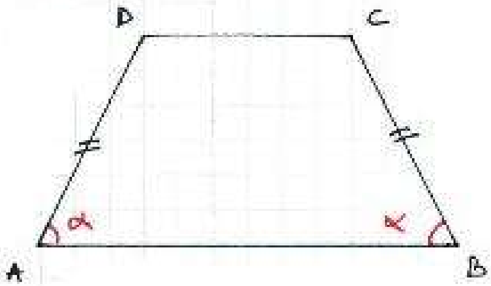
$64 = 4 \cdot x \quad x = \underline{\underline{16}}$

* Alan $= \dfrac{(a+c)}{2} \cdot h = 8 \cdot \left(\dfrac{16+4+4}{2}\right)$

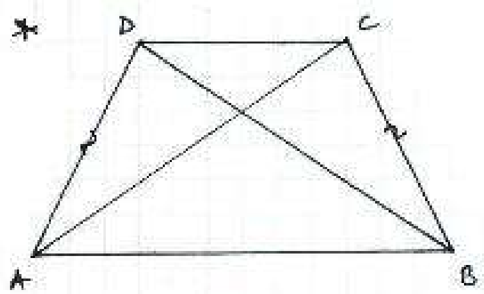
$= 8 \cdot \dfrac{24}{2} = 8 \cdot 12 = 96 cm^2$ //

İKİZKENAR YAMUK:

Yan kenarlarının uzunluğu eşit olan yamuğa ikizkenar yamuk denir.

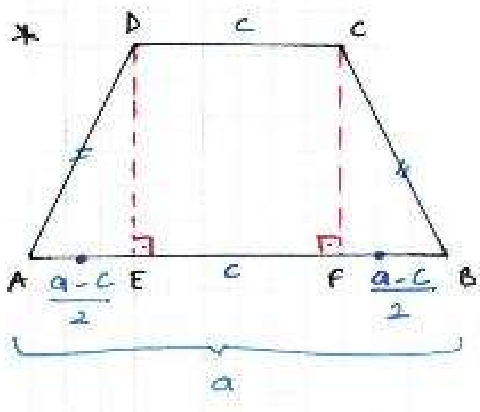


Taban açıları eşittir.



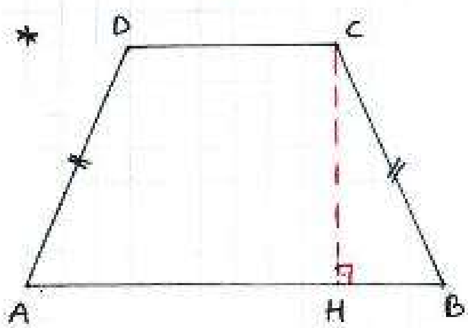
Köşegen uzunlukları eşittir.

$|AC| = |BD|$



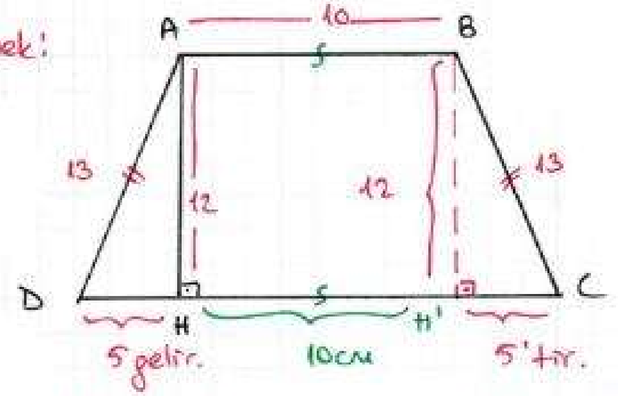
ADE ve CFB üçgenleri eştir.

$$\overset{\Delta}{ADE} = \overset{\Delta}{BCF}$$



$$A(ABCD) = |AH| \cdot |HC|$$

Örnek:



ABCD ikizkenar yamuk.

$|AD| = |BC| = 13$ cm

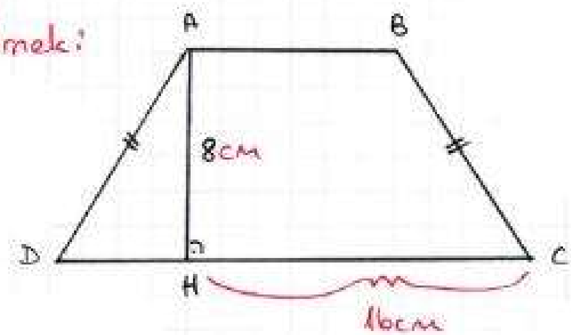
$|AH| = 12$cm $|AB| = 10$cm

ise $|CD| = ?$

$\overset{\triangle}{ADH}$ ve $BH'C$ üçgenleri eş olduklarından;

$|CD| = 5+10+5 = 20$cm //

Örnek:



ABCD ikizkenar yamuk.

$|HC| = 16$cm $|AH| = 8$cm

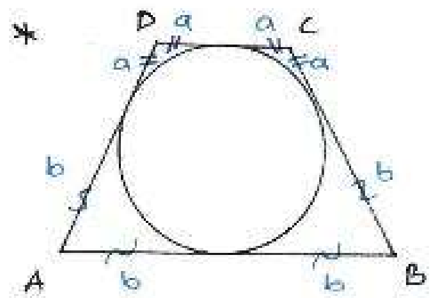
$A(ABCD) = ?$

Kuraldan; $A(ABCD) = |AH| . |HC|$

$= 8 . 16$

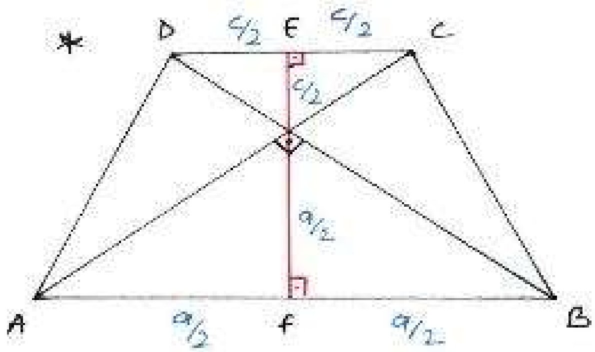
$= 128 cm^2$ //

*



ikizkenar yamuk teğetler dörtgeni olabilir.

*

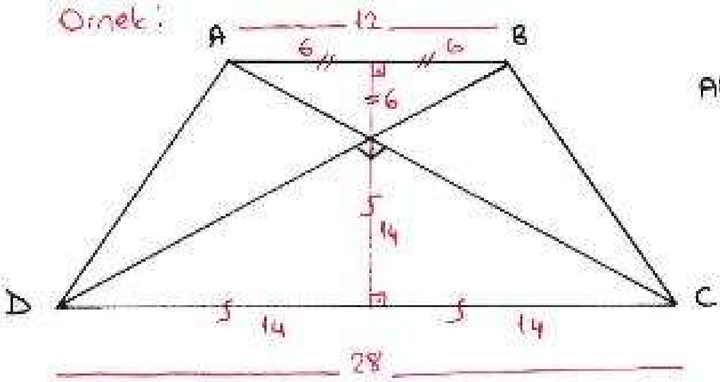


Köşegenler dik kesişiyor ise

$$\boxed{h = \frac{a+c}{2}}$$

(MUHTEŞEM ÜÇLÜ)

Örnek:



ABCD ikizkenar yamuk.

$|AB| = 12\,cm$

$|CD| = 28\,cm$

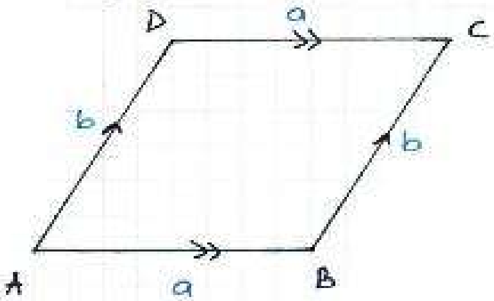
$A(ABCD) = ?$

ABCD ikizkenar yamuğuna ait $h = 20\,cm$ 'dir.

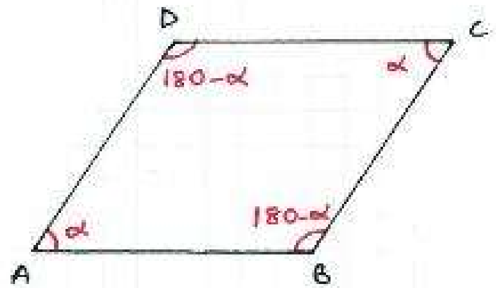
$A(ABCD) = \frac{(a+c)}{2} \cdot h = \left(\frac{28+12}{2}\right) \cdot 20 = 20 \cdot 20 = 400\,cm^2$

~ PARALELKENAR ~

Karşılıklı kenarları paralel ve eşit uzunlukta olan dörtgenlere paralelkenar denir.

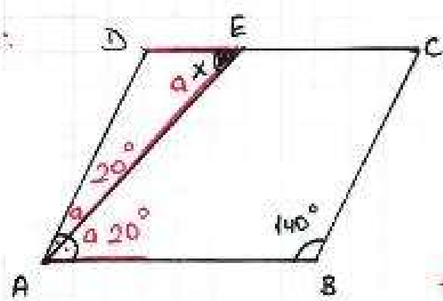


* Paralelkenarda komşu açılar bütünler, karşılıklı açılar ise eşittir.



ABCD paralelkenar

örnek:



ABCD paralelkenar.

m(DÂE) = m(EÂB)

x = ?

* m(Â) + m(B̂) = 180°

$2a + 140° = 180°$

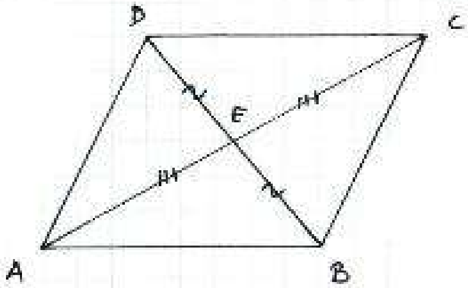
$2a = 40°$

$a = 20°$

* x açısı Z kuralından a açısına eşittir.

$a = 20° = x$ //

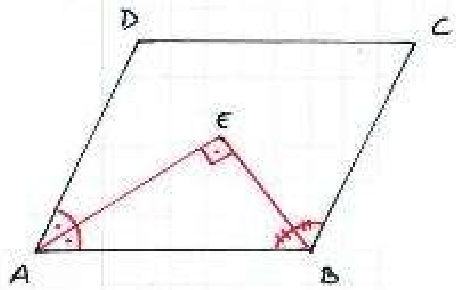
* Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortalar.



$|DE| = |EB|$

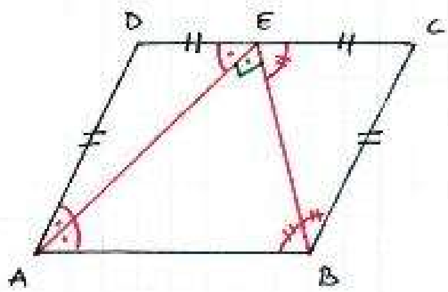
$|AE| = |EC|$

* Komşu iki açının açıortayları arasındaki açı 90° dir.



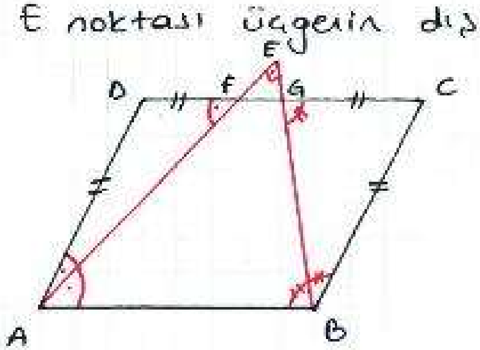
$m(\widehat{AEB}) = 90°$

E noktası karşı kenar üzerinde ise;



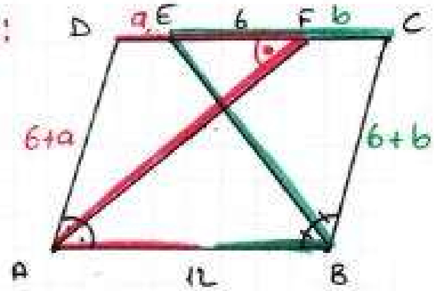
"Z" kuralı olduğu ikizkenar üçgenler oluşur.

E noktası üçgenin dış bölgesinde ise;



$|AD| = |DF| = |GC| = |CB|$

Örnek:



ABCD paralelkenar

[AF] ve [BE] açıortay.

$|BC| = ?$

$(A\overset{\triangle}{D}F)$ Z kuralından ikizkenar üçgen olur.

$|DA| = |DF|$

$(E\overset{\triangle}{C}B)$ Z kuralından ikizkenar üçgen olur.

$|EC| = |CB|$

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine eşittir.

$6+a = 6+b$ $\boxed{a=b}$

$6+a+b = 12$

$a+b = 6$

$2a = 2b = 6$

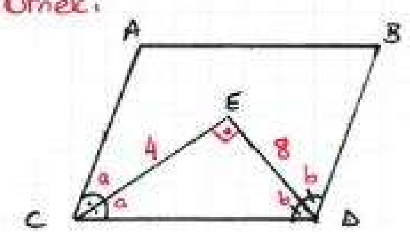
$a = b = 3$ //

* SONUÇ:

$|BC| = 6+b$

$|BC| = 6+3 = 8$ cm //

Örnek:



ABCD paralelkenar. $|CE| = 4$ $|ED| = 8$

paralelkenarın $|AB|$ kenarı kaçtır?

* $2a+2b = 180°$

$a+b = 90°$

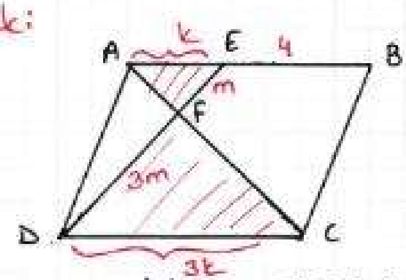
* $|CD| = |AB|$

$|AB|^2 = 4^2 + 8^2$

$|AB|^2 = 16+64$

$|AB| = 4\sqrt{5}$ //

Örnek:



ABCD paralelkenar. $3\underbrace{|EF|}_{m} = \underbrace{|DF|}_{3m}$

$|EB| = 4$ $|DC| = ?$

Kum saati benzerliğinden;

$|AE| = k$ $|DC| = 3k$

$3k = k+4$

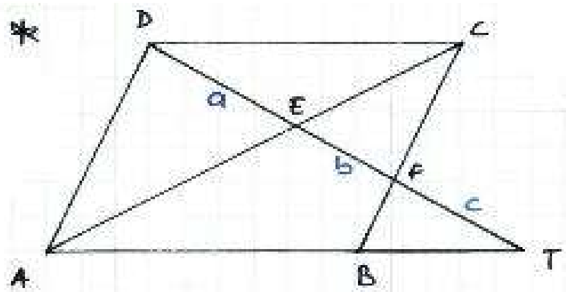
$2k = 4$

$k = 2$ //

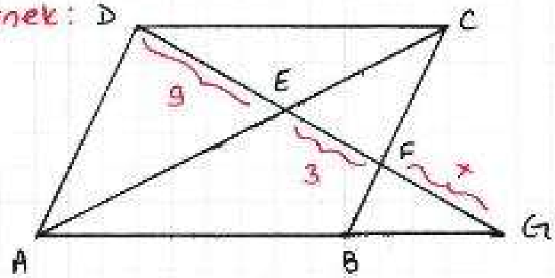
$|DC| = 3k$

$= 3.2$

$= 6$ cm //

* 

$$a^2 = b(b+c)$$

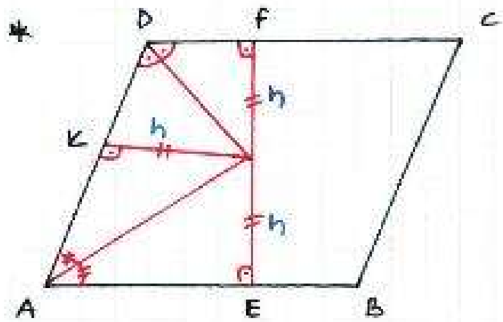
Örnek: 

ABCD paralelkenar.

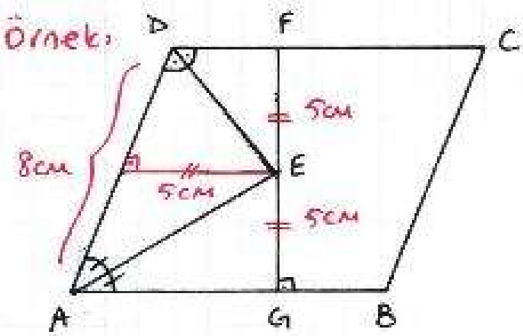
$|DE| = 9 \quad |EF| = 3 \quad |FG| = ?$

$9^2 = 3.(3+x)$
$81 = 3.(3+x)$
$27 = 3+x$
$x = 24$

---

* 

Açıortayların kollarına indirilen dikmelerin uzunlukları eşittir.

Örnek: 

ABCD paralelkenar.

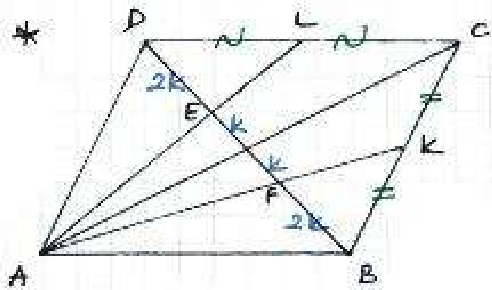
$|GF| = 10cm$

$|DA| = 8cm$

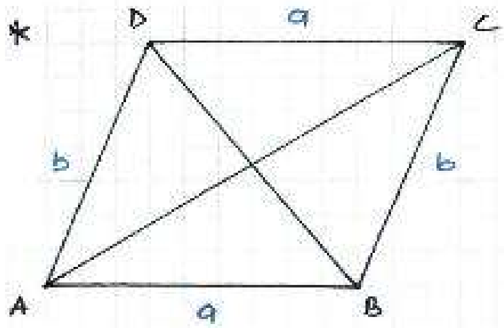
$A(D\hat{E}A) = ?$

$A(D\hat{E}A) = \frac{\text{Taban} \times h}{2}$

$A = \frac{8.5}{2} = 20cm^2$

* 

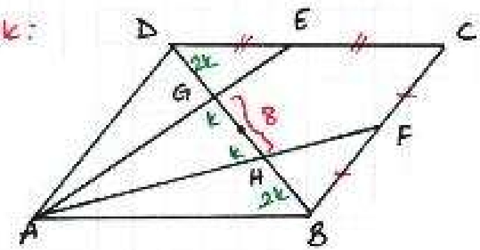
K ve L orta noktalar olduğundan dolayı E ve F noktaları sırasıyla ADC ve ABC üçgenlerinin ağırlık merkezi olurlar.

* 

$|AC| = e$
$|BD| = f$ olmak üzere

$$\boxed{e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)}$$

örnek:



ABCD paralelkenar.
E ve F kenarlarının orta noktaları.
$|GH| = 8$ cm ise $|DG| + |HB| = ?$

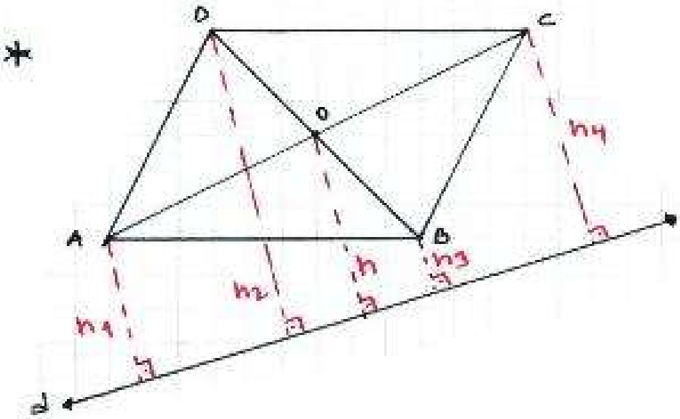
* $|GH| = 2k = 8$ cm

$\underbrace{|DG|}_{8} = \underbrace{|GH|}_{8} = \underbrace{|HB|}_{8}$ olduğundan;

$|DG| + |HB| = 8 + 8 = 16$ cm //

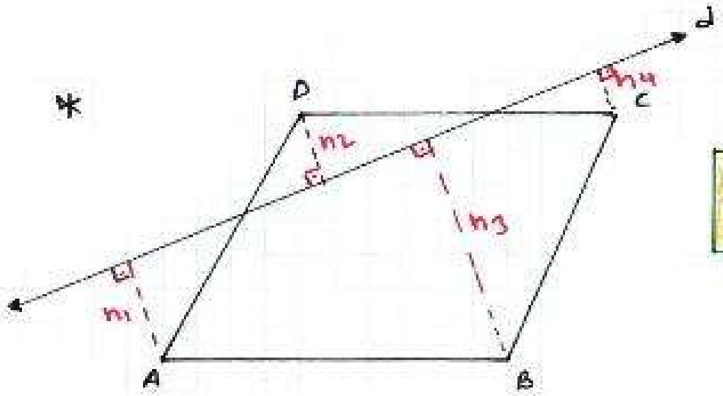
NOT: G ve H noktalarının ağırlık merkezi olduğunu UNUTMAYINIZ!

*



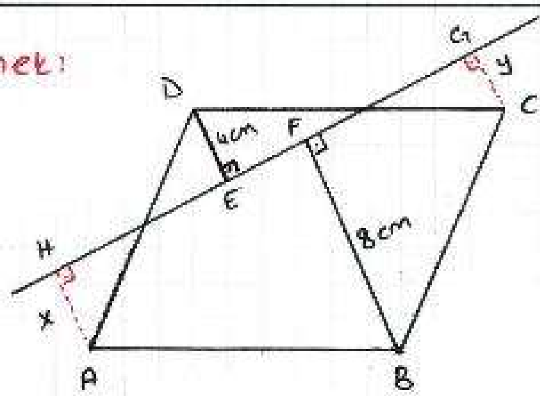
$$\boxed{h_1 + h_4 = h_2 + h_3 = 2h}$$

*



$$\boxed{h_1 + h_4 = h_3 - h_2}$$

Örnek:



ABCD paralelkenar.

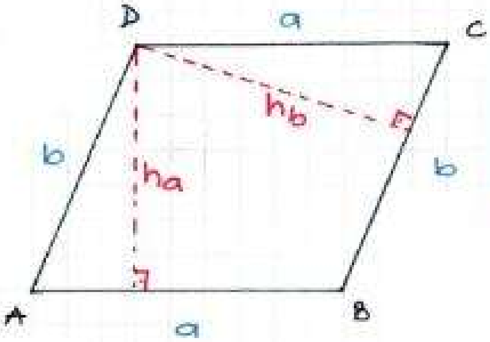
$x + y = ?$

$|BF| - |DE| = |GC| + |HA|$

$8 - 4 = y + x$

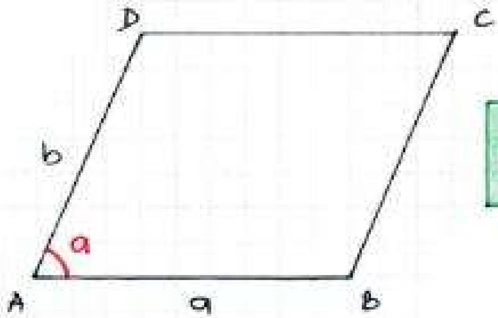
$4 = x + y$

PARALELKENARDA ALAN VE ÇEVRE

*


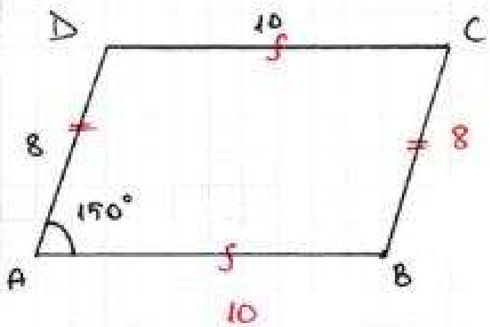
$$Çevre\,(ABCD) = 2(a+b)$$

$$Alan\,(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

*


$$ALAN\,(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin\alpha$$

örnek:



ABCD paralelkenar.

a) $A(ABCD) = ?$

$A = a.b.\sin\alpha$ kuralından;

$A = 8.10.\sin 150°$

$= 8.10.\sin 30°$

$= 8.10.\frac{1}{2}$

$= 40cm^2$ //

b) $Ç(ABCD) = ?$

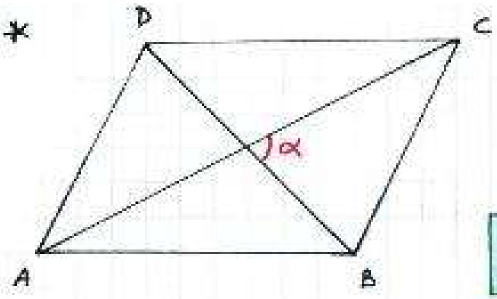
$2a + 2b = Ç(ABCD)$

$Ç(ABCD) = 2(10+8)$

$= 2 \cdot 18$

$= 36cm$ //

*

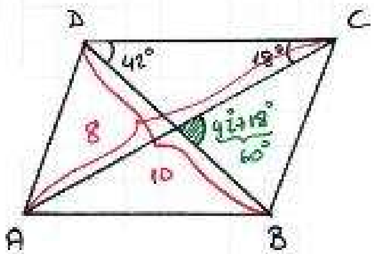


$|AC| = e$

$|BD| = f$ olmak üzere

$$\boxed{A(ABCD) = \frac{e \cdot f \cdot \sin\alpha}{2}}$$

örnek:



ABCD paralelkenar. $|BD| = 10$

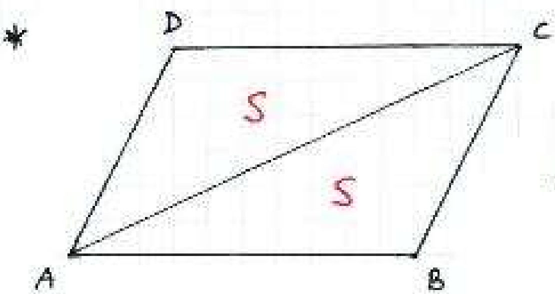
$|AC| = 8$

$A(ABCD) = ?$

$$A = \frac{10 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{80 \cdot \sqrt{3}}{4} = 20\sqrt{3}$$

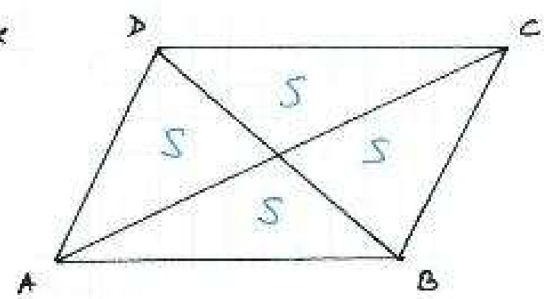
---

*



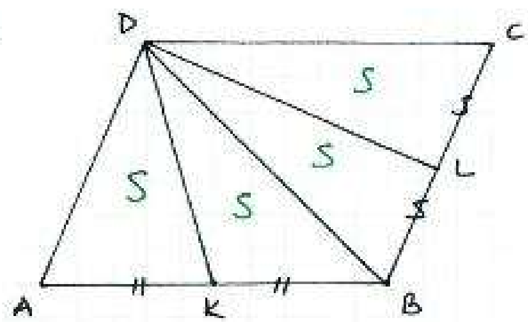
Köşegen paralelkenarın alanını iki eş parçaya böler.

*

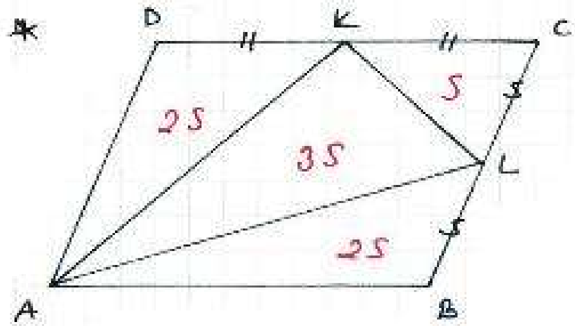


Köşegenler paralelkenarın alanını dört eş parçaya böler.

*

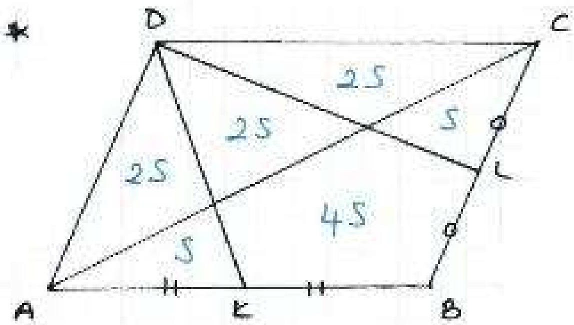


K ve L orta noktalar olmak üzere paralelkenarın alanı dört eş parçaya bölünür.



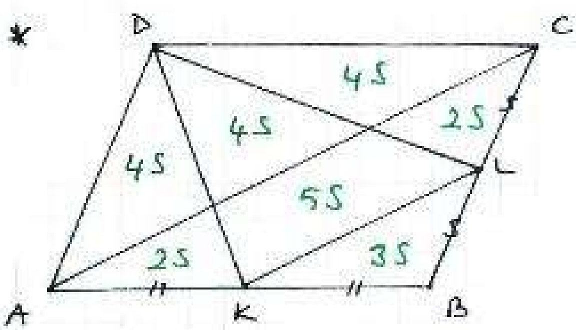
ABCD paralelkenar.

K ve L orta noktalar



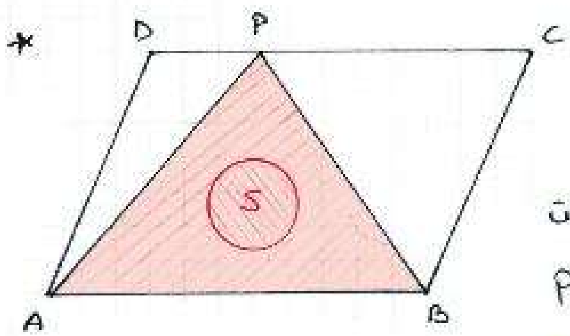
ABCD paralelkenar

K ve L orta noktalar



ABCD paralelkenar

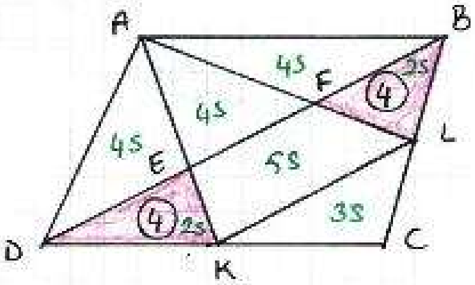
K ve L orta noktalar



P noktası [DC] kenarı üzerinde keyfi bir nokta olmak üzere APB üçgeninin alanı paralelkenar alanının yarısıdır.

$$\boxed{S = \frac{\text{Paralelkenarın Alanı}}{2}}$$

Örnek:



ABCD paralelkenar.

K ve L orta nokta.

$A(\overset{\triangle}{BFL}) = 4cm^2$

$A(\overset{\triangle}{AKL}) = ?$

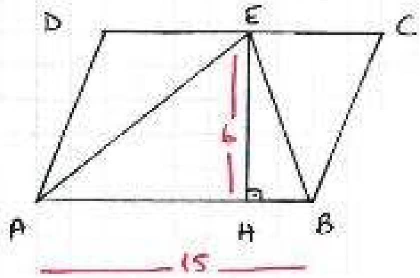
* $A(\overset{\triangle}{BFL}) = 2S = 4cm^2$

  $S = 2cm^2$

* $A(\overset{\triangle}{AKL}) = 9S$

  $S = 2cm^2$ için $9S = 18cm^2$ //

Örnek:



ABCD paralelkenar.

$|DC| = 15$ cm

$|EH| = 6$cm

$A(ABCD) = ?$

* $|DC| = |AB| = 15$cm

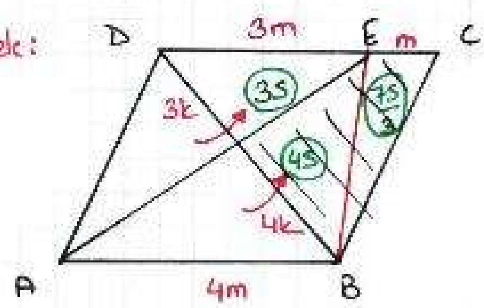
  $A(\overset{\triangle}{AEB}) = \frac{15.6}{2} = 45cm^2$

Kuraldan;

$A(\overset{\triangle}{AEB}) = \frac{A(ABCD)}{2}$

$45 = \frac{A}{2} \Longrightarrow A = 90cm^2$ //

Örnek:



ABCD paralelkenar.

$|DE| = 3|EC|$ taralı alan $19cm^2$.

$A(ABCD) = ?$

$3m \rightarrow 7S$

$m \rightarrow \frac{7S}{3}$

* Taralı Alan

  $4S + \frac{7S}{3} = 19$

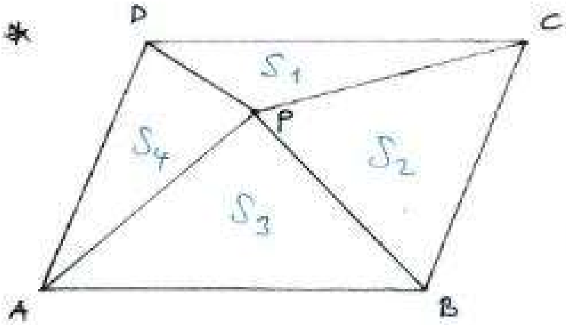
  $\frac{19S}{3} = 19 \quad S = 3cm^2$ //

* $A(ABD) = A(BDC) = \frac{A(ABCD)}{2}$

  $A(\overset{\triangle}{DBC}) = 3S + 19 = 9 + 19 = 28cm^2$

  $A(ABCD) = 28.2 = 56cm^2$ //

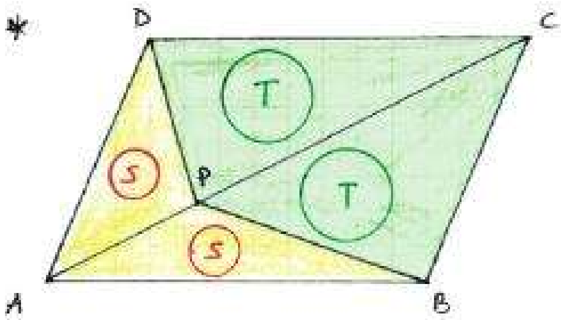
*



P noktası paralelkenarın içinde herhangi bir nokta olmak üzere;

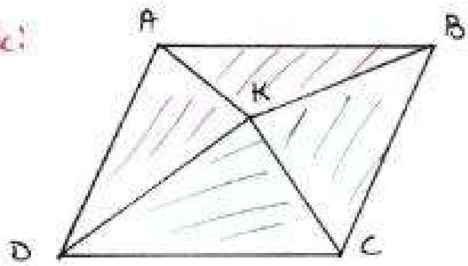
$$\boxed{S_1 + S_3 = S_2 + S_4}$$

*



[AC] köşegen olmak üzere;

Örnek:



ABCD paralelkenar.

$A(\overset{\triangle}{ABK}) = 20cm^2$

$A(\overset{\triangle}{KDC}) = 40cm^2$

$A(\overset{\triangle}{BKC}) = 30cm^2$

$A(\overset{\triangle}{ADK}) = ?$

$$\underbrace{A(\overset{\triangle}{AKB})}_{20} + \underbrace{A(\overset{\triangle}{KDC})}_{40} = \underbrace{A(\overset{\triangle}{ADK})}_{?} + A(\overset{\triangle}{BKC})$$

$20 + 40 = ? + 30$

$60 = x + 30$

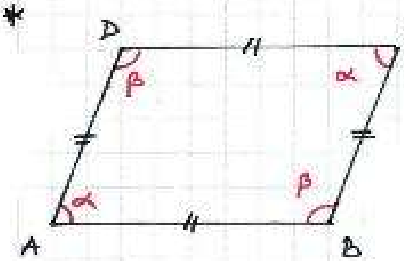
$x = 30cm^2$ //

~ EŞKENAR DÖRTGEN ~

Kenar uzunluklarının hepsi birbirine eşit olan paralelkenara eşkenar dörtgen denir.

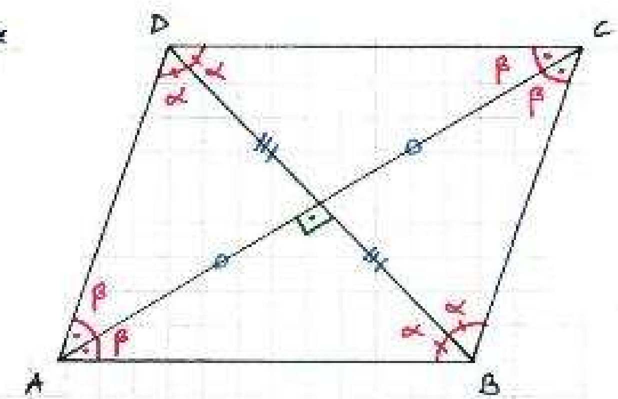
⚠ DİKKAT: Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğu için paralelkenarın bütün özelliklerini taşır.

*

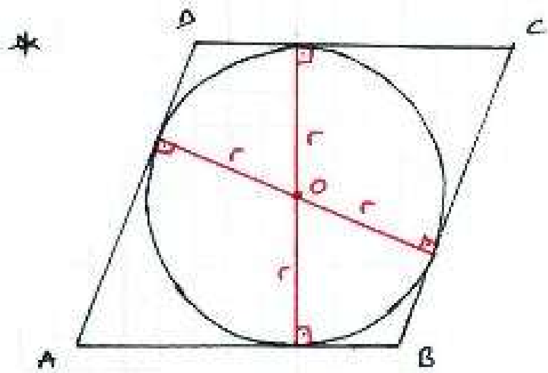


$|AB| = |BC| = |CD| = |AD|$

*

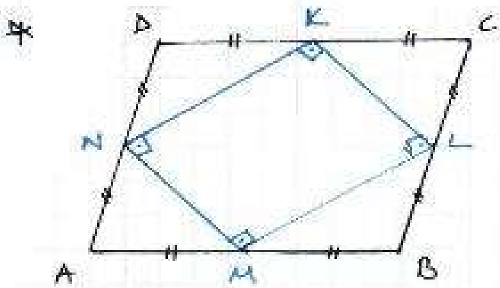


NOT:
* Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirine diktir.
* Eşkenar dörtgenin köşegenleri açıortaydır.
* Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini ortalar.

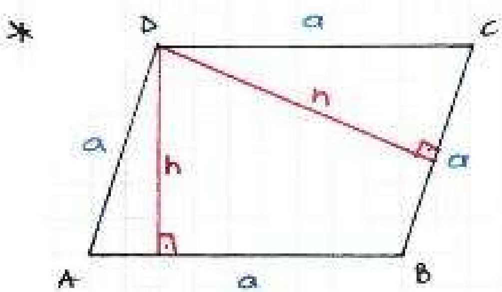


Eşkenar dörtgen teğetler dörtgenidir.

$$\boxed{h = 2r}$$

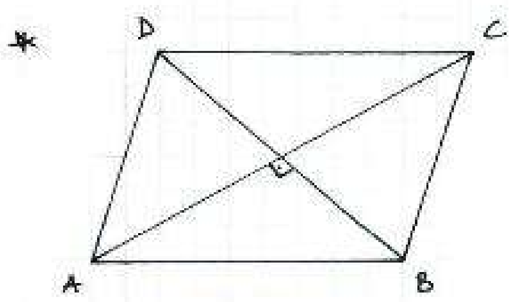


K, L, M ve N bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere KLMN dikdörtgendir.



Çevre (ABCD) = $4a$

Alan (ABCD) = $a \cdot h$

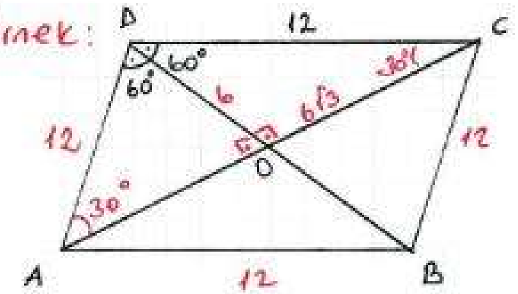


$|AC| = e$

$|BD| = f$

$$\text{Alan (ABCD)} = \frac{e \cdot f}{2}$$

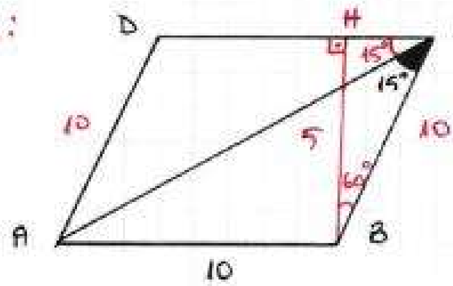
Örnek:



ABCD eşkenar dörtgen

$|OC| = ?$ $6\sqrt{3}$

Örnek:



$m(\hat{C}) = 30°$

ABCD eşkenar dörtgen.

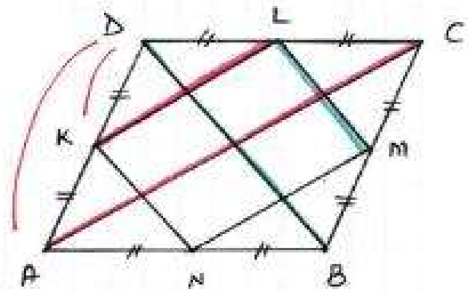
$m(\widehat{ACB}) = 15°$

$|AB| = 10$ $A(ABCD) = ?$

* $|BH| = h = 5cm$

* $A(ABCD) = a.h = 10.5 = 50cm^2$

Örnek:



ABCD eşkenar dörtgen.

$|AC| = 18cm$ $|BD| = 10cm$

$A(KLMN) = ?$

(K, L, M, N orta nokta)

* $|AC| = 18cm$ $\frac{1}{2}$'lik orandan; $\left(\frac{|DK|}{|DA|} = \frac{1}{2}\right)$

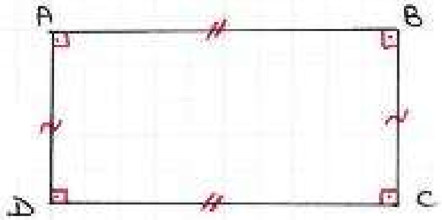
$|KL| = 9cm$ ve $|KL| = |MN|$

* $|BD| = 10cm$ $\frac{1}{2}$'lik orandan; $\left(\frac{|CL|}{|CD|} = \frac{1}{2}\right)$

$|LM| = 5cm$ ve $|LM| = |KN|$

$A(KLMN) = \text{Dikdörtgen Alanı} = 9.5 = 45\ cm^2$

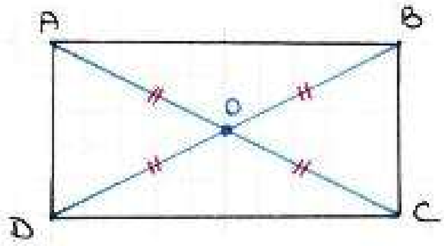
~DİKDÖRTGEN~



Tüm açıları 90° olan paralelkenara dikdörtgen denir.

$|AB| = |DC|$

$|AD| = |BC|$



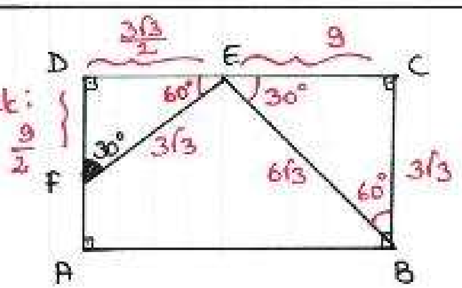
→ Köşegenler birbirini ortalar.

→ Köşegenler birbirine eşittir.

$|AO| = |OC| = |OB| = |OD|$

$|AC| = |BD|$

Örnek:



ABCD dikdörtgen.

$\underbrace{|BE|}_{6\sqrt{3}} = 2\underbrace{|EF|}_{3\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$

$|AB| + |AF| = ?$

$\overset{\Delta}{DEF}$ için;

$90° \rightarrow 3\sqrt{3}$

$30° \rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$60° \rightarrow \frac{9}{2}$

$\overset{\Delta}{ECB}$ için;

$90° \rightarrow 6\sqrt{3}$

$30° \rightarrow 3\sqrt{3}$

$60° \rightarrow 9$

$\rightarrow |BC| = |AD|$

$\rightarrow |AF| = 3\sqrt{3} - \frac{9}{2}$

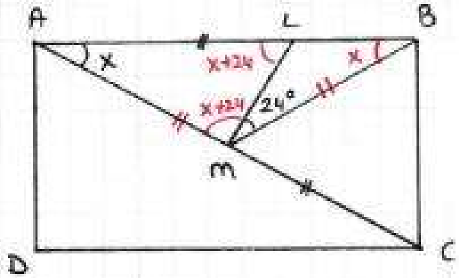
$\rightarrow |AB| = |DC|$

$\rightarrow |AB| = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 9$

*** $\frac{3\sqrt{3}}{2} + 9 + 3\sqrt{3} - \frac{9}{2}$

$= \frac{9}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{9+9\sqrt{3}}{2}$ //

Örnek:



ABCD dikdörtgen.

M köşegenlerin kesim noktası.

$|MC| = |AL|$

$x = ?$

→ $|MA| = |MC| = |AL| = |MB|$

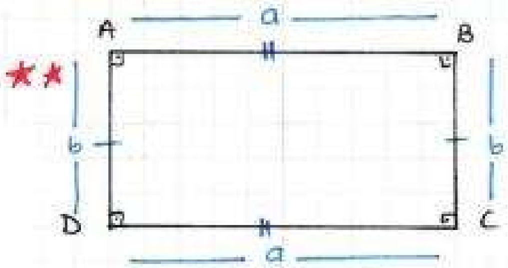
→ $|MA| = |AL|$

→ $(A\hat{L}M)$ ikizkenar üçgen olduğu için;

$$x+24° + x + 24° + x = 180°$$

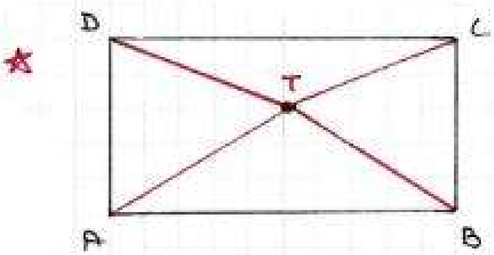
$$3x + 48° = 180°$$

$$3x = 132° \qquad x = 44°$$



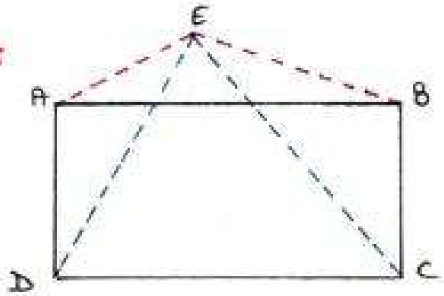
$Ç(ABCD) = 2a + 2b = 2(a+b)$

$A(ABCD) = a.b$



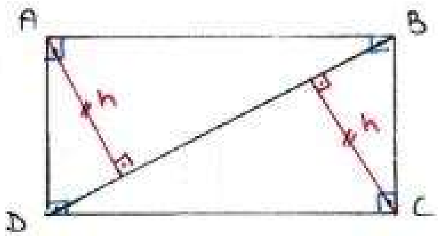
"T" dikdörtgenin içerisinde seçilen herhangi bir nokta olmak üzere;

$$\boxed{|AT|^2 + |TC|^2 = |DT|^2 + |TB|^2}$$



"E" dikdörtgen dışında seçilen herhangi bir nokta olmak üzere;

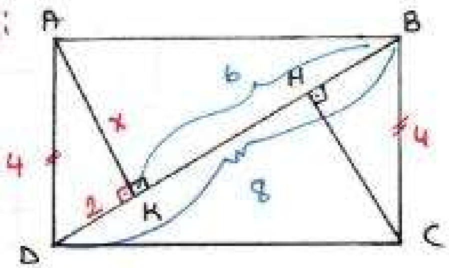
$$\boxed{|ED|^2+|EB|^2 = |EA|^2+|EC|^2}$$



Köşelerden çekilen h dikmeleri birbirine eşittir.

NOT: $\widehat{ADB}$ ve $\widehat{BCD}$ dik üçgen olduğu için öklide dikkat.

Örnek:



ABCD dikdörtgen

[BD] köşegen.

$|DK| = 2 \quad |BC| = 4$

$|BK| + |HC| = ?$

$\widehat{ADK}$ pisagor yapılırsa;

$4^2 = 2^2 + x^2$

$x = 2\sqrt{3} = |AK|$

→ $|AK| = |HC|$ olduğundan;

$|HC| = 2\sqrt{3}$

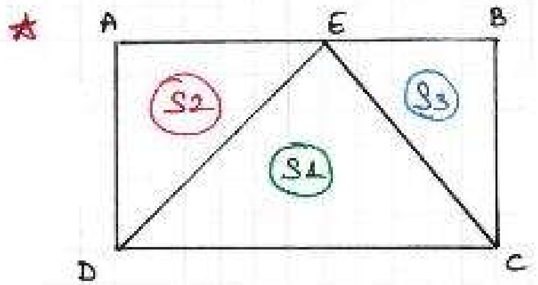
$\widehat{ADB}$ için öklid yapılırsa;

$4^2 = 2 \cdot |DB|$

$16 = 2|DB| \rightarrow |DB| = 8$

$|BK| = 6$

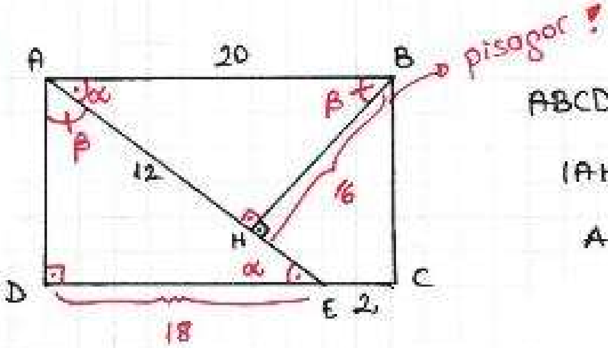
→ O halde; $|BK| + |HC| = 6 + 2\sqrt{3}$



$A(\hat{DEC}) = \frac{A(ABCD)}{2}$

$S1 = S2 + S3$

Örnek:



ABCD dikdörtgen.

$|AH| = 12 \quad |AB| = 20 \quad |EC| = 2$

$A(ABCD) = ?$

→ $\hat{ABH} \sim \hat{EAD}$

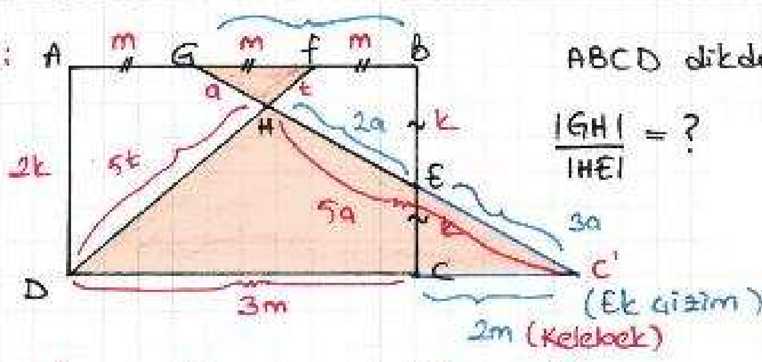
$\frac{16}{|AD|} = \frac{\cancel{12}^{\,2}}{\cancel{18}_{\,3}}$

$|AD| = 24$

$A(ABCD) = 20 \cdot 24$

$= 480 \text{ cm}^2$

Örnek:



ABCD dikdörtgen.

$\frac{|GH|}{|HE|} = ?$

$\hat{GfH} \sim \hat{C'DH}$ ve $\hat{GBE} \sim \hat{C'CE}$

$\frac{m}{5m} = \frac{t}{5t} = \frac{a}{5a}$

$|GE| = |EC'|$ olmalı.

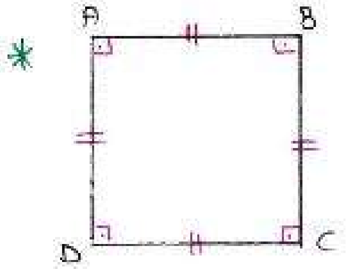
$|GC'| = 6a$

$|GE| = |EC'| = 3a$

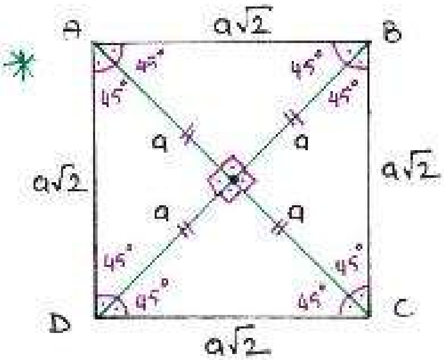
* O halde; $\frac{|GH|}{|HE|} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$

NOT: Dikdörtgen içindeki üçgenlerde BENZERLİK kurulabilir.

~KARE~



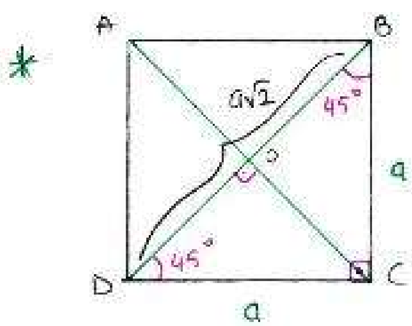
Tüm kenarları birbirine eş ve tüm açıları 90° olan özel dikdörtgene **kare** denir.



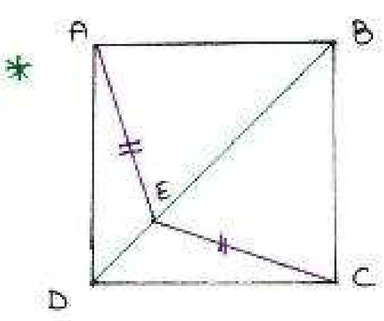
→ Köşegenler birbirini ortalar.

→ Köşegenler, köşelerin açıortayıdır.

→ Karenin içerisinde özel üçgen olan 45°-45°-90° üçgeni bulunur.

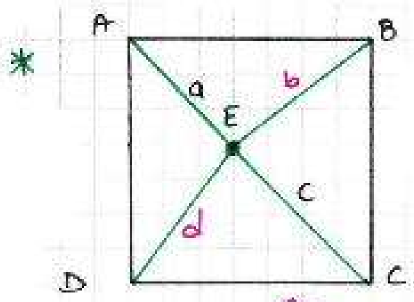


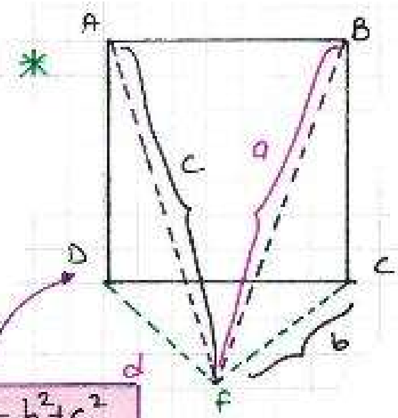
→ Köşegenler dik kesişir.



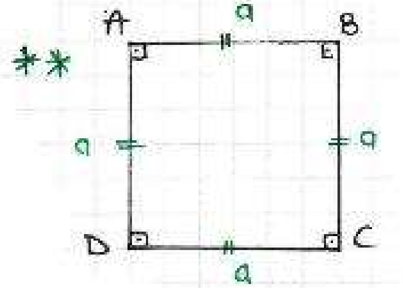
→ Karede köşegen simetri eksenidir.

$\boxed{|EA| = |EC|}$





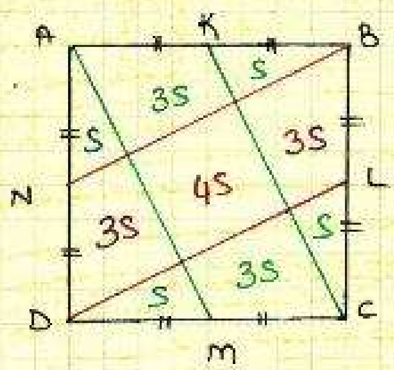
$a^2+c^2=b^2+d^2$	$a^2+d^2=b^2+c^2$



* Ç(ABCD) = 4.a (Dört kenar toplamı)

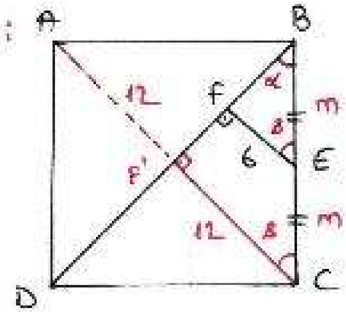
* A(ABCD) = $a.a = a^2$

⚠ DİKKAT:



K,L,M,N karenin orta noktaları.

Örnek:



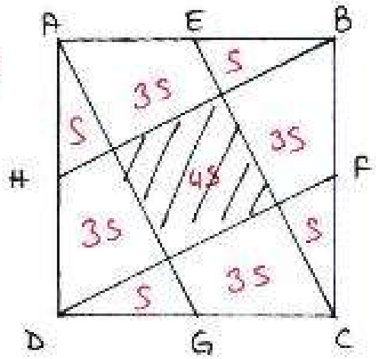
ABCD kare.

$|FE| = 6 \quad |BD| = ?$

$\overset{\triangle}{BFE} \sim \overset{\triangle}{BF'C} \rightarrow \frac{m}{2m} = \frac{6}{|F'C|} \rightarrow 12$

$|AC| = |BD| = 12 + 12$
$= 24$

Örnek:



ABCD kare ve E, F, G, H orta noktalar.

$A(ABCD) = 8 \text{ br}^2$ ise taralı alan kaçtır?

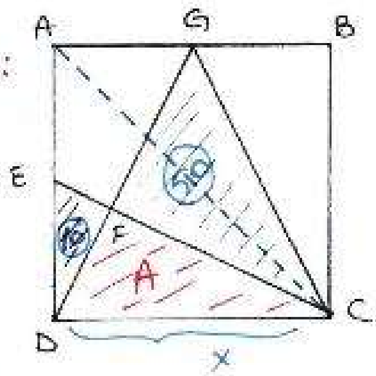
$A(ABCD) = 20S = 8$

$S = \frac{8:4}{20:4} \rightarrow \frac{2}{5}$

Taralı Alan

$4S = 4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

Örnek:



ABCD kare.

$A(\overset{\triangle}{EFD}) = 10 \text{cm}^2$

$A(\overset{\triangle}{FCG}) = 50 \text{cm}^2$

$|AE| = |ED|$

Karenin bir kenarı kaç cm?

[AC] köşegeni ile;

$A(\overset{\triangle}{ADC}) = 2 \cdot (10 + A)$ (Karenin yarısı)

$A(ABCD) = 4 \cdot (10 + A)$ (〃 tamamı)

$A(\overset{\triangle}{DGC}) = (50 + A)$

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{DGC}) = 2(50 + A)$

$2 \cdot (50 + A) = 4 \cdot (10 + A)$

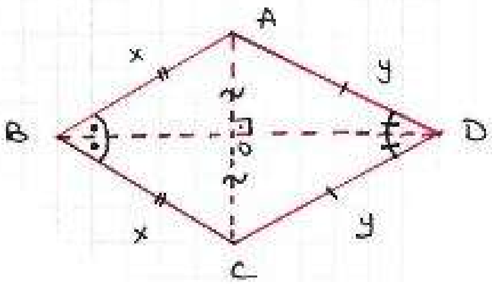
$A = 30$

$A(ABCD) = 2 \cdot (50 + 30) = x^2$

$160 = x^2 \rightarrow x = 4\sqrt{10}$

~ DELTOİD ~

Tabanı ortak olan iki farklı ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgene deltoid denir.



→ $|AB| = |BC|$ $|AD| = |DC|$

→ $m(A\hat{B}D) = m(D\hat{B}C)$

→ $[BD]$ köşegeni B ve D'nin açıortayıdır.

→ $|AO| = |OC|$

→ $Ç(ABCD) = 2x + 2y$

→ $A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

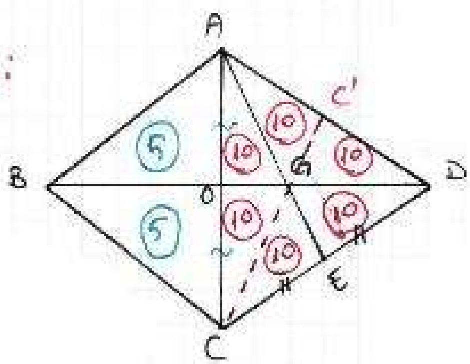
→ $A(A\hat{B}D) = A(B\hat{C}D) = \dfrac{A(ABCD)}{2}$

DİKKAT:

$|BO| \neq |OD|$

$m(\hat{B}) \neq m(\hat{D})$

Örnek:



ABCD deltoid.

$|CE| = |DE|$

$A(G\hat{D}E) = 10br^2$

$A(A\hat{B}G) = 15br^2$

$A(ABCD) = ?$

① → "G" ağırlık merkezi olduğu için CC' ek çizimi ile tüm alanlar $10br^2$ olur.

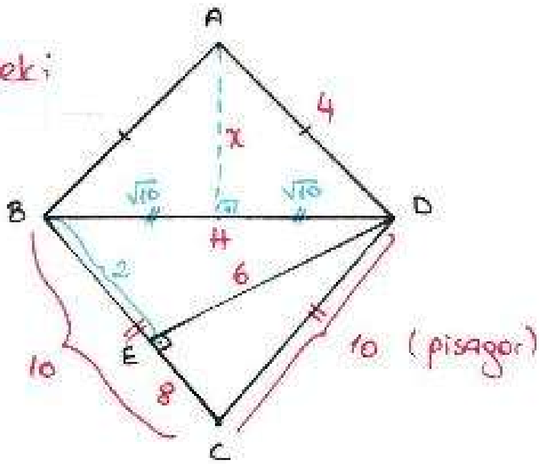
② → $A(A\hat{B}G) = 15br^2$ 10 - 5 şeklinde parçalandı.

③ → Tüm Alan =

$= 6 \cdot 10 + 2 \cdot 5$

$= 70br^2$ //

örnek:



ABCD deltoid. $[DE] \perp [BC]$

$|EC| = 8 \quad |AD| = 4$

$|DE| = 6$

$A(ABCD) = ?$

$(\overset{\triangle}{BED})$ için pisagor yapılırsa;

$2^2 + 6^2 = |BD|^2$

$40 = |BD|^2$

$|BD| = 2\sqrt{10}$

$(\overset{\triangle}{AHD})$ için pisagor yapılırsa;

$x^2 + (\sqrt{10})^2 = 4^2$

$x^2 = 6$

$x = \sqrt{6}$

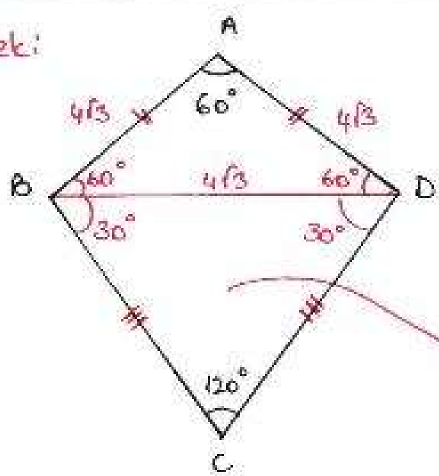
$\Rightarrow \quad A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{BCD})$

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \dfrac{\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{15}$

$A(\overset{\triangle}{BCD}) = \dfrac{6 \cdot 10}{2} = 30$

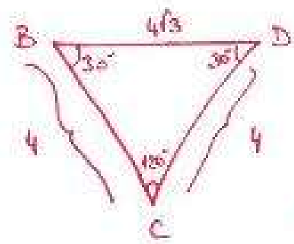
$A(ABCD) = 2\sqrt{15} + 30$ //

örnek:



$|AD| = 4\sqrt{3}$ ise

$|CD| = ?$



$120° \rightarrow 4\sqrt{3}$

$30° \rightarrow 4$

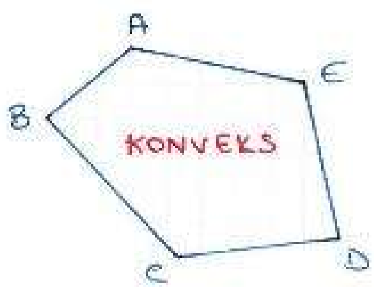
$|CD| = 4$ //

~ ÇOKGENLER ~

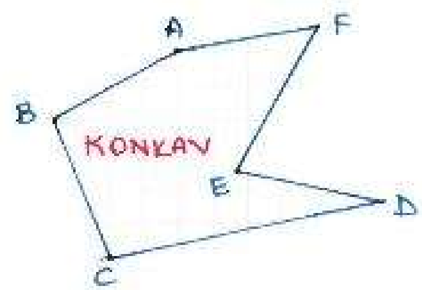
→ Doğrusal olmayan en az 3 ve daha fazla noktanın birleştirilmesiyle oluşan kapalı geometrik cisimlere çokgen denir.

→ Çokgenler kenar sayılarına göre isimlendirilir.

→ Çokgenlerin kenar sayıları iç açı ve dış açı sayılarına eşittir!



Dış Bükey Çokgen



İç Bükey Çokgen

Çokgenler için;

Kenar sayısı n olan bir dış bükey için; $(n \geq 3)$

→ İç açıları toplamı; $(n-2).180^\circ$

→ Dış açıları toplamı; 360°

→ Bir çokgenin çizilebilmesi için; $(2n-3)$ tane bağımsız elemanı olmalıdır. En çok $(n-1)$ tanesi açı, en az $(n-2)$ tanesi uzunluktur.

→ Bir köşesinden $(n-3)$ tane köşegen geçer.

→ Köşegenler çokgeni $(n-2)$ üçgensel bölgeye ayırır.

→ Köşegen sayısı; $\dfrac{n.(n-3)}{2}$ ile bulunur.

Örnek: İç açıları toplamı 1080° olan bir çokgenin;

a) Kenar sayısı kaçtır?

$(n-2) \cdot \cancel{180} = \cancel{1080}$ $\quad (n-2) = 6 \quad n = 8$ 'dir.

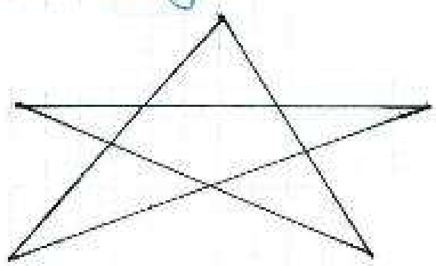
b) Kaç köşegeni vardır?

$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{8 \cdot (8-3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$

c) Dış açılar toplamı kaçtır?

" 360° "

* Yıldızlı Çokgen

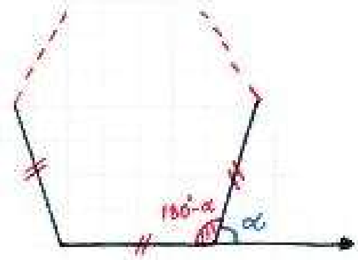


→ Yıldızlı çokgenin iç açıları toplamı $(n-4) \cdot 180°$ dir.

→ Konveks bir çokgenin kenarlarının uzatılması ile oluşur.

~Düzgün Çokgenler~

İç açıları ve kenar uzunlukları eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.



Bir dış açısının ölçüsü;

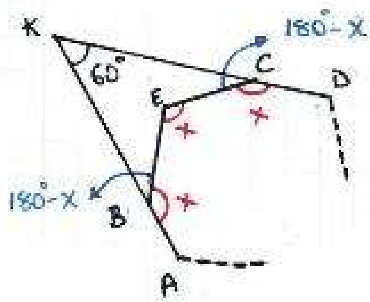
* $360°/n$

Bir iç açısının ölçüsü;

* $180° - 360°/n$

* Düzgün çokgenler kenarlarının sayısına göre isimlendirilirler. (Beşgen, altıgen, sekizgen ...)

Örnek:



ABECD.... düzgün çokgen. m(BK̂C) = 60° ise düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?

$180° - x + 180° - x + 60° = x$

$3x = 420°$

$x = 140°$ (iç açısı)

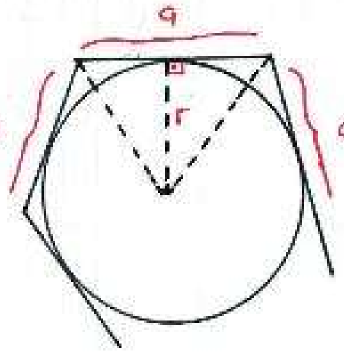
$180° - 140° = 40°$ dış açısı

$\frac{360°}{n} = 40°$

$n = 9$

→ Düzgün Çokgende Alan:

1-)

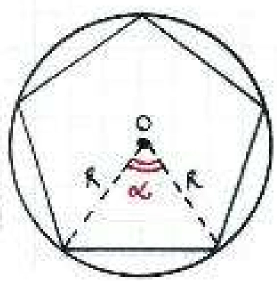


★ Çokgenin çevresi ve iç teğet çemberinin yarıçapı biliniyorsa;

$$\boxed{\text{Alan} = \frac{n.a.r}{2}}$$

$$u = \frac{\text{Çevre}}{2} \longrightarrow \boxed{\text{Alan} = u.r}$$

2-)



★ Çokgenin çevrel çemberinin yarıçapı biliniyorsa;

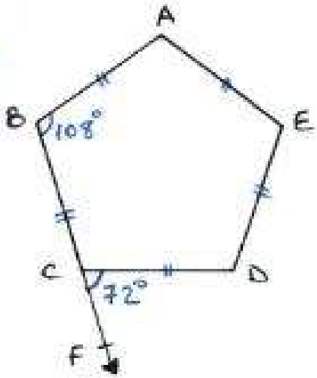
$$\boxed{\text{ALAN} = \frac{n.R^2.\sin\alpha}{2} \quad \left(\alpha = \frac{360^\circ}{n}\right)}$$

Örnek: Bir düzgün onikigenin çevrel çemberinin yarıçapı 6 br ise alanını bulunuz.

$$n = 12 \longrightarrow \alpha = \frac{360}{12} = 30^\circ$$

$$\text{Alan} = \frac{12.6^2.\sin 30^\circ}{2} = \frac{12.36.\,1/2}{2} = \frac{12.36}{4} = 108 \text{ br}^2$$

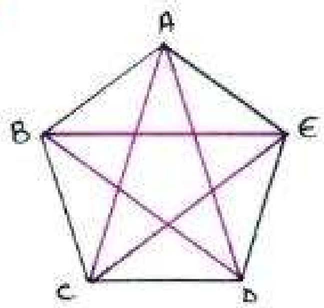
* Düzgün Beşgen :



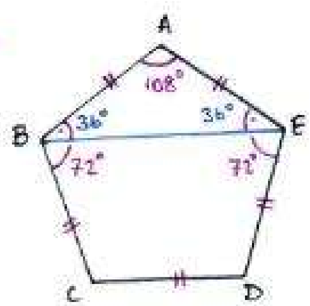
ABCDE düzgün beşgen.

* $\frac{360}{n} = \frac{360}{5} = 72°$ dış açısı

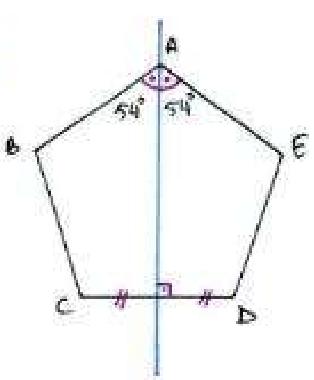
* $180° - 72° = 108°$ iç açısı



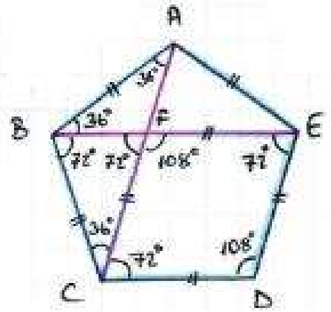
Tüm köşegenler uzunlukları birbirine eşittir.



Köşegenler ikizkenar üçgen oluştururlar.

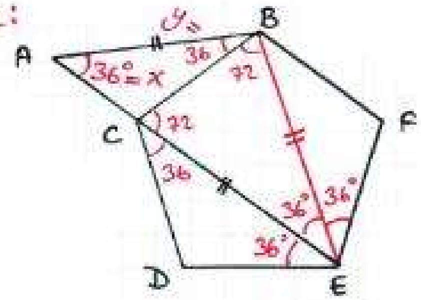


Kenar sayısı tek olan düzgün çokgenlerde bir köşeden karşı kenara çizilen dikme, açıyı iki eş parçaya böler.



(FEDC) eşkenar dörtgen.

Örnek:



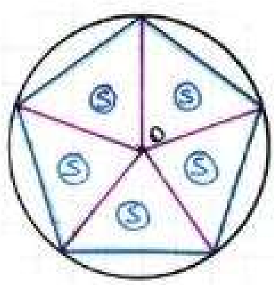
$|AB| = |CE|$

BCDEF düzgün beşgen.

$m(B\hat{A}C) = ?$ $x = 36°$

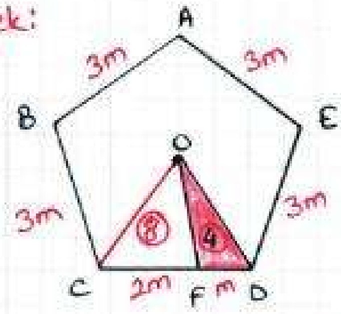
$m(A\hat{B}C) = ?$ $y = 36°$

* [BE] ek çizim



O noktası çevrel çemberin merkezidir.

Örnek:



ABCDE düzgün beşgen.

$A(O\hat{F}D) = 4 \text{ br}^2$

$|AB| = 3|FD|$

$A(ABCDE) = ?$

* [OC] ek çizim.

m kenara $\longrightarrow$ 4 br^2

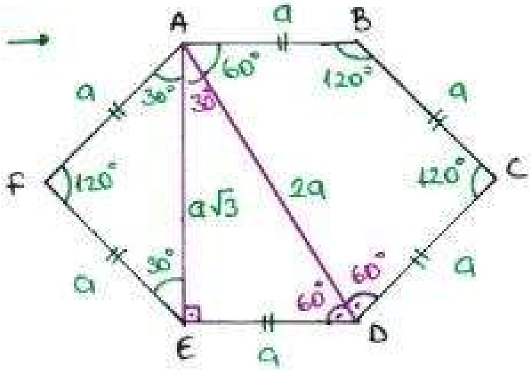
2m kenara $\longrightarrow$ 8 br^2

$A(O\hat{C}D) = 12 \text{ br}^2$

$A(ABCDE) = 5 . 12$

$= 60 \text{ br}^2$

★ Düzgün Altıgen

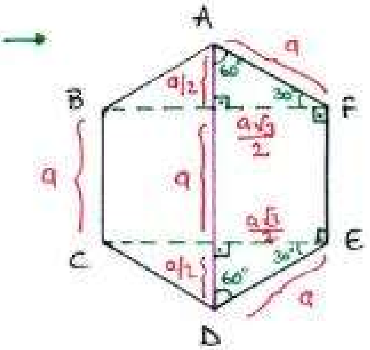


ABCDEF düzgün altıgen

★ $\frac{360}{n} = \frac{360}{6} = 60°$ dış açısı

★ $180° - 60° = 120°$ iç açısı

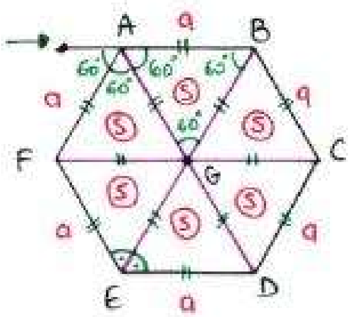
★ iç açıları toplamı $= 720°$



$|BF| = a\sqrt{3} = |CE|$

$|AD| = 2a$

DİKKAT: Düzgün altıgende $30°-60°-90°$ üçgenleri bulunur.

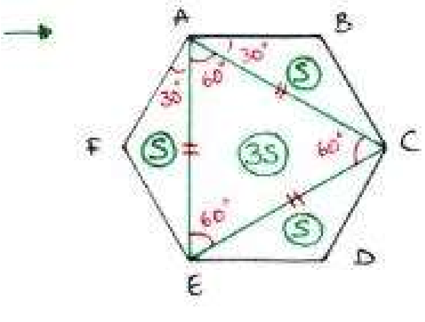


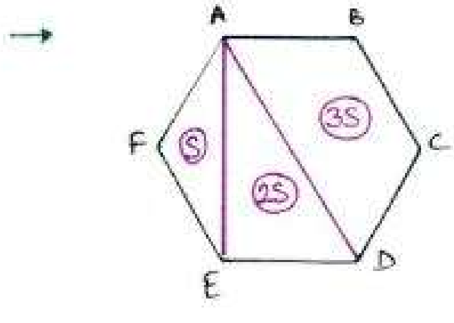
$(A\hat{B}G)$ eşkenar üçgen.

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

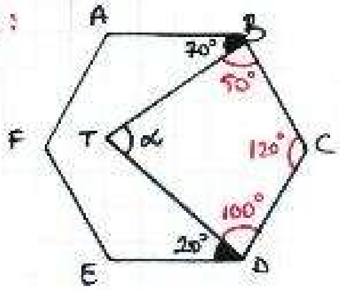
$$\text{Alan} = 6.S$$

$$\text{Alan} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$





Örnek:



ABCDEF düzgün altıgen.

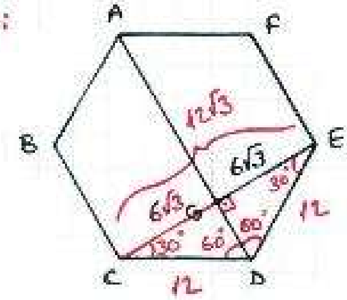
$\alpha = ?$

$120° + 50° + 100° + x = 360°$

$270° + x = 360°$

$x = 90°$

Örnek:

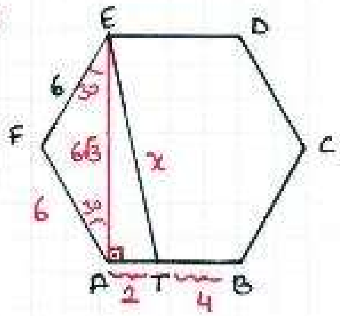


$A(ABCDEF) = ?$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{12^2\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}\ br^2$

$6S = A(ABCDEF) = 6 \cdot 36\sqrt{3} = 216\sqrt{3}\ br^2$

Örnek:



ABCDEF düzgün altıgen

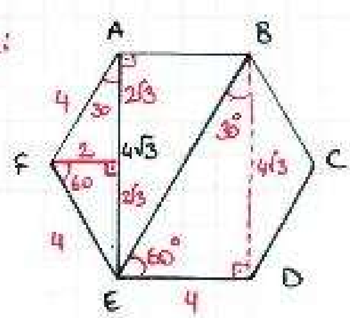
$2|AT| = |TB|$

$|FE| = 6 \quad |ET| = ?$

$x^2 = (6\sqrt{3})^2 + 2^2$

$x^2 = 108 + 4 = 112 \quad x = \sqrt{112}$

Örnek:



$A(BCDE) - A(\overset{\triangle}{AFE}) = ?$

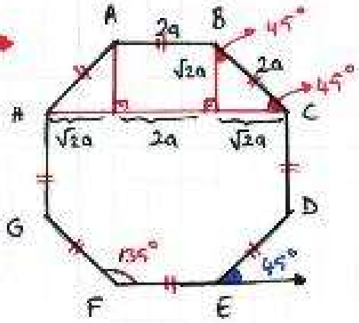
$A(BCDE) = A(\overset{\triangle}{BED}) + A(\overset{\triangle}{BCD})$

$A(\overset{\triangle}{AFE}) = A(\overset{\triangle}{BCD})$

O halde sorulan $\Rightarrow$ $A(\overset{\triangle}{BED})$?

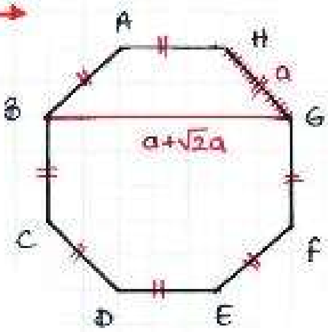
$A = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{3}$

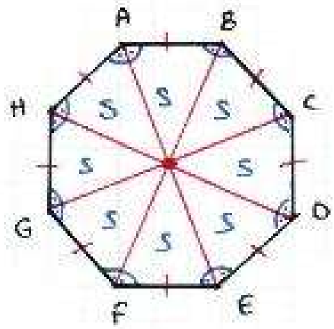
* Düzgün Sekizgen:

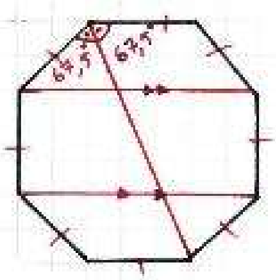


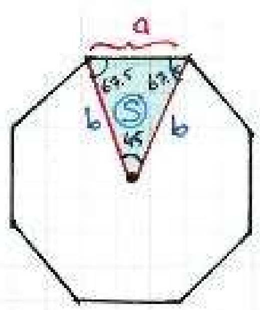
★ $\frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ dış açısı

★ $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ iç açısı



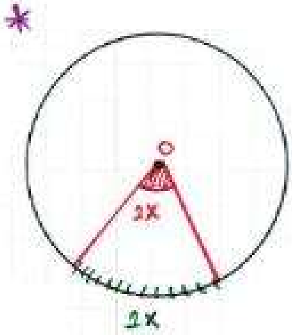


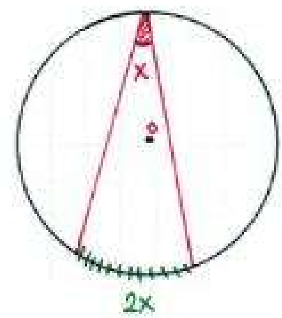


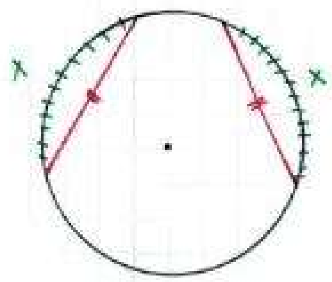


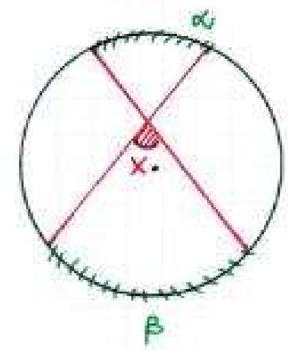
$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot b \cdot \sin 45^\circ$
$Alan = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot \sin 45^\circ$

* * *

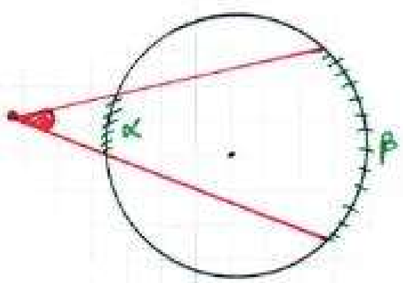




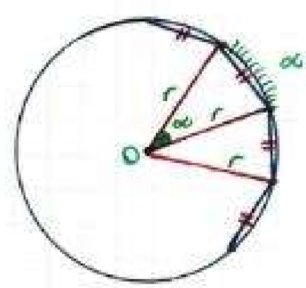




$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



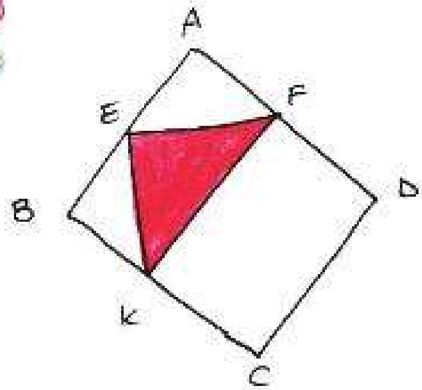
$$x = \frac{\beta - \alpha}{2}$$



NOT: Düzgün çokgende bir kenarı gören merkez açının ölçüsü ile çokgenin dış açısının ölçüsü eşittir!

TEST 2

1

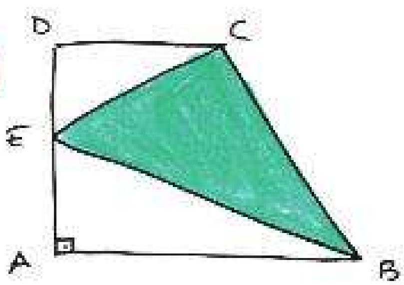


Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde E, F, K bulundukları kenarların orta noktalarıdır.

Buna göre, $\frac{A(\widehat{EFK})}{A(ABCD)}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{8}$ E) [illegible]

2



ABCD bir dik yamuk

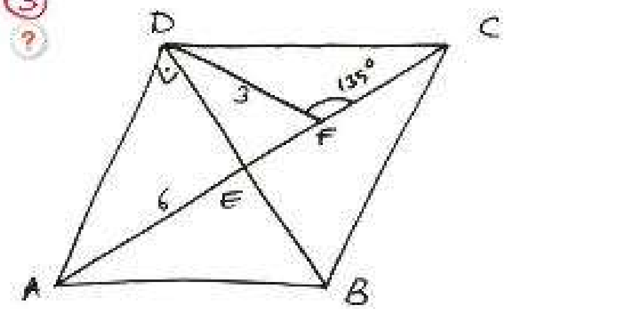
$|DC| = 4br$ $|AB| = 9br$ $|BC| = 13br$

$|EA| = 2|DE|$

$A(\widehat{BEC}) = ?$

A) 18 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

3

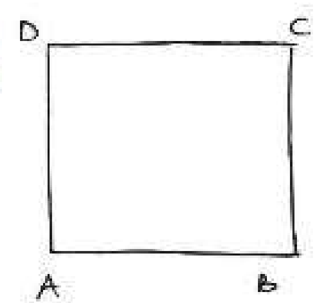


ABCD paralelkenarında $|AE| = 6br$ $|DF| = 3br$ $m(\widehat{DFC}) = 135°$ olduğuna göre, paralelkenarın alanı kaç birim karedir?

A) $9\sqrt{2}$ B) $12\sqrt{2}$ C) $15\sqrt{2}$

D) $16\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{2}$

4

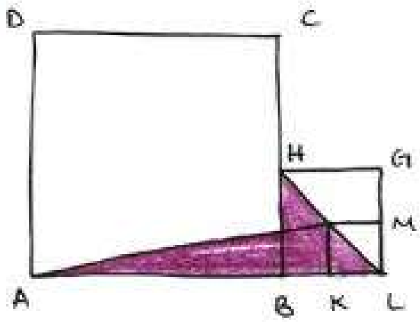


Bir kenar uzunluğu 3cm olan ABCD karesi B köşesi etrafında saat yönünde 120° döndürülerek A'B'C'D' karesi elde ediliyor.

$|DD'| = ?$

A) $2\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $8\sqrt{3}$

5

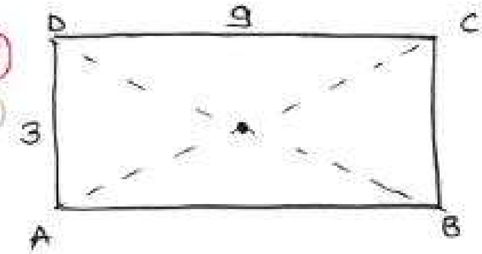


Yukarıda kenar uzunlukları sırasıyla 4, 2, 1 birim olan ABCD, BLGH, KLMN kareleri verilmiştir.

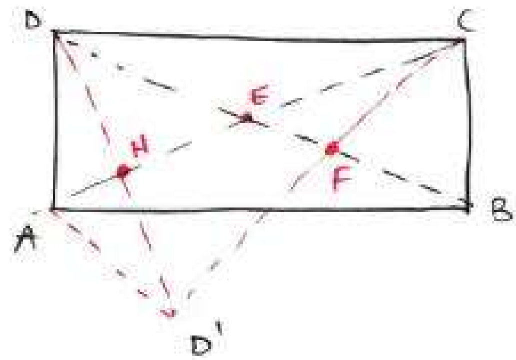
Buna göre, taralı alan kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{4}$ B) 3 C) $\frac{17}{2}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{9}{2}$

6



Şekildeki ABCD dikdörtgeninde ACD üçgeni AC köşegeni boyunca katlanıyor.

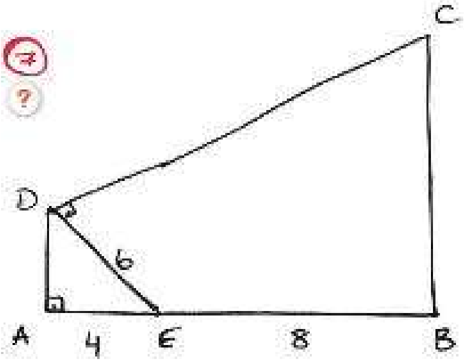


Bu durumda D'HEF dörtgeninin alanı kaç cm^2 olur?

A) 25 B) $\frac{621}{25}$ C) $\frac{511}{20}$

D) 26 E) $\frac{531}{5}$

7



ABCD dik yamuk

$CD \perp DE$

$|DE| = 6$ br

$|AE| = 4$ br

$|EB| = 8$ br

Verilenlere göre $|CD|$ kaç br dir?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

8

ABCD eşkenar dörtgenin [BC] kenarı üzerinde bir E noktası ve [ED] üzerinde bir F noktası alınıyor.

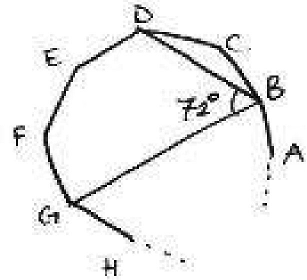
$|DF| = |BF|$, $|EF| = |BE|$

$m(\widehat{BCD}) = 60°$

$m(\widehat{DFA}) = ?$

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 70

9

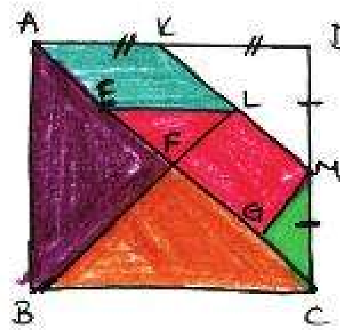


ABCDEFGH .... bir düzgün çokgen

$m(\widehat{GBD}) = 72°$ olduğuna göre çokgenin kenar sayısı kaçtır?

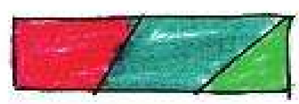
A) 15 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

10



Şekil I

$|AE| = |EF| = |FG| = |GC|$ $|KL| = |LM|$

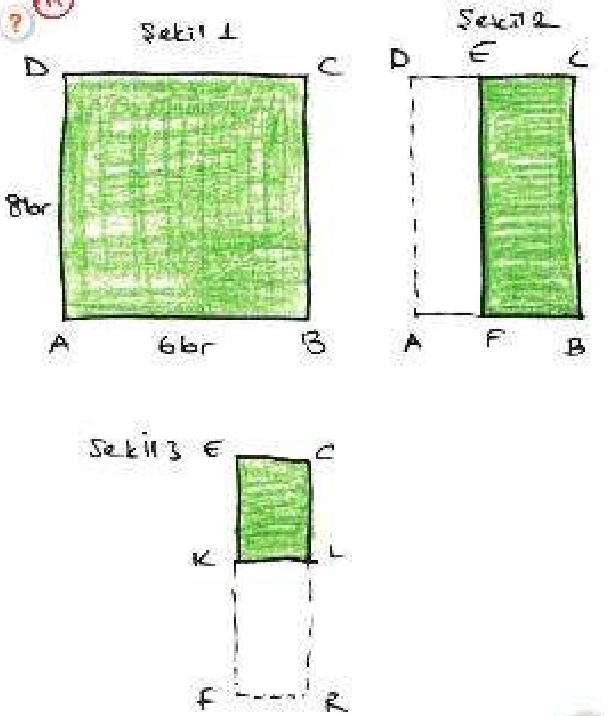


Şekil II

Şekil I'den bazı parçalar kesilerek Şekil II'deki dikdörtgen oluşturuluyor. Dikdörtgenin alanı karedeki mor alanın kaç katıdır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

11



Şekil 1'de dikdörtgen şeklinde bir kağıt verilmiştir.

$|AB| = 6$br ve $|AD| = 8$br

Şekil 2'de AD kenarı CB kenarının üzerine katlanmış, Şekil 3'te de FB kenarı EC kenarı üzerine katlanmıştır. Buna göre, açılan kağıttaki kat izlerinin toplam uzunluğu kaç br?

A) 11 B) 14 C) 15 D) 17 E) 18

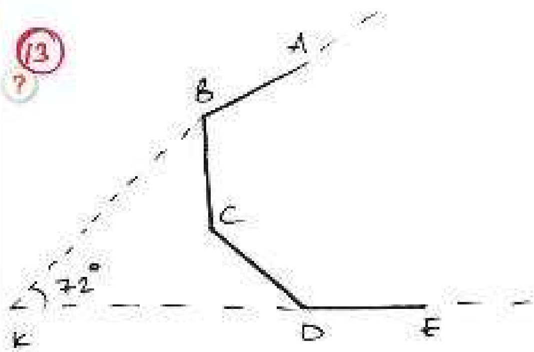
12

Düzgün bir çokgenin bir iç açısının ölçüsü bir dış açısının ölçüsünün 3 katından 20° fazladır.

Buna göre bu çokgenin köşegen sayısı kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 15 D) 24 E) 27

13



Verilen ...ABCDE... bir düzgün çokgendir. $D \in [KE]$ $B \in [KA]$

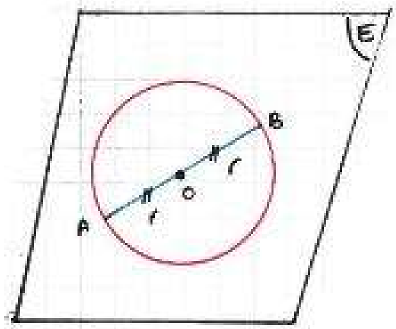
$m(\widehat{DKB}) = 72°$

Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 36 E) 40

~ ÇEMBER ~

Düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların oluşturduğu kümeye çember denir.

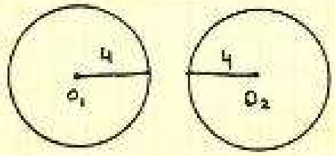


O: merkez

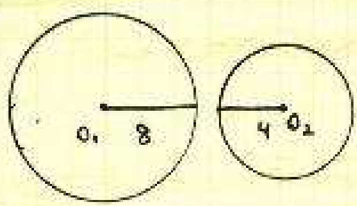
[AB] = çap → "R"

[OB] = [AO] = yarıçap → "r"

NOT:

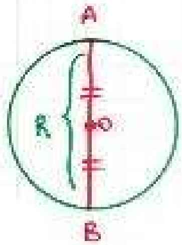


Yarıçapları eş olan çemberler EŞ çemberlerdir!



Yarıçapları eş olmayan diğer çemberler BENZER çemberlerdir!

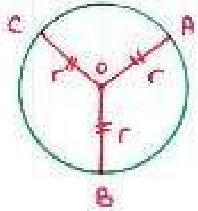
* Çap: Çemberin merkezinden geçen ve çemberi iki eş parçaya bölen doğru parçasıdır.



[AB] → ÇAP

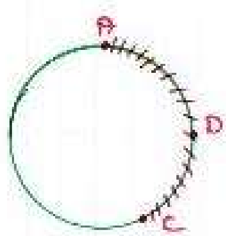
|AB| = R

* Yarıçap: Merkezden çemberdeki herhangi bir noktaya çekilmiş doğru parçasına denir.



|OA| = |OB| = |OC| = r

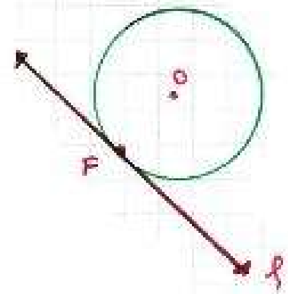
* Yay: Çemberde iki nokta arasında kalan parçaya yay denir.



ADC yayı → $\overset{\frown}{ADC}$ şeklinde gösterilir.

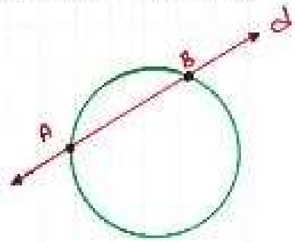
* $m(\overset{\frown}{ADC})$ ise yayın ölçüsünü belirtir.

* Teğet: Çemberin tek bir noktasına değen doğruya denir.



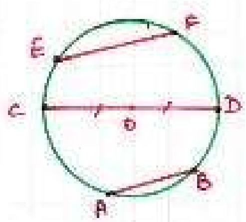
* ℓ doğrusu F noktasında çembere teğettir.

* Kesen: Çemberin herhangi iki noktasını kesen doğru parçasına denir.



* d doğrusu A ve B noktalarında çemberi kesmiştir.

* Kiriş: Çember üzerinde bulunan iki noktayı birleştiren doğru parçasına denir.

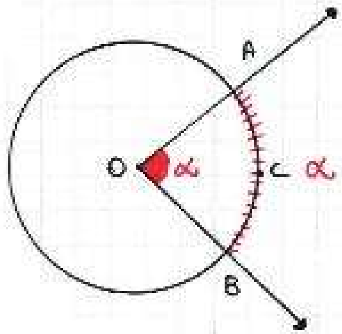


* [EF], [AB], [CD] kiriştir.

* [CD] çaptır.

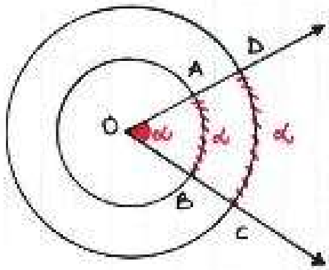
~ÇEMBERDE AÇI~

Merkez Açı:



Köşesi çemberin merkezinde olan açıya merkez açı denir. Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir!

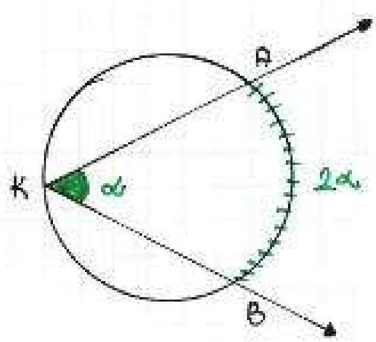
$$\boxed{m(\widehat{AOB}) = m(\overset{\frown}{ACB})}$$



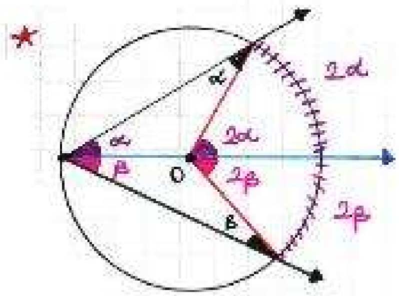
$$\boxed{m(\hat{O}) = m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{DC}) = \alpha}$$

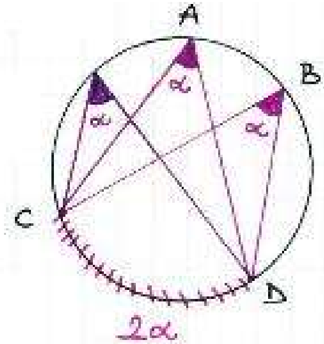
NOT: Merkez açının kolları YARIÇAPTIR!

Çevre Açı:



Köşesi çember üzerinde bulunan ve kolları çemberi iki noktada kesen açıya çevre açı denir. Çevre açının gördüğü yayın ölçüsü kendi ölçüsünün 2 katıdır!

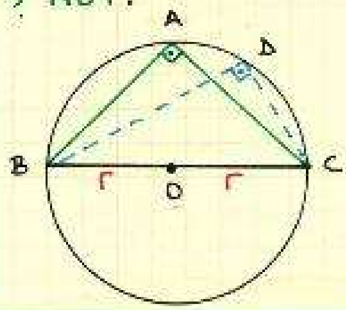




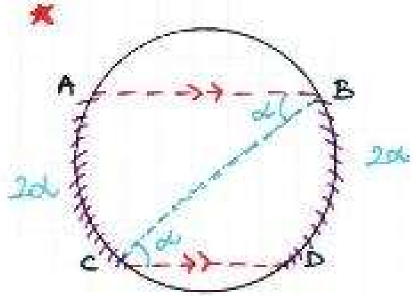
→ Aynı yayı gören çevre açı ölçüsü, merkez açı ölçüsünün yarısıdır.

→ Aynı yayı gören çevre açılar birbirine eşittir.

NOT:

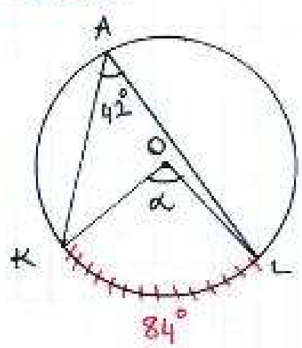


→ Çapı gören çevre açının gördüğü yay ölçüsü 180° olduğu için; çapı gören çevre açı 90°'dir.



→ Paralel kirişler arasında kalan yayların ölçüleri birbirine eşittir.

Örnek:



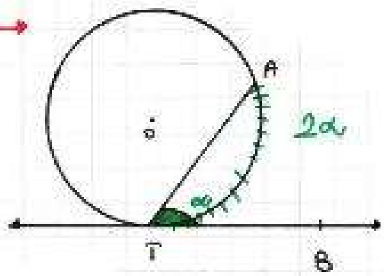
$\alpha = ?$

$m(K\hat{A}L)$ çevre açı olduğu için; $m(\overset{\frown}{KL}) = 42 \cdot 2 = 84^\circ$

$m(K\hat{O}L)$ merkez açı olduğu için; $m(\overset{\frown}{KL}) = m(K\hat{O}L)$

$\alpha = 84^\circ$

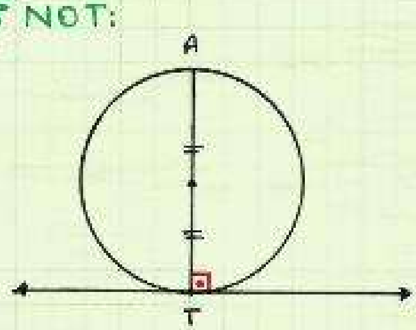
* Teğet - Kiriş Açı:



Teğet ile teğetin değdiği noktadan geçen kirişin oluşturduğu açıya **teğet-kiriş açı** denir.

$$\boxed{m(\widehat{ATB}) = \frac{m(\overparen{AT})}{2}}$$

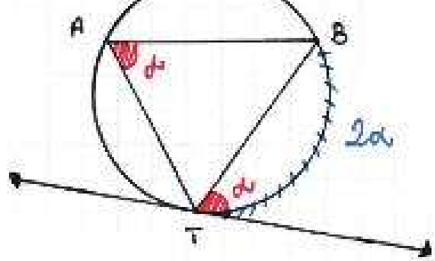
NOT:



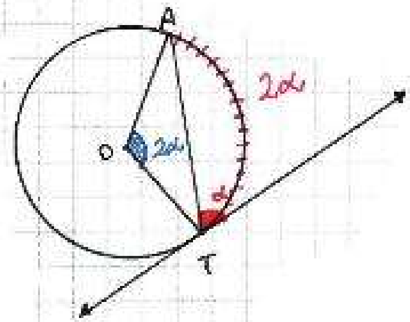
$|AO| = |OT| = r$

$|AT|$ çap olmak üzere;

çap ile teğetin oluşturduğu açı $\longrightarrow$ 90° dir!

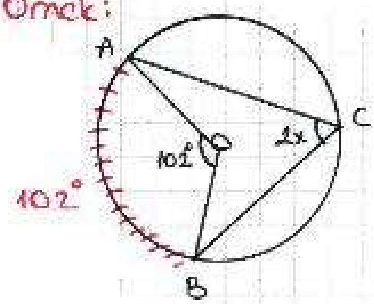


Aynı yayı gören teğet-kiriş açı ile çevre açı ölçüleri eşittir!



Aynı yayı gören teğet-kiriş açının ölçüsü merkez açının ölçüsünün yarısıdır.

Örnek:



O merkez.

$m(A\hat{O}B) = 102°$

$m(A\hat{C}B) = 2x$

$x = ?$

O → merkez

$m(\widehat{AB}) = 102°$ merkez açı

$m(A\hat{C}B)$ → çevre açı

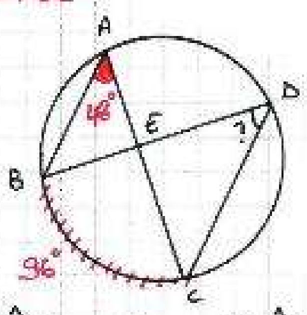
$m(A\hat{C}B) = 2x$ ise

$m(\widehat{AB}) = 4x$ 2 katı

→ $m(\widehat{AB}) = 102° = 4x$

$x = 25{,}5°$ //

Örnek:

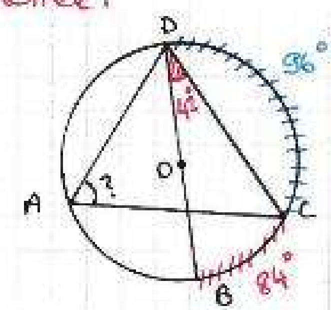


$m(B\hat{A}C) = 48°$ $m(B\hat{D}C) = ?$

$m(B\hat{D}C)$ çevre açı

$m(B\hat{D}C) = \frac{96}{2} = 48°$ //

Örnek:



O merkez olduğu için $m(\widehat{DB}) = 180°$

$180° - 84° = 96°$ → $m(\widehat{DC})$

O: merkez

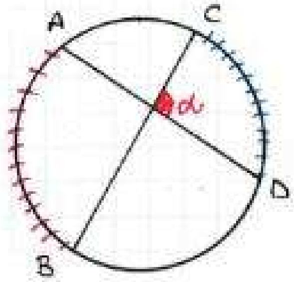
$m(B\hat{D}C) = 42°$

$m(D\hat{A}C) = ?$

$\frac{m(\widehat{DC})}{2} = m(D\hat{A}C)$

$\frac{96°}{2} = 48°$ //

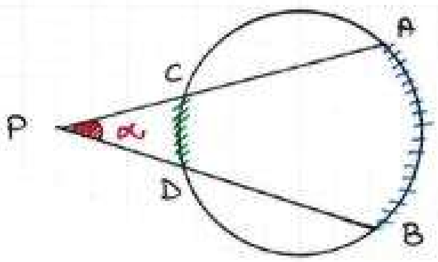
* İç Açı:



Köşesi çemberin iç kısmında olup, kesişen iki kirişin oluşturduğu açıya iç açı denir.

$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{CD}) + m(\overset{\frown}{AB})}{2}$$

* Dış Açı:



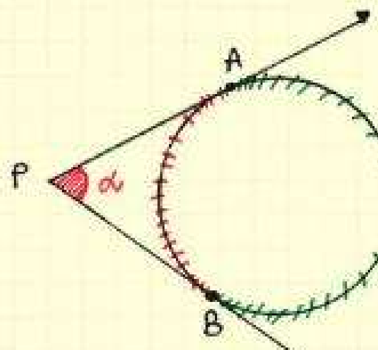
Köşesi çemberin dışında bulunan, iki kesenin oluşturduğu açıya dış açı denir.

$$\alpha = \frac{|m(\overset{\frown}{AB}) - m(\overset{\frown}{CD})|}{2}$$

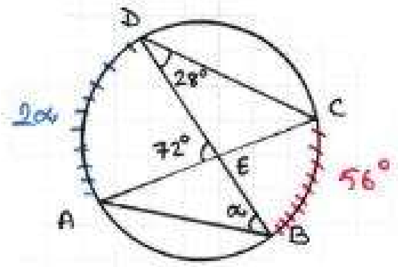
⚠ DİKKAT:

Dış açının kolları eğer çembere teğetse;

$$\alpha + m(\overset{\frown}{AB}) = 180^\circ$$



Örnek:



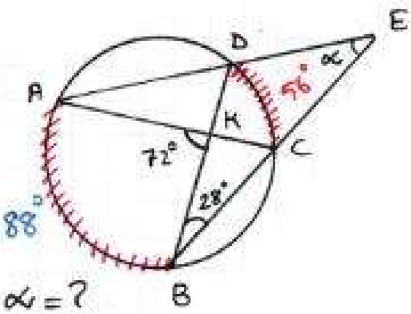
$\alpha = ?$

$72 = \dfrac{56 + 2\alpha}{2}$ (iç Açı Kuralı)

$144 = 56 + 2\alpha$

$2\alpha = 88° \longrightarrow \alpha = 44°$ //

Örnek:

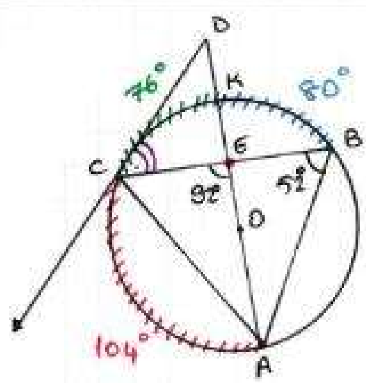


$\alpha = ?$

$\alpha = \dfrac{88 - 56}{2}$ (Dış Açı Kuralı)

$\alpha = \dfrac{32°}{2} = 16°$ //

Örnek:



$m(D\hat{C}B) = ?$

① $\longrightarrow \underbrace{m(C\hat{E}A)}_{92°} = \dfrac{104° + m(\widehat{KB})}{2}$ (iç Açı)

$184° = 104° + m(\widehat{KB})$

$m(\widehat{KB}) = 80°$

② $\longrightarrow$ [AK] : çap

$m(\widehat{KCA}) = 180°$

$m(\widehat{CK}) = 180° - 104°$

$= 76°$

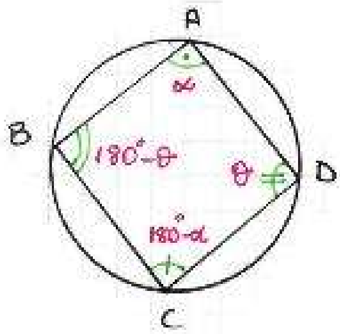
③ $\longrightarrow$ $m(D\hat{C}B) \longrightarrow$ teğet-kiriş açı

$m(D\hat{C}B) = \dfrac{m(\widehat{BC})}{2}$

$= \dfrac{76° + 80°}{2}$

$m(D\hat{C}B) = 78°$ //

KİRİŞLER DÖRTGENİ

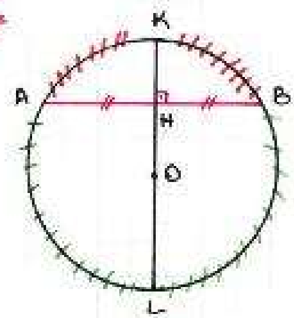


[AB] , [AD] , [DC] , [BC]

kiriş.

$$m(\hat{A}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$
$$m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

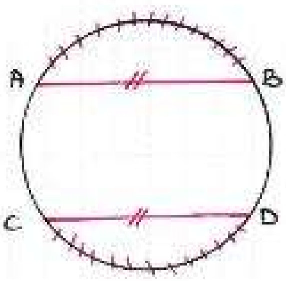
Kirişlerin Özellikleri :

* 

Merkezden kirişe inen dikme simetri ekseni̇dir.

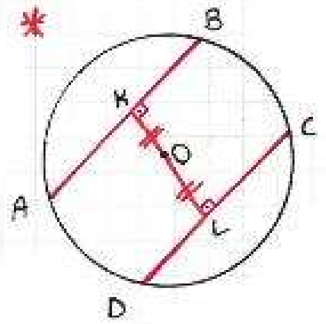
$|AH| = |HB|$ $[KL] \perp [AB]$

$$m(\overset{\frown}{AK}) = m(\overset{\frown}{KB})$$
$$m(\overset{\frown}{AL}) = m(\overset{\frown}{BL})$$

* 

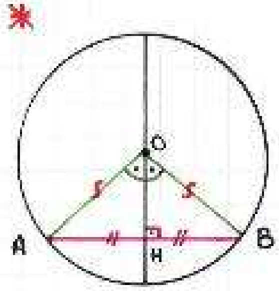
Eş kirişlerin gördükleri yay ölçüleri eşittir.

$$m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD})$$



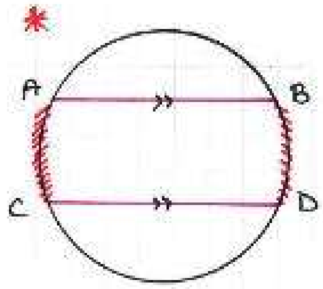
Merkezden eşit uzaklıkta bulunan kirişlerin boyları da eşittir.

$|AB| = |DC| \quad |OK| = |OL|$



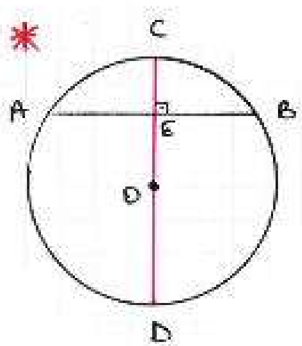
Oluşan $O\hat{A}B$ ikizkenar bir üçgendir.

Merkezden kirişe çekilen dik, kirişi iki eş parçaya böler.



Paralel kirişler arasında kalan yaylar birbirine eşittir.

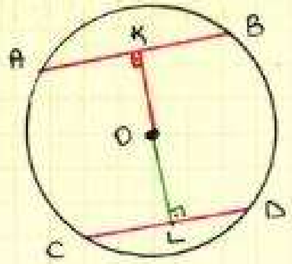
$[AB] \parallel [CD] \quad m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD})$



En uzun kiriş çaptır.

$[CD] =$ ÇAP

NOT:



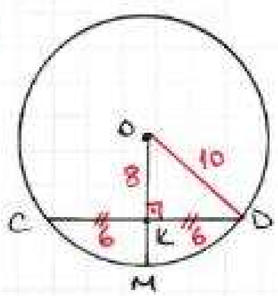
$|AB| > |CD| \Leftrightarrow |OK| < |OL|$

* Kiriş merkezden uzaklaştıkça boyu küçülür.

$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BD})$

$|AB| = |BD|$

Örnek!



O merkez. [CD] kiriş.

$|CD| = 12$ $|OK| = 8$ ise

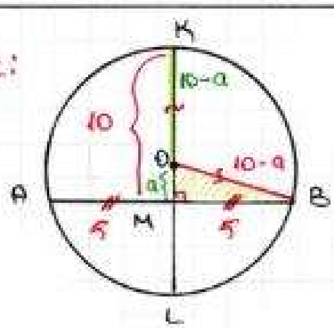
$|KM| = ?$

$|OM| = r = |OD| = 10$

$10 - 8 = 2 = |KM|$

* Merkezden inen, kirişi eş olarak ayırdı!

Örnek:



$|AB| = |KM| = 10$

Çemberin yarıçapı?

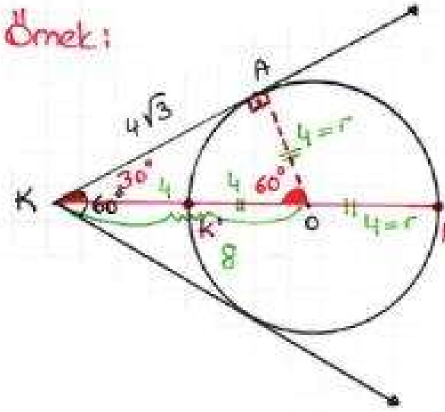
$(O\hat{M}B)$ pisagor; $a^2 + 5^2 = (10-a)^2$

$a^2 + 25 = 100 - 20a + \cancel{a^2}$

$20a = 75$

$a = 15/4$

Örnek:



K noktasının çembere olan en yakın ve en uzak mesafeleri toplamı kaçtır?

→ En kısa mesafe $|KK'|$: 4

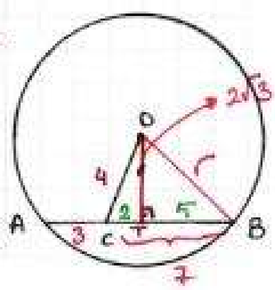
→ En uzun mesafe $|KK"|$: 12

$$\frac{+}{16}$$

** $(\overset{\triangle}{AKO})$ özel üçgen.

$60° \to 4\sqrt{3}$ $30° \to 4$ $90° \to 8$

Örnek:



O merkezli çember.

$|AC| = 3$ $|CB| = 7$ $|OC| = 4$

$r = ?$

$4^2 = 2^2 + |OT|^2$

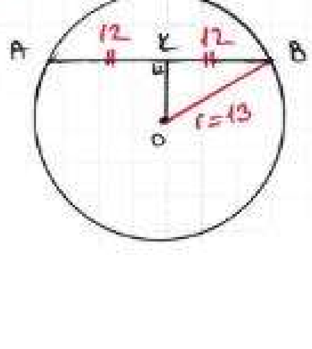
$|OT| = 2\sqrt{3}$

$(\overset{\triangle}{OTB})$ pisagor;

$(2\sqrt{3})^2 + 5^2 = r^2$

$12 + 25 = r^2$ $r = \sqrt{37}$ //

Örnek:



O merkezli çember.

Çemberin yarıçapı 13.

$|AK| = 4x - 3$ $|KB| = 3x + \frac{3}{4}$ $|OK| = ?$

$4x - 3 = 3x + \frac{3}{4}$

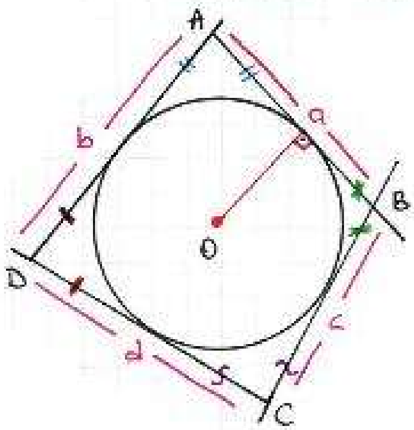
$x = \frac{15}{4}$

$|AK| = 4 \cdot \frac{15}{4} - 3 = 12$

5-12-13 üçgeni;

$|OK| = 5$ //

~TEĞETLER DÖRTGENİ~



* Kenarları bir çembere teğet olan dörtgendir.

* $a+d = b+c$

* $|a-b| = |c-d|$

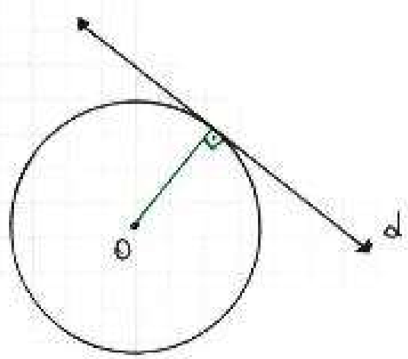
  $|a-c| = |d-b|$

* O merkezi açıortayların kesim noktasıdır.

* $A(ABCD) = (a+d) \cdot r = (b+c) \cdot r$

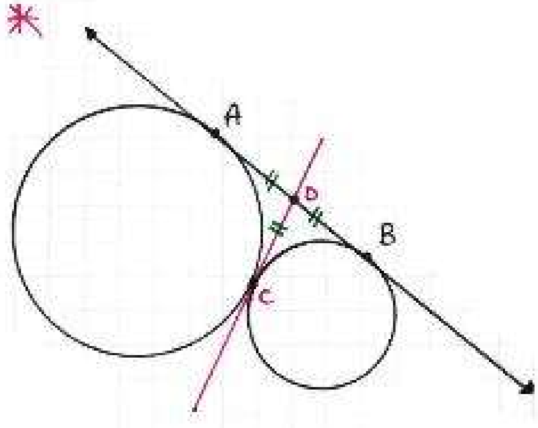
Teğetin Özellikleri:

*



Yarıçap teğet noktasına diktir!

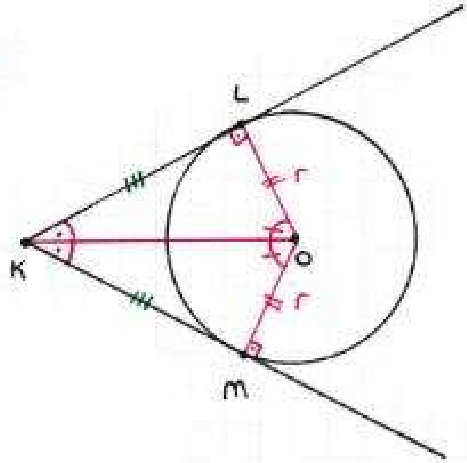
*



Çemberler "C" noktasında dıştan teğettir. AB doğrusu ortak dış teğettir.

$|AD| = |DB| = |DC|$

*



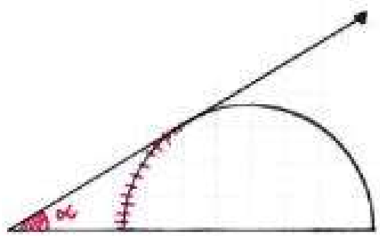
Çember dışında alınan bir noktadan çembere çizilen teğet uzunlukları birbirine eşittir.

→ $|KL| = |KM|$

→ $|OL| = |OM|$

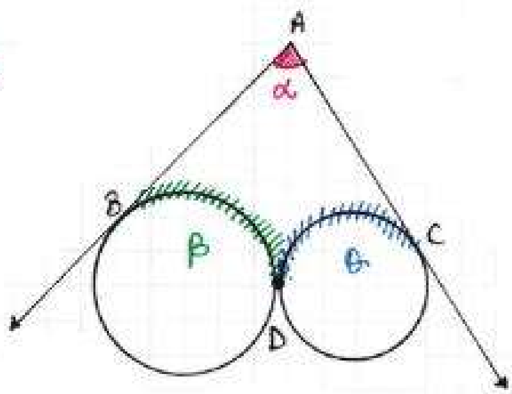
DİKKAT: [OK] açıortay!

*



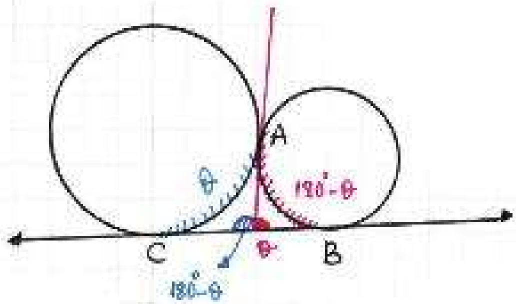
Yarım çember ve teğeti arasındaki açı ile yayın toplamı 90° dir.

*

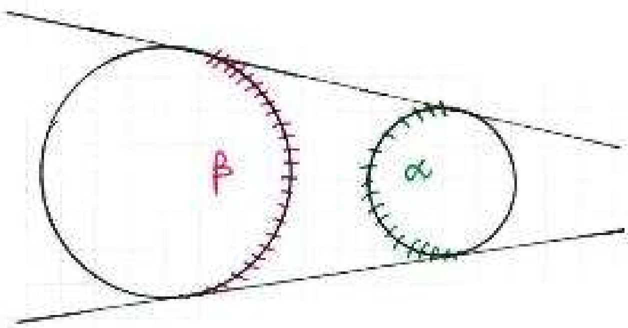


Teğetler arasında kalan açı ile yayların toplamı 360° dir.

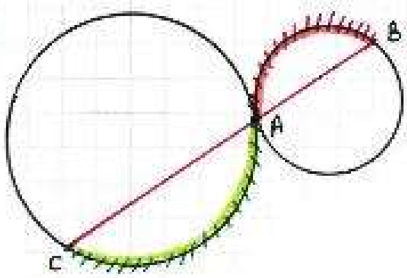
$$\alpha + \beta + \theta = 360°$$



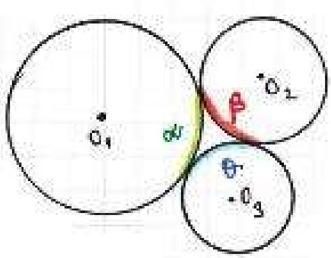
$$m(\widehat{AC}) + m(\widehat{AB}) = 180^\circ$$



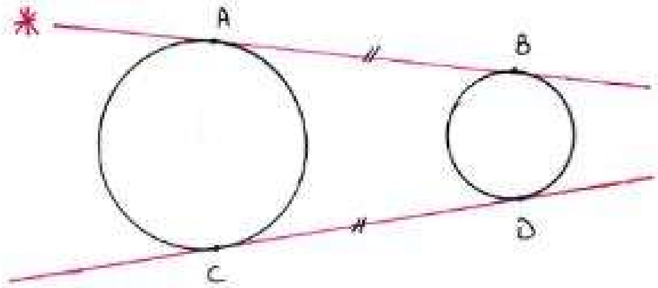
$$\alpha + \beta = 360^\circ$$



$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{AC})$$



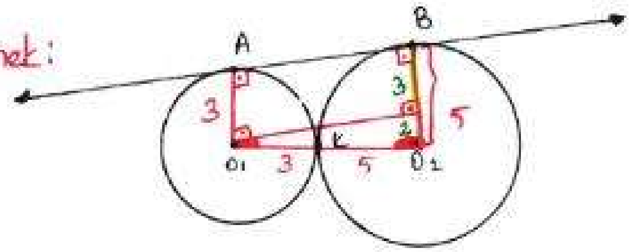
$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$



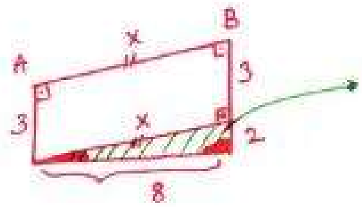
Çemberlerin ortak teğetleri eşittir.

$$\boxed{|AB| = |CD|}$$

Örnek:



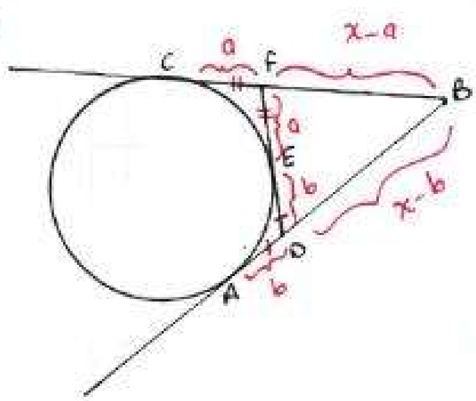
O_1, O_2 merkezli çemberler K noktasında teğet. O_1'in yarıçapı = 3, O_2'nin yarıçapı = 5 ise; $|AB| = ?$



Pisagor yapılırsa;

$8^2 = 2^2 + x^2 \longrightarrow x = 2\sqrt{15}$

Örnek:



$Ç(\overset{\triangle}{BFD}) = 18$

$|BC| = ?$

$|BC| = |BA| = x$

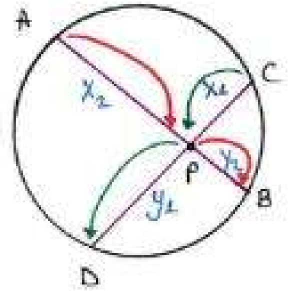
$Ç(\overset{\triangle}{BFD}) = \cancel{a} + \cancel{b} + x - \cancel{a} + x - \cancel{b} = 18$

$2x = 18$

$x = 9 = |BC|$

~ ÇEMBERDE KUVVET ~

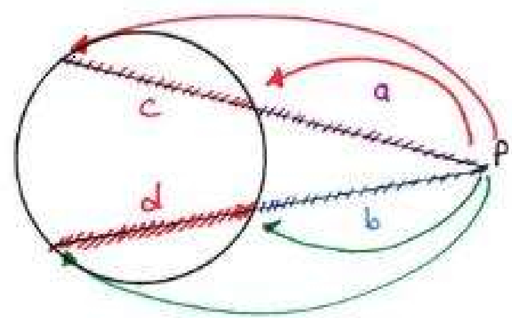
→ İç Kuvvet:



İki kirişin kesişmesiyle oluşur.

$$\boxed{x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2}$$

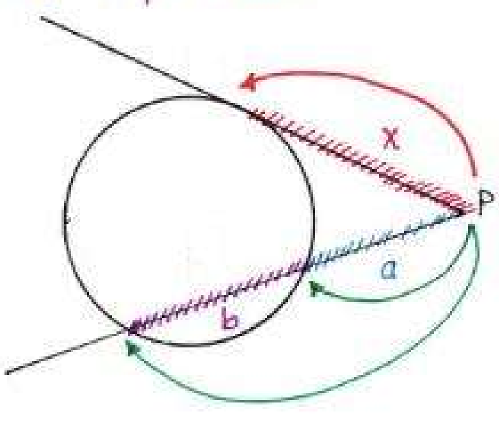
→ Dış Kuvvet:



İki kesenin dışarıda bir noktada birleşmesiyle oluşur.

$$\boxed{a \cdot (a+c) = b \cdot (b+d)}$$

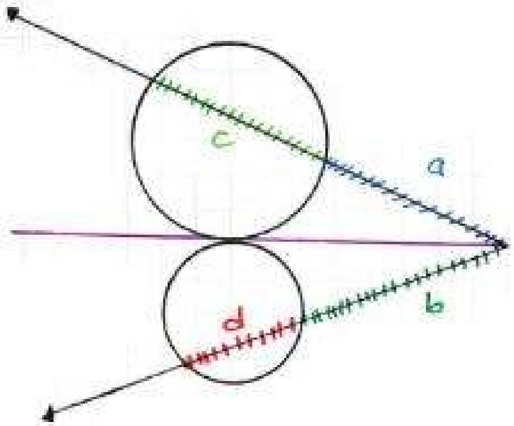
→ Teğet Kuvvet:



Bir teğet ve bir kesenin dışarıda bir noktada birleşmesi ile oluşur.

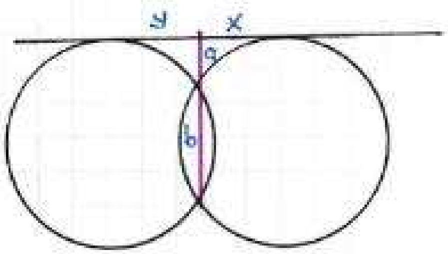
$$\boxed{x^2 = a \cdot (a+b)}$$

*



$$a(a+c) = b\cdot(b+d)$$

*

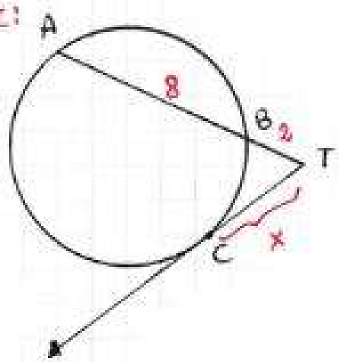


$$x^2 = a\cdot(a+b)$$

$$y^2 = a\cdot(a+b)$$

$$x = y$$

Örnek:



$|TB| = 2 \quad |AB| = 8$

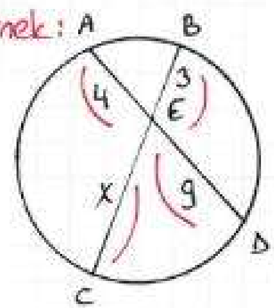
$|TC| = ?$

$x^2 = 2\cdot(2+8)$

$x^2 = 2\cdot 10$

$x = 2\sqrt{5}$ //

Örnek:



$|EC| = x = ?$

$4\cdot 9 = 3\cdot x$

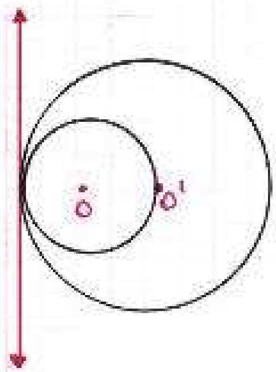
$36 = 3\cdot x$

$x = 12$ //

~ ÇEMBERLERİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI ~

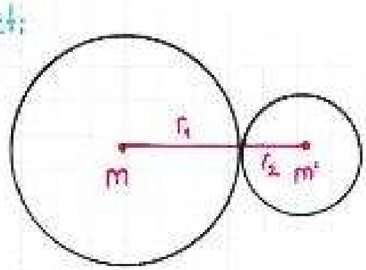
* Çemberler birbirine teğetse;

→ İçten Teğet:



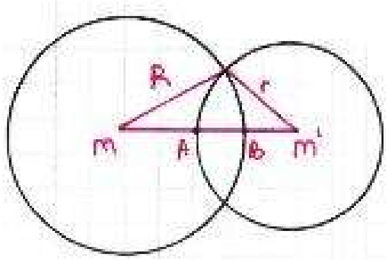
$$\boxed{|OO'| = r_{O'} - r_O}$$

→ Dıştan Teğet:



$$\boxed{|MM'| = r_1 + r_2}$$

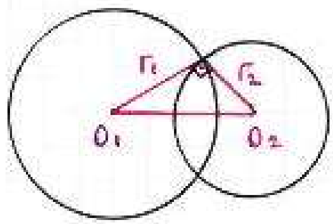
* Çemberler kesişiyorsa;



$$|R-r| < |MM'| < R+r$$

$$|MM'| = R+r-|AB|$$

* Çemberler dik kesişiyorsa;

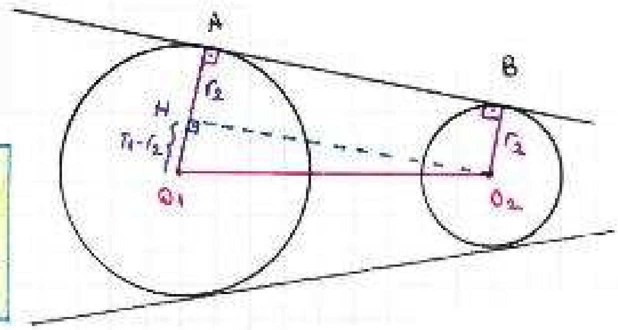


$$|O_1O_2|^2 = r_1^2 + r_2^2$$

* Çemberlerin ortak teğetleri varsa;

→

Ortak Dış Teğet:

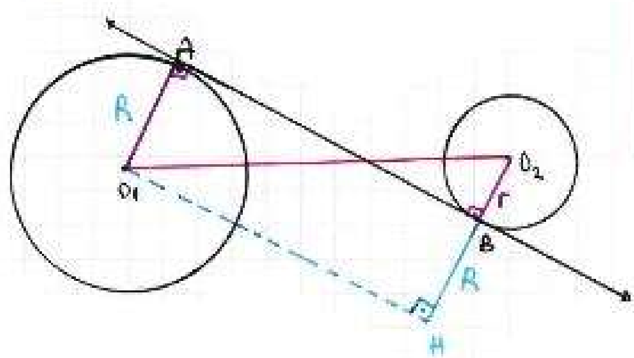


$$|AB| = |HO_2|$$

$$|O_1O_2|^2 = |AB|^2 + (r_1 - r_2)^2$$

→

Ortak İç Teğet:

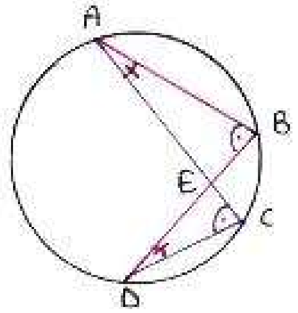


$$|AB| = |O_1H|$$

$$|O_1O_2|^2 = (R+r)^2 + |AB|^2$$

~ÇEMBERDE BENZERLİK~

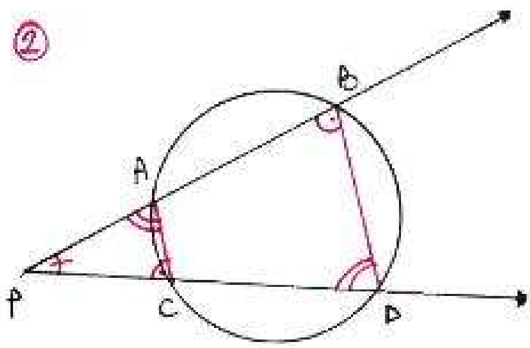
1



Acılar aynı yayları gördüğü için;

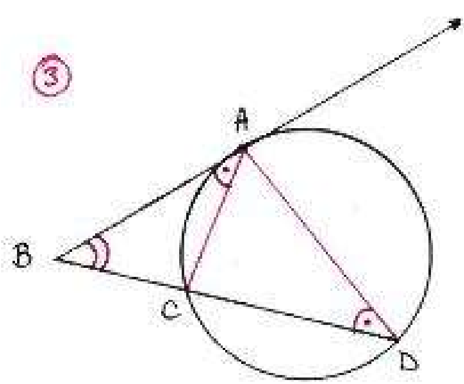
$$\frac{|BE|}{|EC|} = \frac{|AE|}{|ED|}$$

2



$$\frac{|PA|}{|PD|} = \frac{|PC|}{|PB|}$$

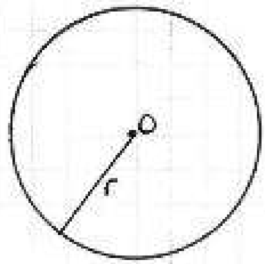
3



B ortak açı ve A, D aynı yayları gördüğü için;

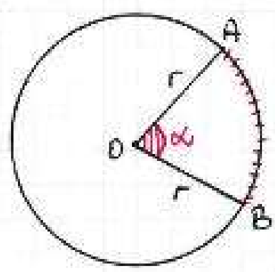
$$\frac{|AB|}{|DB|} = \frac{|BC|}{|AB|}$$

~DAIRE ve ALAN~



Alan $= \pi . r^2$
Çevre $= 2 . \pi . r$

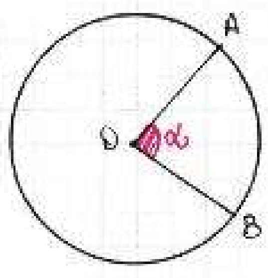
NOT: Çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimine **DAIRE** denir.



$m(\widehat{AOB}) = \alpha$ olmak üzere;

→ $|\overset{\frown}{AB}| = 2\pi . r . \dfrac{\alpha}{360°}$

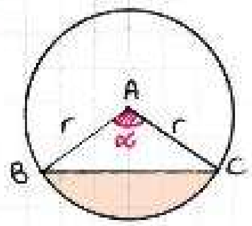
→ Çevre $= 2r + 2\pi r . \dfrac{\alpha}{360°}$ (Yarıçaplar ve yay uzunluğu)



Daire diliminin alanı;

$$\boxed{A = \pi . r^2 . \frac{\alpha}{360°}}$$

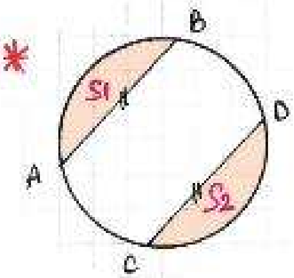
*



→ Taralı Alan $= \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - A(\widehat{ABC})$

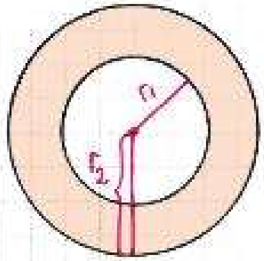
NOT: $A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha$

**



$|AB| = |CD| \Rightarrow S_1 = S_2$

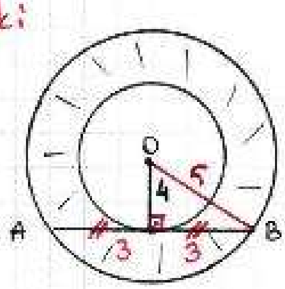
*



→ Taralı Alan = Büyük daire alanı – Küçük daire alanı

→ $\pi(r_2)^2 - \pi \cdot (r_1)^2$

Örnek:



$|AB| = 6$

Taralı Alan = ?

→ Küçük dairenin yarıçapı = 4

→ Büyük dairenin yarıçapı pisagordan = 5

Taralı Alan $= \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 4^2$

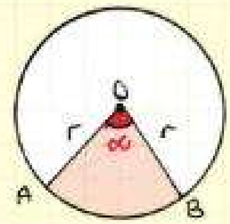
$= 25\pi - 16\pi$

$= 9\pi$

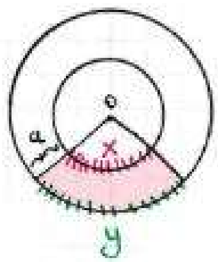
DİKKAT:

$|\widehat{AB}|$ verilmişse;

$$\text{Taralı Alan} = \frac{|\widehat{AB}| \cdot r}{2}$$



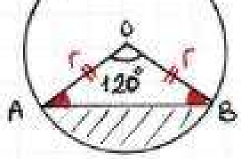
*



$$\text{Taralı Alan} = \frac{(x+y) \cdot a}{2}$$

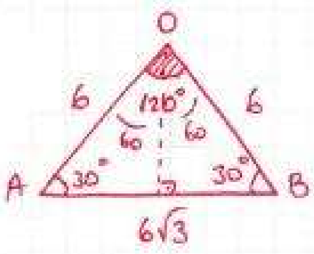
(Yamuk alanı gibi)

Örnek:



$|AB| = 6\sqrt{3}$

O merkez ise Taralı Alan?



$r = 6$ // Taralı Alan =

$$= \frac{\pi \cdot 36 \cdot 120}{360} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 120^\circ$$

$$= 12\pi - 9\sqrt{3}$$ //

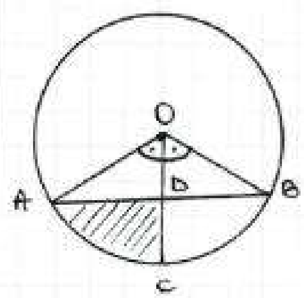
Örnek:

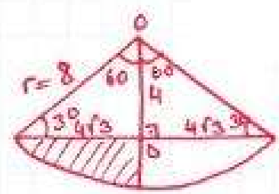
O merkez.

$|OD| = 4$

$|AB| = 8\sqrt{3}$

Taralı Alan = ?





$4 - 4\sqrt{3}$ 'ten

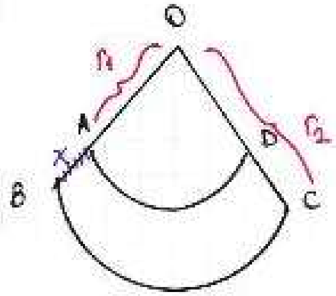
$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$

$$\text{Taralı Alan} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3}$$ //

~ Dairede ve Çemberde Benzerlik ~

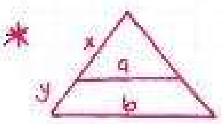
*



$$\frac{r_1}{r_1+x} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{|\overset{\frown}{AD}|}{|\overset{\frown}{BC}|}$$

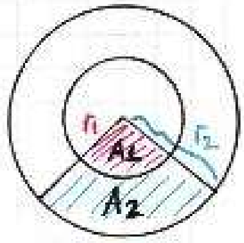
Eş mantık

*



$$\frac{x}{x+y} = \frac{a}{b}$$

*

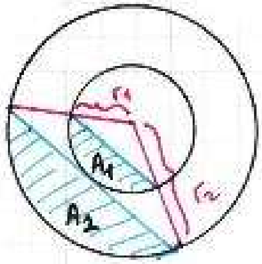


$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{A_1}{(A_1+A_2)}$$

⚠ DİKKAT:

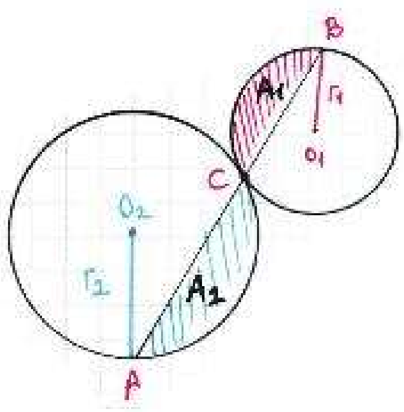
Benzerlik oranının karesi alan oranlarıdır.

*



$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{A_1}{A_2}$$

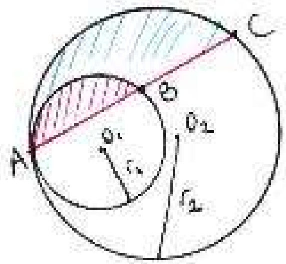
*



$$\frac{|\overset{\frown}{AC}|}{|\overset{\frown}{CB}|} = \frac{|AC|}{|CB|} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{A_2}{A_1}$$

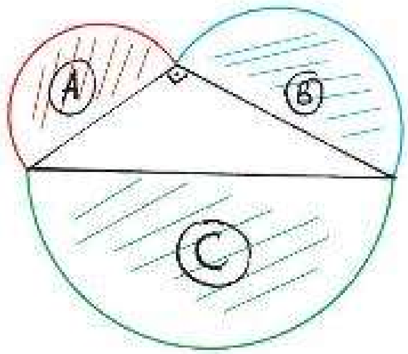
*



$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|\widehat{AB}|}{|\widehat{AC}|}$$

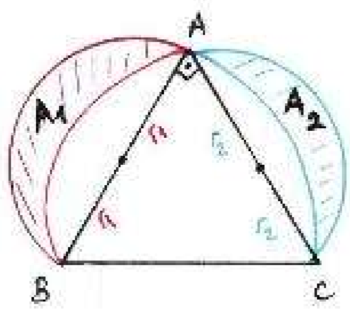
$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{S_1}{S_1+S_2}$$

*



$$A+B=C$$

*

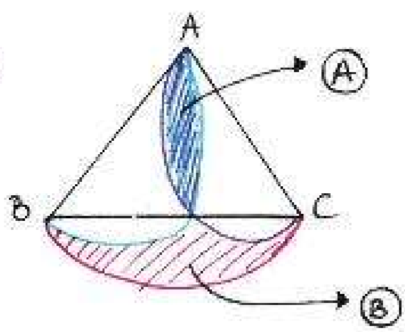


$$A_1 + A_2 = A(\overset{\triangle}{ABC})$$

$$A_1 + A_2 = \frac{2r_1 \cdot 2r_2}{2}$$

$$A_1 + A_2 = 2r_1 \cdot r_2$$

*



$$B - A = A(\overset{\triangle}{ABC})$$

TEST 3

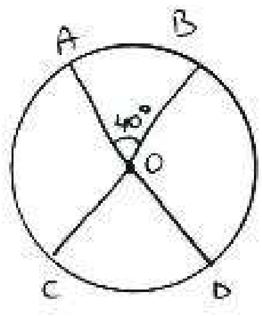
1) Bir çemberin birbirine paralel olan iki kirişinin uzunlukları aynı olup 12cm'dir. Kirişlerin birbirlerine uzaklıkları 6cm'dir.

Buna göre, kirişlerin çemberi kesiştiği noktalar ardışık olarak birleştirerek elde edilen dörtgenin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm'dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$

D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{7}$

2)

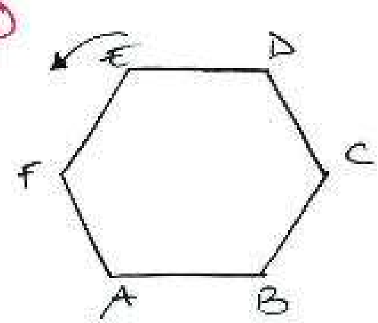


$m(\widehat{AOB}) = 40°$ O merkez ise $m(\overset{\frown}{CD}) = ?$

A) 40° B) 20° C) 60°

D) 80° E) 50°

3)



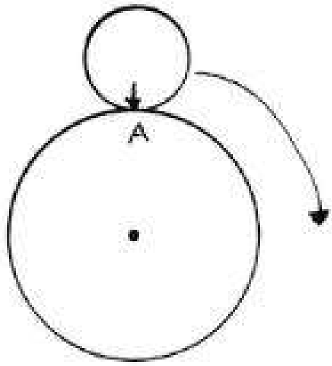
Bir kenarının uzunluğu 6br olan düzgün altıgen B noktası etrafında ok yönünde 120° döndürülüyor.

Buna göre, F köşesinin aldığı yolun uzunluğu kaç π birimdir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$

D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

4



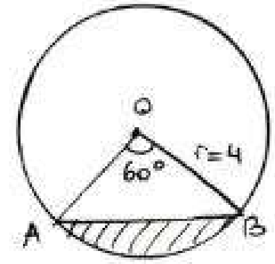
Şekildeki küçük çember ok yönünde O merkezli büyük çemberin etrafında dönmektedir.

Küçük çember A noktasından başlayıp tekrardan A noktasına gelinceye kadar 30 tam tur atıyor.

Şekildeki gibi 1. tura A noktasından başladığında küçük ok çembere 4. kez değdiği andaki nokta D noktası olduğuna göre, $m(\widehat{AOB})$ kaç derecedir?

A) 18 B) 36 C) 48 D) 72 E) 96

5



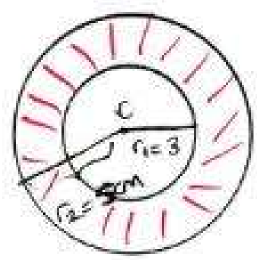
Çemberin merkezi O yarıçapı 4cm'dir.

Buna göre yarıçapı yarıya indirilirse taralı alan kaç π br^2 olur?

A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{7\pi}{3}-4\sqrt{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}-4\sqrt{3}$

D) $\frac{8\pi}{3}-4\sqrt{3}$ E) $\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}$

6



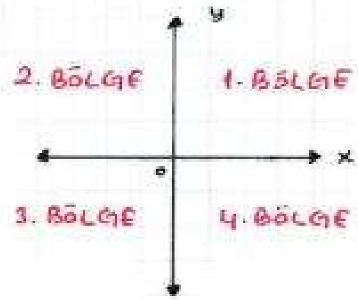
Taralı alan nedir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $11\sqrt{3}$

D) $20\sqrt{3}$ E) $25\sqrt{3}$

~ ANALİTİK GEOMETRİ ~

Koordinat Sistemi:

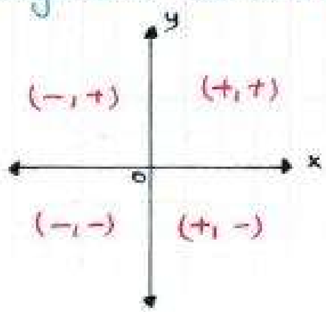


x → yatay eksen (apsis)

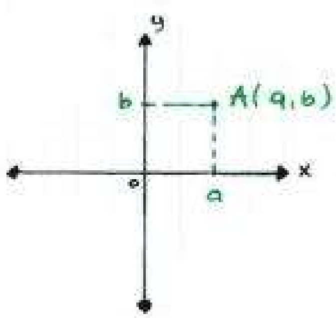
y → düşey eksen (ordinat)

O → orijin

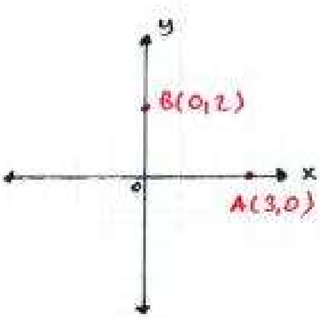
Bölgelerin işaretleri:



⚠ **UYARI:** Eksenler bölgelere dahil değildir.



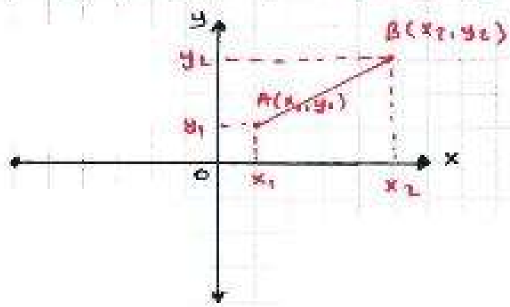
* Koordinat düzlemindeki noktalar sıralı ikililer şeklinde yazılır. Önce noktadan x eksenine indirilen dikmenin x eksenini kestiği nokta sonra y eksenine indirilen dikmenin y eksenini kestiği nokta yazılır.



* x ekseni üzerindeki noktaların ordinatları y ekseni üzerindeki noktaların apsisleri 0'dır.

NOKTANIN ANALİTİĞİ :

* İKİ NOKTA ARASI UZAKLIK:



A ile B arasındaki uzaklık:

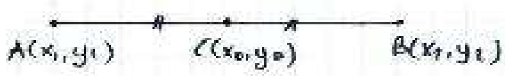
$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

ÖRNEK: A(4,2) ve B(10,8) noktaları arasındaki uzaklık kaçtır?

$$|AB| = \sqrt{(4-10)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

---

* ORTA NOKTA:



C noktası, A ile B noktalarının orta noktası olmak üzere

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad , \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

ÖRNEK: A(7,2) ve B(3,6) noktalarının orta noktasının koordinatı nedir?

$$x_0 = \frac{7+3}{2} = 5 \qquad y_0 = \frac{2+6}{2} = 4 \qquad (5,4)$$

NOT: Bir doğru parçasını orantılı bölen noktanın koordinatları bulunurken doğru orantı kullanılır.

Örnek: $A(2,8)$, $B(10,20)$ ve $C \in [AB]$

$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre C noktasının koordinatları

toplamı kaçtır?

A noktasının apsisi 2, B noktasının apsisi 10

A'dan B'ye 4k'da $10-2=8$ artış vardır.

4k'da 8 artış

k'da 2 artış demektir.

$a = 2+2 = 4$

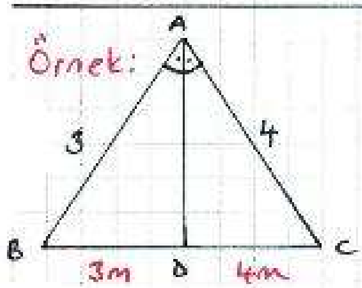
A noktasının ordinatı 8, B noktasının ordinatı 20

4k da 12 artış

k da 3 artış demektir.

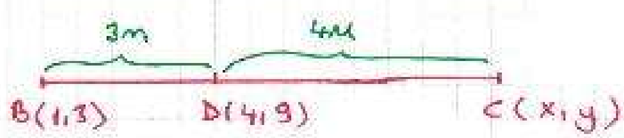
$b = 8+3 = 11$ $\qquad a+b = 4+11 = 15$

Örnek:



$B(1,3)$ ve $D(4,9)$ olmak üzere

C noktasının koordinatları nedir?



Apsisler: $1 \to 4$ (3m'de 3 artış, 4m'de 4 artış)

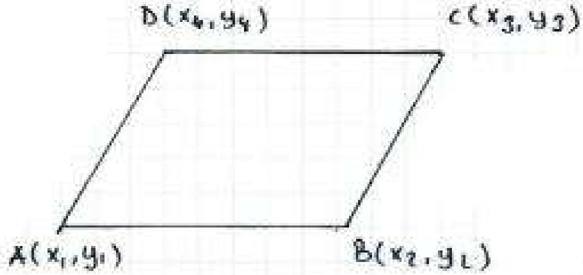
$4 \to 8$

Ordinatlar: $3 \to 9$ (3m'de 6 artış, 4m'de 8 artış)

$9 \to 17$

$C(8,17)$

* PARALELKENAR:



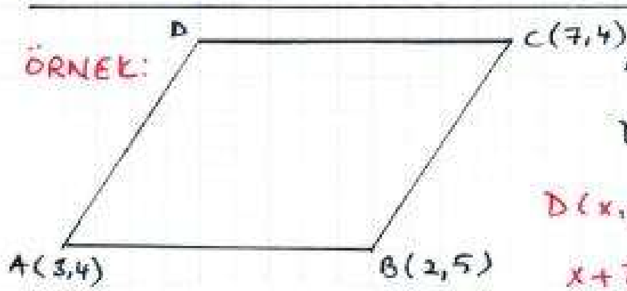
ABCD paralelkenar

$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

$$y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$

? NOT: Eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare birer paralelkenar oldukları için kural bu dörtgenler için de geçerlidir.

ÖRNEK:



ABCD paralelkenar

D noktasının koordinatları?

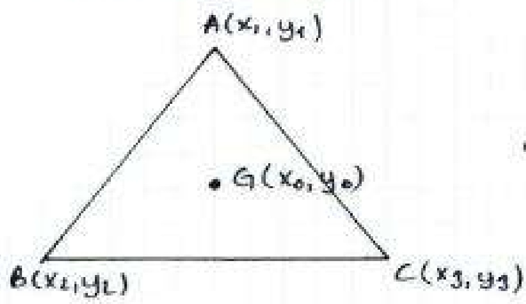
$D(x,y)$ olsun.

$x + 2 = 7 + 3 \quad | \quad y + 5 = 4 + 4$

$x = 8 \quad | \quad y = 3 \qquad D(8,3)$

---

* AĞIRLIK MERKEZİ:

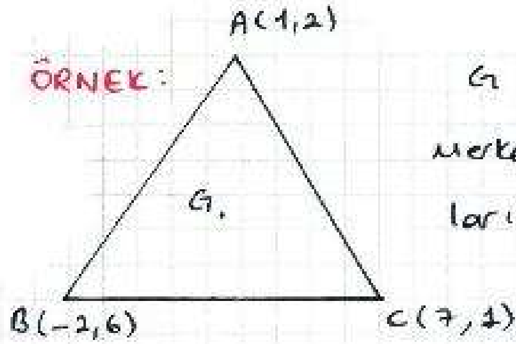


G noktası, ABC üçgeninin ağırlık merkezi olmak üzere

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

ÖRNEK:

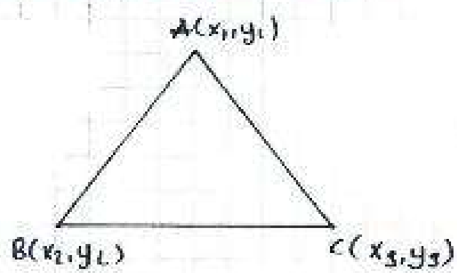


G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olsun. G noktasının koordinatları nedir? G(x,y) olsun

$$x = \frac{1+(-2)+7}{3} \qquad y = \frac{6+2+1}{3}$$

$$x = 2 \qquad y = 3 \qquad G(2,3)$$

*** ÜÇGENİN ALANI:**

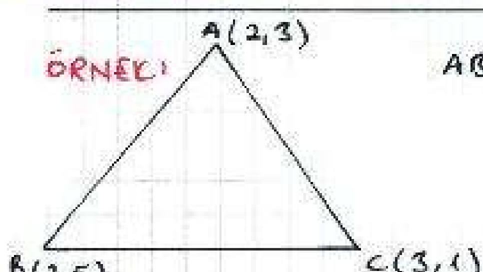


$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}\left|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3)\right|}$$

> ⚠ **DİKKAT:** Bu formülü kullanırken köşeleri hangi sıra ile yazdığımız önemli değildir. Dikkat edilmesi gereken ilk satıra hangi köşenin koordinatları yazıldıysa dördüncü satıra da aynı noktanın koordinatlarının yazılmasıdır.

ÖRNEK:



ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

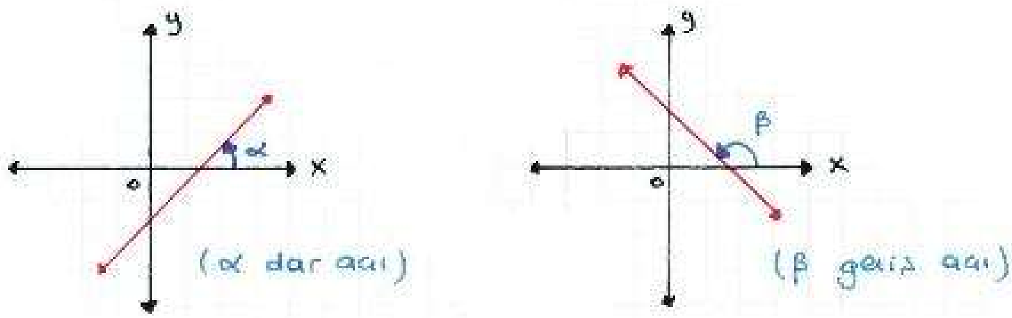
$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \\ 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left|(10+2+9) - (6+15+2)\right|$$

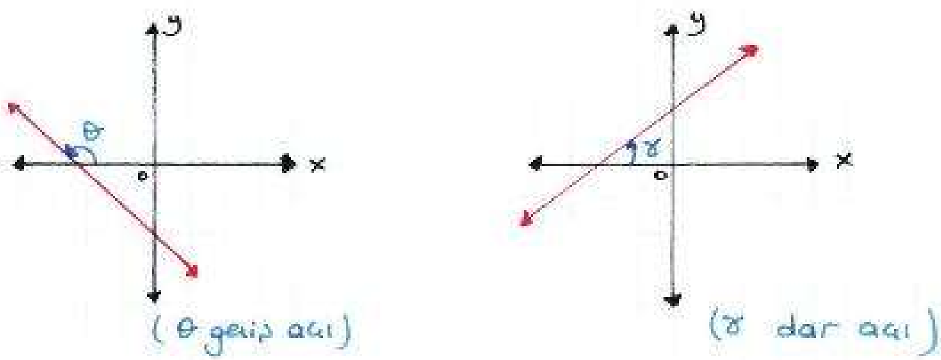
$$= \frac{1}{2}\left|21 - 23\right| = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ:

Eğim açısı: Bir doğrunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açıya o doğrunun eğim açısı denir.

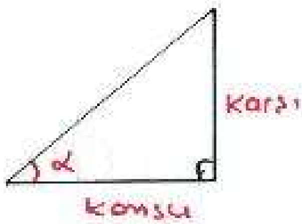
NOT: Pozitif yön saat yönünün tersidir.





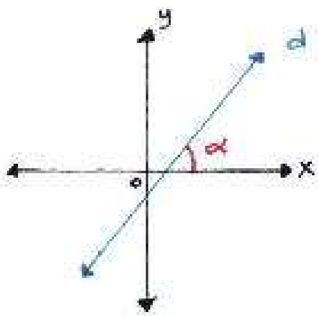
NOT: Eğim açısını bulmak için doğrunun x eksenini kestiği noktanın biraz sağından başka bir nokta belirle. yip saat yönünün tersine çevirmek gerekir.

Eğim: Eğim açısının tanjantına o doğrunun eğimi denir.



$$\tan\alpha = \frac{\text{karşı}}{\text{komşu}}$$

* Eğim Açısı → DAR AÇI ise eğim pozitiftir.
→ GENİŞ AÇI ise eğim negatiftir.



d doğrusunun eğimi m_d şeklinde gösterilir.

$$\boxed{m_d = \tan\alpha}$$

ÖNEMLİ AÇILARIN TANJANT TABLOSU:

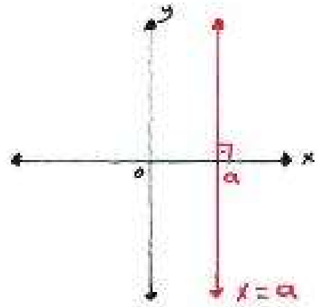
α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	tanımsız	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

NOT: Birbirini $180°$'ye tamamlayan açıların tanjantları ters işaretlidir.

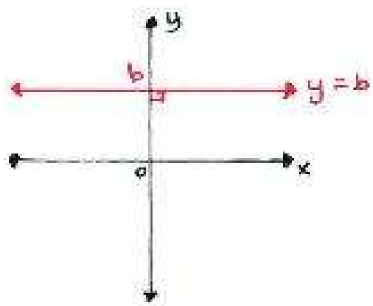
ÖRNEK: $\tan 45° = 1$

$\tan 135° = -1$

* Eksenlere dik olan doğruların eğimleri:



$x = a$ doğrusunun eğim açısı 90° olduğundan eğimi $\tan 90^\circ$ dır. Yani tanımsızdır.



$y=b$ doğrusunun eğimi 0° olduğundan Eğimi $\tan 0^\circ$ dır. Yani 0'dır.

* İKİ NOKTADAN GEÇEN DOĞRUNUN EĞİMİ:

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi:

$$\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

?NOT: iki noktadan bir doğru geçer.

ÖRNEK: $A(3,7)$ ve $B(8,4)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

$$m = \frac{7-4}{3-8} = -\frac{3}{5}$$

* DENKLEMİ VERİLEN DOĞRUNUN EĞİMİ:

Doğru Denklemleri
- AÇIK DOĞRU DENKLEMİ → $y=mx+n$
- KAPALI DOĞRU DENKLEMİ → $ax+by+c=0$

Açık doğrunun eğimi ➡ $y = mx+n$

↳ Eğim

Açık doğru denkleminde x'in katsayısı eğimi verir.

Kapalı doğrunun eğimi ➡ $ax+by+c=0$ $\boxed{m = \frac{-a}{b}}$

ÖRNEK:

$2x-3y+5=0$ doğrusunun eğimi kaçtır?

$$m = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$$

Örnek: $A(3,4)$ ve $B(1,n)$ noktaları $-2x+3y+m=0$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, $m+n=?$

A noktası doğru üzerinde olduğu için koordinatları denklemi sağlar.

$$-2.3+3.4+m=0$$

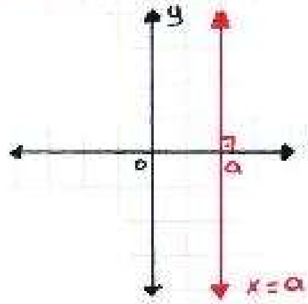
$$\boxed{m=-6}$$

A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi: $\frac{n-4}{1-3} = \frac{2}{3}$ ise $\boxed{n=\frac{8}{3}}$

$$m+n = -6+\frac{8}{3} = \frac{-10}{3}$$

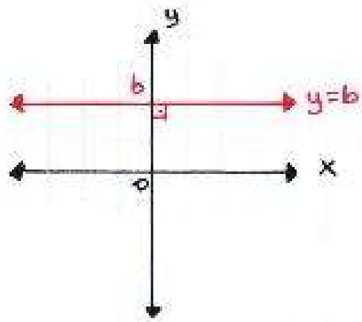
*DOĞRU DENKLEMLERİ:

Eksenlere Paralel Doğruların Denklemleri:



$x=a$ doğrusu;

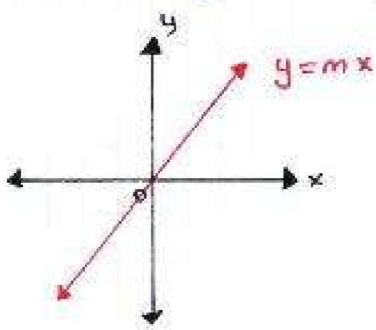
- x eksenine diktir.
- y eksenine paraleldir.
- y eksenini kesmez. $(a \neq 0)$
- x eksenini kestiği nokta ile belirtilir.



$y=b$ doğrusu;

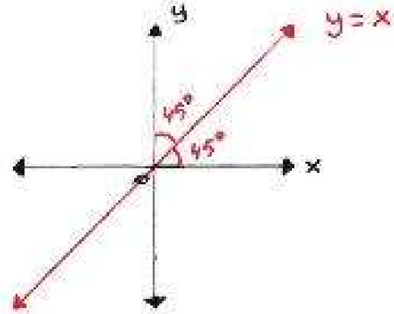
- y eksenine diktir.
- x eksenine paraleldir.
- x eksenini kesmez. $(b \neq 0)$
- y eksenini kestiği nokta ile belirtilir.

Orijinden geçen doğru denklemi:



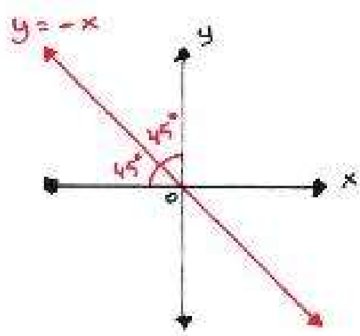
Orijinden geçen doğrular $y=mx$ şeklinde belirtilir.

ÖZEL DURUMLAR:



y=x doğrusu orijinden geçen eğimi 1 olan özel bir doğrudur.

? NOT: y=x doğrusuna I. AÇIORTAY DOĞRUSU denir.



y=−x doğrusu orijinden geçen eğimi −1 olan özel bir doğrudur.

? NOT: y=−x doğrusuna II. AÇIORTAY DOĞRUSU denir.

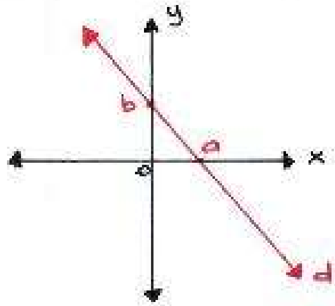
ÖRNEK: A(4, b) noktası, x ekseni ile pozitif yönde 135° açı yapan d doğrusu üzerindedir.

b=?

x ekseni ile pozitif yönde 135°lik açı yapan doğru 2. açıortay doğrusu yani y=−x doğrusudur.

Bu doğru üzerindeki noktaların apsisleri ve ordinatları zıt işaretli olduğu için b=−4

* Eksenleri kesen Doğruların Denklemi:



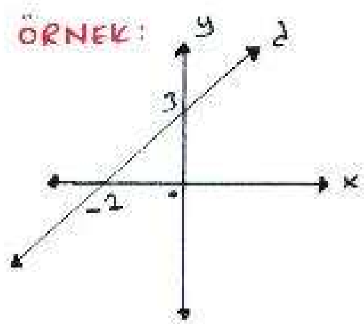
d doğrusu x eksenini a apsisli, y eksenini b ordinatlı noktada kesmektedir.

d doğrusunun denklemi:

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

? NOT: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ doğru denkleminde gerekirse payda eşitlenerek açık ya da kapalı denklem haline getirilir.

ÖRNEK:



d doğrusunun denklemi nedir?

$$\underset{(3)}{\frac{x}{-2}} + \underset{(-2)}{\frac{y}{3}} = 1$$

$$\frac{3x-2y}{-6} = 1$$

$$3x - 2y = -6$$

$$3x - 2y + 6 = 0$$

* Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemi:

$A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi:

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

ÖRNEK: $A(2, -1)$ noktasından geçen ve eğimi 2 olan doğrunun denklemi nedir?

$$y - (-1) = 2(x - 2) \rightarrow y + 1 = 2x - 4$$

$$y = 2x - 5$$

---

* İki noktası bilinen doğru denklemi:

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$$\boxed{\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}}$$

ÖRNEK: $A(-2, 3)$ ve $B(1, 4)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

$$\frac{y - 3}{3 - 4} = \frac{x - (-2)}{-2 - 1}$$

$$\frac{y - 3}{-1} = \frac{x + 2}{-3}$$

$$-3y + 9 = -x - 2$$

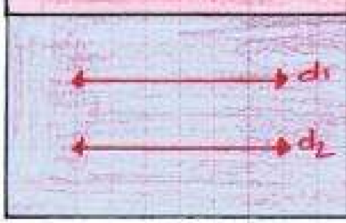
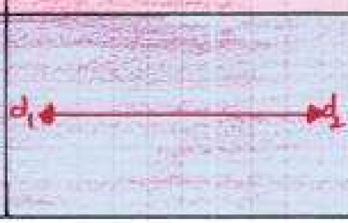
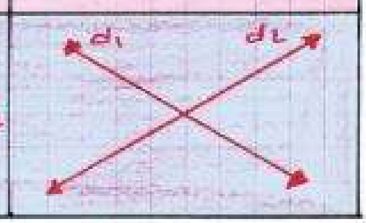
$$x - 3y + 11 = 0$$

* İki doğrunun birbirine göre durumları:

İki doğru düzlemde birbirine göre üç farklı şekilde bulunabilir.

$$\left.\begin{array}{l} d_1: a_1x+b_1y+c_1=0 \\ d_2: a_2x+b_2y+c_2=0 \end{array}\right\} \text{ düzlemde iki doğru olsun.}$$

Bu iki doğru birbirlerine göre; paralel, çakışık ya da bir noktada kesişen olabilirler.

PARALEL	ÇAKIŞIK	KESİŞEN
Eğimleri eşittir.	Eğimleri eşittir.	Eğimleri farklıdır.
Ortak elemanları yoktur.	Bütün elemanları ortaktır.	Bir tane elemanları ortaktır.
Çözüm kümesi boş kümedir.	Çözüm kümesi reel sayılardır.	Çözüm kümesi tek elemanlıdır.
$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$
		

* Eğimle ilgili özel durumlar:

Eğimleri m_1 ve m_2 olan iki doğru:

BIRBIRINE PARALEL ISE

$$\boxed{m_1 = m_2}$$

BIRBIRINE DIK ISE

$$\boxed{m_1 \cdot m_2 = -1}$$

ÖRNEK: $2x + 5y - 4 = 0$

$6x + ay - 7 = 0$

doğruları paralel ise a kaçtır?

Bu iki doğru paralel olduğundan eğimleri eşittir.

$$-\frac{2}{5} = -\frac{6}{a} \rightarrow -2a = -30$$

$$a = 15$$

Örnek: $(2k+1)x + 3y - 7 = 0$ doğrusu ile $2x - y + 11 = 0$ doğrusu dik kesiştiğine göre, k kaçtır?

Bu iki doğru birbirlerine dik oldukları için eğimleri çarpımı -1'dir.

$$-\frac{(2k+1)}{3} \cdot -\frac{2}{-1} = -1$$

$$\frac{4k+2}{-3} = -1$$

$$4k + 2 = 3$$

$$k = 1/4$$

* İki Doğrunun Kesim Noktası:

Kesişen iki doğrunun kesim noktasını bulmak için iki bilinmeyenli denklemlerdeki taraf tarafa yok etme metodu kullanılarak o nokta bulunur.

ÖRNEK: $3x - y + 2 = 0$ doğrusu ile $-2x + y - 5 = 0$ doğrusunun kesim noktasının koordinatı nedir?

$$\begin{array}{r} 3x - y = -2 \\ + \quad -2x + y = 5 \\ \hline x = 3 \quad , \quad y = 11 \end{array}$$

Kesim noktasının koordinatı $(3, 11)$ dir.

Örnek: $y = 2x + 3$, $ax - 2y + 1 = 0$ ve $y = x$ doğruları analitik düzlemde bir noktada kesiştiğine göre, a kaçtır?

Önce $y = 2x + 3$ ve $y = x$ doğrularının kesim noktasını ortak çözüm yaparak bulalım.

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x + 3 \\ y = x \end{array}\right\} \text{ y yerine x yazalım } \rightarrow \begin{array}{l} x = 2x + 3 \\ x = -3 \quad , \quad y = -3 \end{array}$$

Bu nokta $ax - 2y + 1 = 0$ doğrusunun da üzerinde olduğu için $(-3, -3)$ noktasını denklemde yerine koyalım.

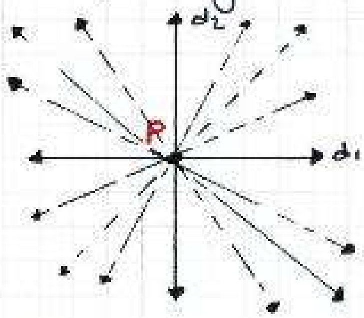
$$a(-3) - 2(-3) + 1 = 0$$

$$-3a = -7$$

$$a = 7/3$$

* Doğru Demeti:

Düzlemde P sabit noktasından geçen sonsuz doğrunun oluşturduğu kümeye doğru demeti denir.



$d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$

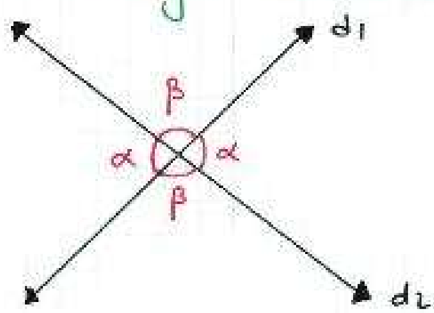
$d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$

olmak üzere;

P noktasından geçen doğru demetinin denklemi:

$$\underbrace{a_1x+b_1y+c_1}_{d_1}+k(\underbrace{a_2x+b_2y+c_2}_{d_2})=0$$

* iki doğru arasındaki açı:



iki doğrunun arasındaki açılar α ve β olsun.

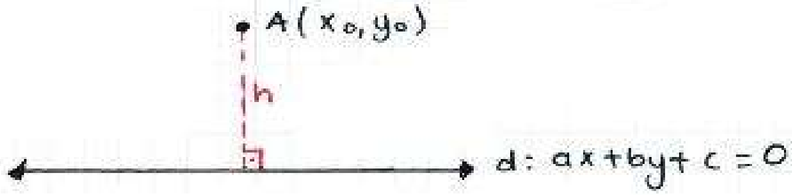
$\alpha+\beta=180°$

d_1 doğrusunun eğimi m_1, d_2 doğrusunun eğimi m_2 olmak üzere:

$$\tan\alpha=\frac{m_1-m_2}{1+m_1\cdot m_2}$$

→ α açısı bulunursa diğer açı da bu α açısının bütünleridir. (β açısı)

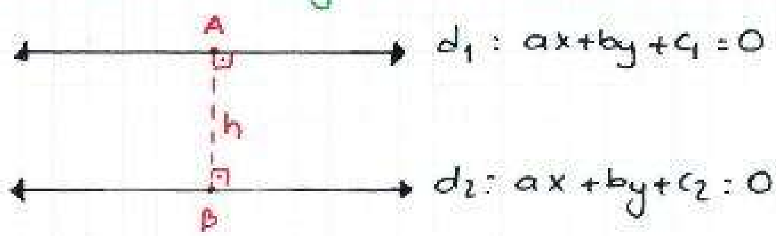
* Bir noktanın bir doğruya uzaklığı:



A noktasının d doğrusuna uzaklığı h olsun

$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

* Paralel iki doğru arasındaki uzaklık:



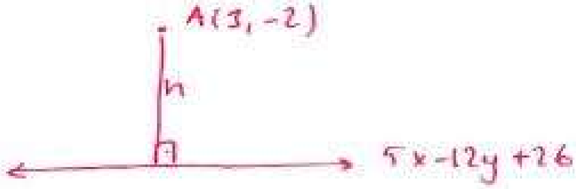
$d_1 \parallel d_2$

d_1 ve d_2 iki paralel doğru ve aralarındaki uzaklık h olmak üzere:

$$|AB| = h = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

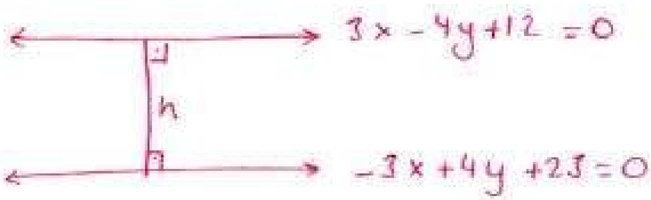
⚠ **DİKKAT:** d_1 ve d_2 doğrularında x ve y değişkenlerinin katsayılarının aynı olduğuna dikkat ediniz. Katsayılar esit değil ise önce esitlenmeli sonra formül uygulamalıdır.

Örnek: A(3, -2) noktasının $5x-12y+26=0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?



$$h=\frac{|5(3)-12\cdot(-2)+26|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\frac{|15+24+26|}{13}=\frac{65}{13}=5$$

Örnek: $3x-4y+12=0$ ve $-3x+4y+23=0$ doğruları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

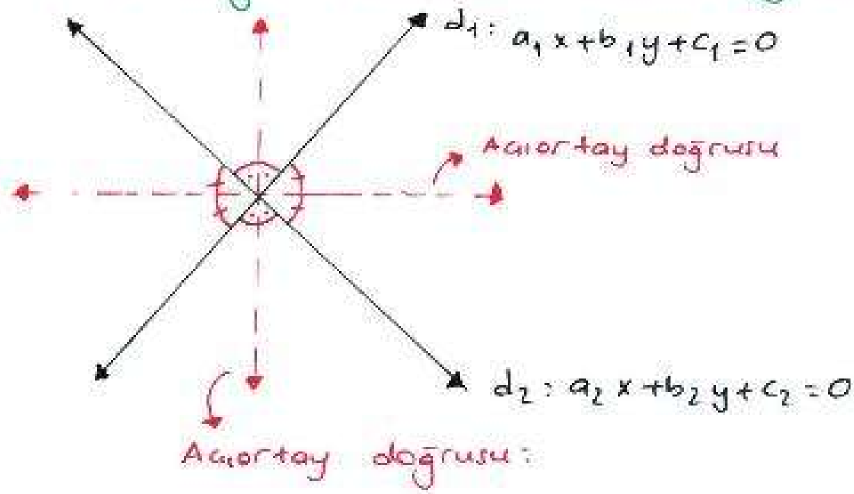


iki denklemin de x ve y katsayılarının aynı olması lazım.

O yüzden $-3x+4y+23=0$ denklemini (-1) ile genişletelim. $\longrightarrow$ $3x-4y-23=0$

$$h=\frac{12-(-23)}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{35}{5}=7$$

* iki doğru arasındaki açıortay denklemleri:



d_1 ve d_2 doğrularının açıortay doğrularının denklemi:

$$\boxed{\frac{|a_1x+b_1y+c_1|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \frac{|a_2x+b_2y+c_2|}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}}$$

örnek: $5x-12y+12=0$
$3x+4y-2=0$ doğrularına eşit uzaklıkta

bulunan noktaların geometrik yer denklemi nedir?

$$\frac{|5x-12y+12|}{13} = \frac{|3x+4y-2|}{5}$$

$$\frac{5x-12y+12}{13} = \frac{3x+4y-2}{5} \qquad\qquad \frac{5x-12y+12}{13} = \frac{-3x-4y+2}{5}$$

$$25x-60y+60 = 39x+52y-26 \qquad\qquad 25x-60y+60 = -39x-52y+26$$

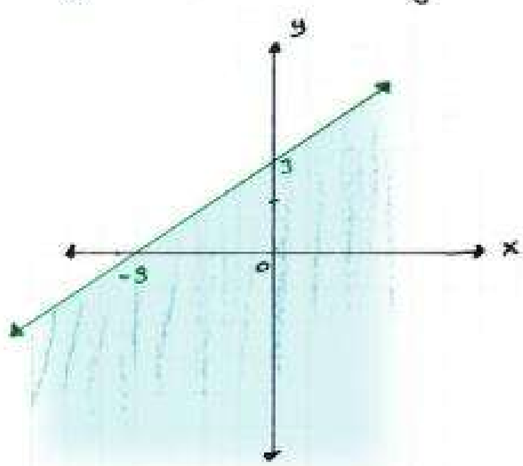
$$14x+112y-86=0 \qquad\qquad 64x-8y+34=0$$

* Eşitsizlik Grafikleri :

$y = mx + n$		Doğru
$y > mx + n$		Doğrunun üst bölgesi
$y < mx + n$		Doğrunun alt bölgesi
$y \geq mx + n$		Doğru ve doğrunun üst bölgesi
$y \leq mx + n$		Doğru ve doğrunun alt bölgesi

---

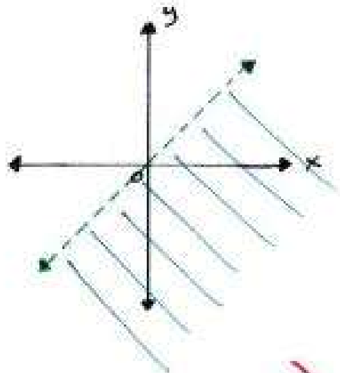
Örnek: $x - 3y + 9 \geq 0$ eşitsizliğinin grafiğini çiziniz.

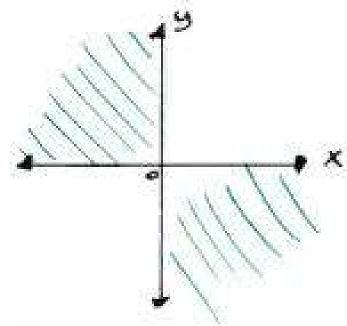


$x = 0$ için $x - 3y + 9 = 0$ $\quad y = 3$

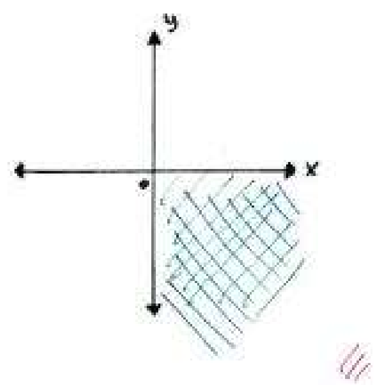
$y = 0$ için $x - 3y + 9 = 0$ $\quad x = -9$

Örnek: $y < x$ ve $x \cdot y \leq 0$ eşitsizliklerini sağlayan bölgeyi gösteriniz.





iki grafiği birleştirelim



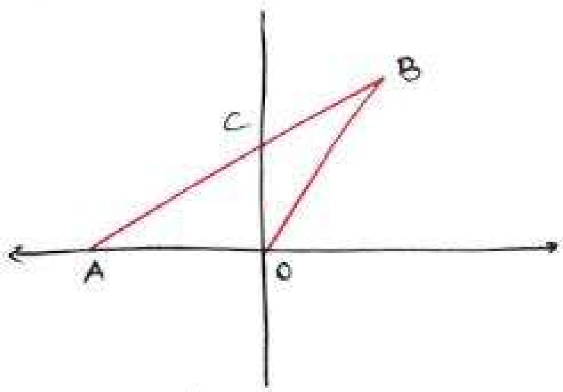
TEST 4

1) Koordinat düzlemine yerleştirilen bir kare $x=3$ doğrusuna göre katlandığında köşeleri y ekseni üzerinde üst üste gelmektedir.

Buna göre, karenin alanı kaç br^2'dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

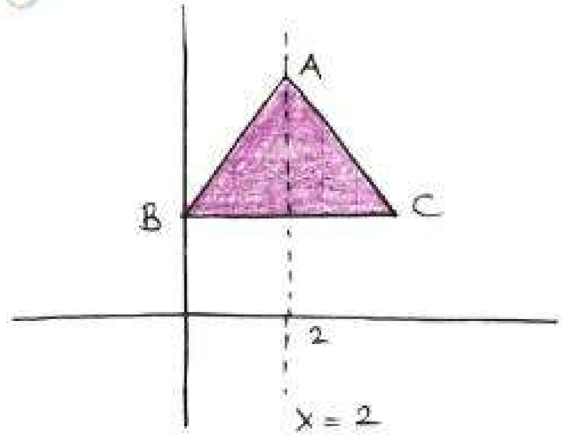
2)



Koordinat düzleminde verilen AOB üçgeninde $|AO|=|OB|$ $B(6,6\sqrt{3})$ olduğuna göre y ekseni üzerindeki C noktasının koordinatları hangisidir?

A) $(0,2\sqrt{3})$ B) $(0,3\sqrt{3})$ C) $(0,4\sqrt{3})$
D) $(0,2\sqrt{6})$ E) $(0,6\sqrt{2})$

3)



Şekildeki dik koordinat düzlemine yerleştirilen eşkenar üçgenin B köşesi y ekseni üzerindedir.

Üçgen $x=2$ doğrusu boyunca katlandığında B köşesi ile C köşesi üst üste gelmektedir.

Buna göre eşkenar üçgenin alanı kaç br^2'dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $10\sqrt{3}$

4

$x - y \leq 2$

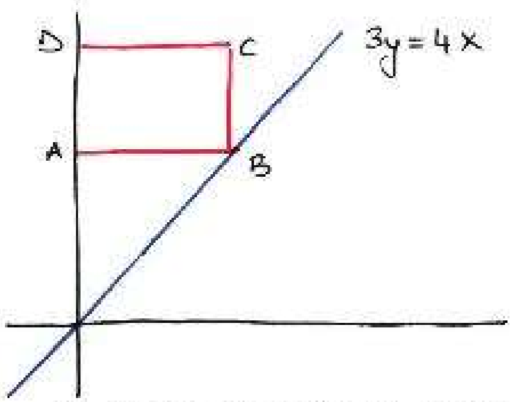
$x \geq -1$

$y \leq 1$

eşitsizlik sistemini sağlayan noktaların oluşturduğu düzlemsel bölgenin alanı kaç br^2'dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

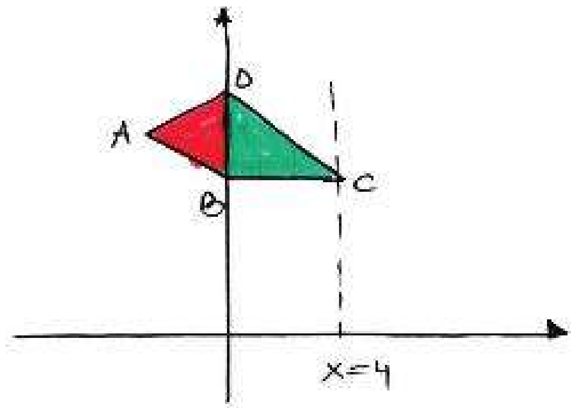
5



Şekildeki dikdörtgenin B köşesi $3y = 4x$ doğrusu üzerinde ve köşegenlerin kesim noktası (3,11) olduğuna göre dikdörtgenin alanı kaç br^2'dir?

A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

6



Yukarıda verilen koordinat düzleminde

$|AB| = |BD| = |AD| = |BC|$

$[BC] \parallel Ox$ ve

C noktası $x = 4$ doğrusu üzerinde olduğuna göre A ile C noktaları arasındaki uzaklık kaç br'dir?

A) $4\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$

B) $2\sqrt{3} + 4$

C) $3\sqrt{2} + 4$

D) $2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$

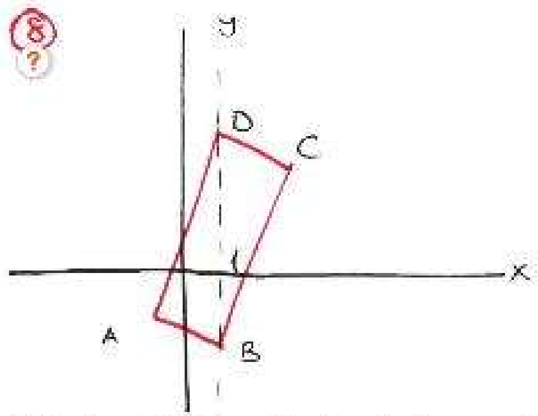
E) $4\sqrt{3} - \sqrt{2}$

7) Bir eşkenar üçgenin iki köşesi $y=-\sqrt{3}x$ doğrusu üzerinde, diğer köşesi ise $(-7,\sqrt{3})$ noktası üzerindedir.

Buna göre, bu eşkenar üçgenin ağırlık merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2,\sqrt{3})$ B) $(-4,2\sqrt{3})$
C) $(-2,2\sqrt{3})$ D) $(-2\sqrt{3},4)$
E) $(-3\sqrt{2},\sqrt{2})$

8)



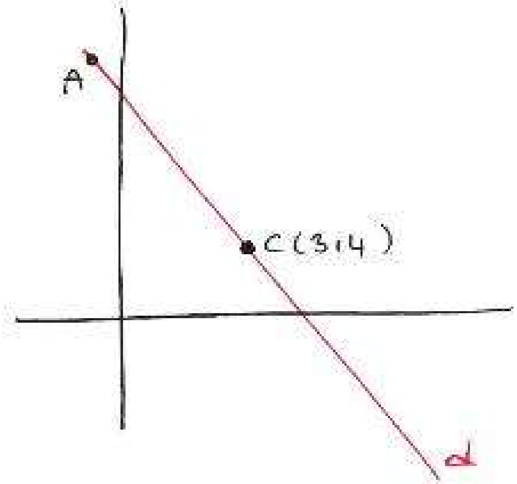
Dik koordinat düzleminde verilen ABCD dikdörtgeninin B ve D köşeleri $x=1$ doğrusu üzerindedir.

$A(-5,-2)$ $B(1,-6)$ $C(a,b)$

olduğuna göre $a+b$ değeri kaçtır?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

9)

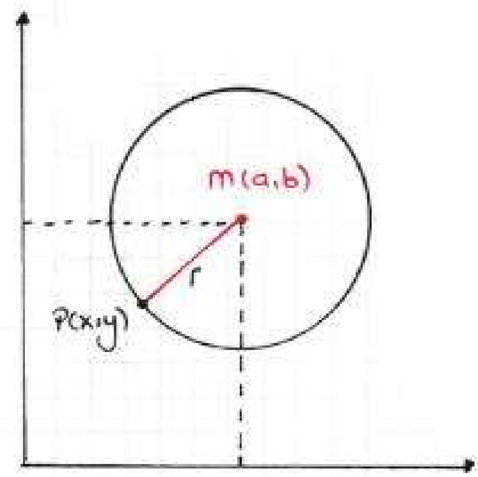


Dik koordinat düzleminde verilen d doğrusunun üzerindeki AC doğru parçasının Ox ve Oy eksenleri üzerindeki dik izdüşüm uzunlukları sırası ile 9 ve 12 br.

Buna göre d doğrusunun x eksenini kestiği noktanın koordinatları hangisidir?

A) (4,0) B) (5,0) C) (6,0)
D) (8,0) E) (9,0)

~ ÇEMBER ANALİTİĞİ ~



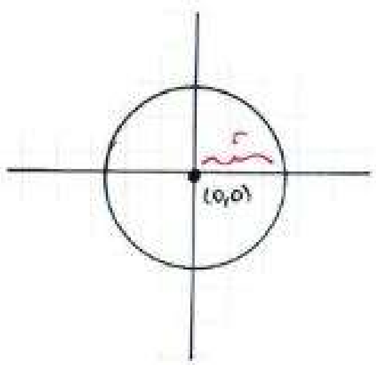
Koordinat düzleminde sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemine **çember denklemi** denir.

Merkezi (a,b), üzerindeki herhangi bir nokta P(x,y) ve yarıçapı r olan çember denklemi;

$$\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2=r^2}$$

* Merkezil Çember:

Merkezi orijin O(0,0) ve yarıçapı r uzunluğunda olan çember **merkezil çemberdir**.

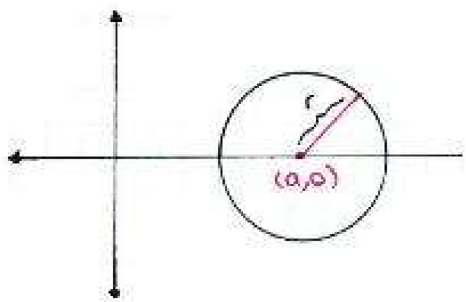


Denklemi;

$$\boxed{\begin{gathered}(x-0)^2+(y-0)^2=r^2\\ x^2+y^2=r^2\end{gathered}}$$

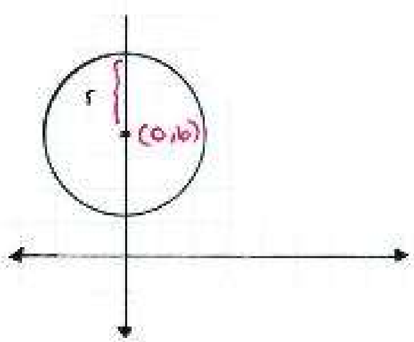
Özel Durumlar:

* Çemberin merkezi x ekseni üzerinde ise;



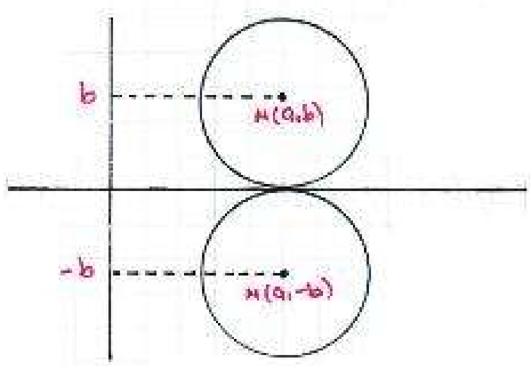
$$(x-a)^2+y^2=r^2$$

* Çemberin merkezi y ekseni üzerinde ise;



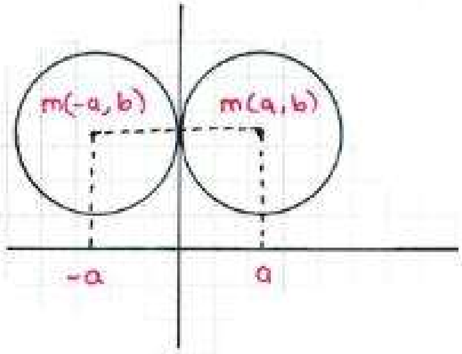
$$x^2+(y-b)^2=r^2$$

* Çember x eksenine teğet ise $r=|b|$



$$(x-a)^2+(y\pm b)^2=r^2$$

* Çember y eksenine teğet ise $r=|a|$



$$(x \pm a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

DİKKAT: $(x+2)^2+(y-3)^2=16$ olan çemberin merkezi; $M(-2,3)$'tür. $r=4$'tür.

~ Çemberin Genel Denklemi ~

* $M(a,b)$ ve yarıçapı r olan çember denklemi;

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ şeklindedir. Denklem açık olarak yazılırsa;

" $x^2-2ax+a^2+y^2-2yb+b^2-r^2=0$ " olur.

$D=-2a$ $E=-2b$ $F=a^2+b^2-r^2$ olduğunda;

çemberin genel denklemi:

$$\boxed{x^2+y^2+Dx+Ey+F=0}$$

Çemberin genel denklemi $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ için;

→ Çemberin merkezi: $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$

→ Çemberin yarıçapı: $r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$

⚠ DİKKAT: Yarıçap formülünde D^2 ve E^2 olurken F'nin karesi alınmamaktadır.

Denklemin ÇEMBER belirtmesi için;

→ x^2 ve y^2'nin katsayıları eşit olmalıdır.

→ xy'li terimin katsayısı 0 olmalıdır.

Örnek: $(a-4)x^2+5y^2+(b+3)xy+10x+12y+48=0$ çemberin genel denklemidir. $a^2-b=?$

→ Çember genel denklemi olduğuna göre;

$a-4=5$ olmalı. $a=9$

$b+3=0$ olmalı. $b=-3$

$a^2-b=9^2-(-3)$

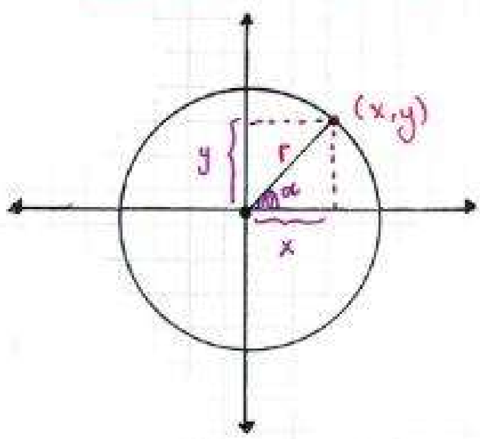
$=81+3=84$

* $\Delta = D^2 + E^2 - 4F$ çemberin diskriminantıdır.

Δ 'nın durumları;

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Denklem Çember BELİRTİR !	Denklem NOKTA Belirtir !	Denklem Çember BELİRTMEZ !

~ Çemberin Parametrik Denklemi ~



$\sin\alpha = \frac{y}{r}$

$\cos\alpha = \frac{x}{r}$

$$\boxed{\begin{array}{c} y = r.\sin\alpha \\ x = r.\cos\alpha \end{array}}$$

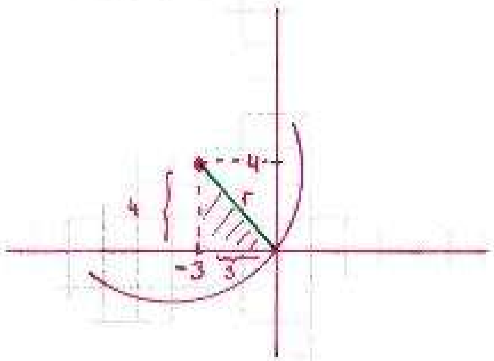
→ Merkezil çemberin parametrik denklemi;

$x = r.\cos\alpha \qquad y = r.\sin\alpha$

→ M(a,b) ve yarıçapı r olan çemberin parametrik denklemi;

$x = a + r.\cos\alpha \qquad y = b + r.\sin\alpha$

Örnek: Analitik düzlemde $x = -3 + r\cos\alpha$ $y = 4 + r\sin\alpha$ parametrik denklemleri ile verilen çemberin orijinden geçtiği biliniyorsa çemberin yarıçapı kaçtır?



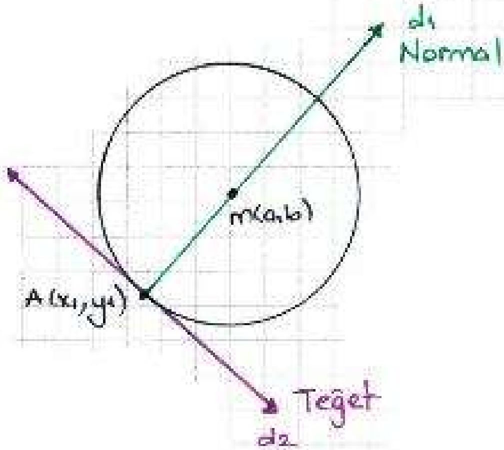
$m(-3,4)$

$r^2 = (-3)^2 + 4^2$

$r^2 = 25 \quad r = 5$

---

* Çember Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğet ve Normal *
~ Denklemleri ~



$m_N = (\text{Normalin Eğimi}) = \dfrac{y_1 - b}{x_1 - a}$

$\boxed{\text{NOT: } m_T \cdot m_N = -1}$

$d_1:\ y - y_1 = m_N \cdot (x - x_1)$

$y - y_1 = \left(\dfrac{y_1 - b}{x_1 - a}\right) \cdot (x - x_1)$

$d_2:\ y - y_1 = m_T \cdot (x - x_1)$

$y - y_1 = -\left(\dfrac{x_1 - a}{y_1 - b}\right) \cdot (x - x_1)$

NOT$_1$: $x^2+y^2=r^2$ merkezil çemberinin üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi;

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = r^2$$

NOT$_2$: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ çemberi üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi;

$$(x_1-a)\cdot(x-a)+(y_1-b)\cdot(y-b)=r^2$$

NOT$_3$: $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ genel denklemi ile verilen çemberin üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi;

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + \frac{D}{2}(x+x_1) + \frac{E}{2}(y+y_1) + F = 0$$

Örnek: $(x-4)^2+(y-3)^2=6$ çemberi üzerindeki $P(2,-2)$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

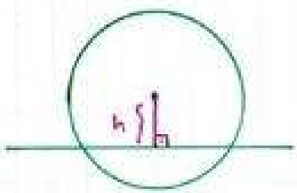
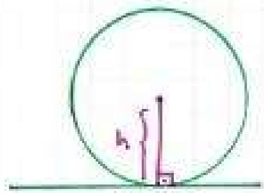
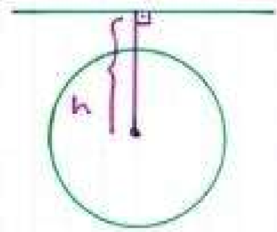
$M(4,3) \longrightarrow (2-4)\cdot(x-4)+(-2-3)\cdot(y-3)=6$

$$-2(x-4)+(-5)(y-3)=6$$

$$-2x+8-5y+15=6$$

$$-2x-5y=-17$$

~ Bir Doğru ile Çemberin Birbirine Göre Durumları ~

A KODU	B KODU	C KODU
Çember ile doğru iki noktada; KESİŞİR!	Çember ile doğru TEĞETTİR!	Çember ile doğru KESİŞMEZ!
		
$h < r$	$h = r$	$h > r$
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $y=mx+n$	 (a,b) h $y=mx+n$	$h=\dfrac{\lvert b-ma-n\rvert}{\sqrt{1+m^2}}$

*** $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ çemberi $y=mx+n$ doğrusu ile ortak çözülürse; $ax^2+bx+c=0$ denklemi elde edilir.

1. $b^2-4ac<0$ ise doğru çemberi kesmez! (C Kodu)
2. $b^2-4ac=0$ ise doğru çembere teğettir! (B Kodu)
3. $b^2-4ac>0$ ise doğru çemberi keser! (A Kodu)

TEST 5

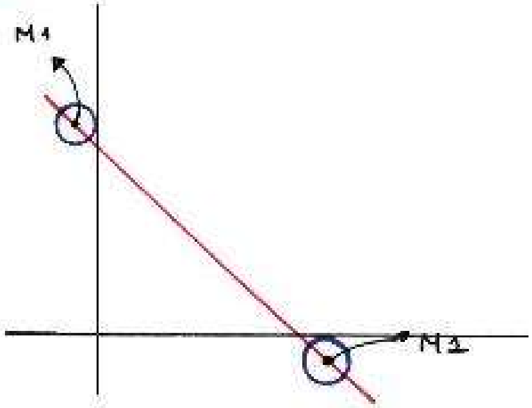
1

Merkezi Ç(1,2) yarıçapı 3 br olan çemberin $x=y$ doğrusuyla kesiştiği noktaların noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1

D) 2 E) 3

2



Dik koordinat düzleminde verilen yarıçap uzunlukları 2br olan M_1 ve M_2 merkezli çemberler A ve B noktalarında eksenlere teğettir.

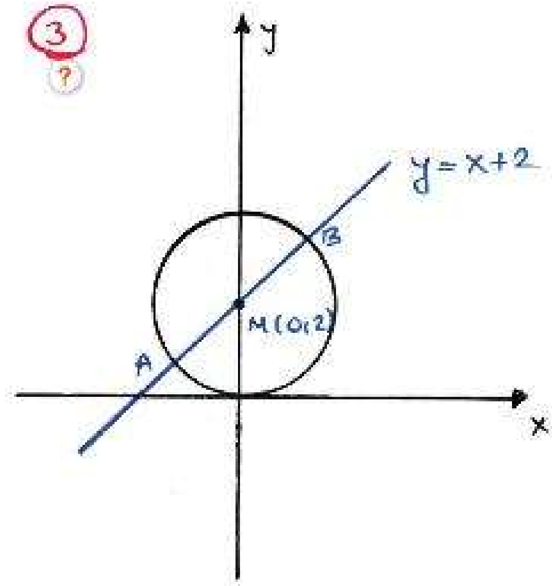
Merkezleri d: $x+y-4=0$

$|M_1M_2| = ?$

A) $2\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{2}$

D) $8\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{5}$

3



Yukarıdaki şekilde merkezi $M(0,2)$ noktası olan çember $y=x+2$ doğrusu ile A ve B noktalarından kesişiyor.

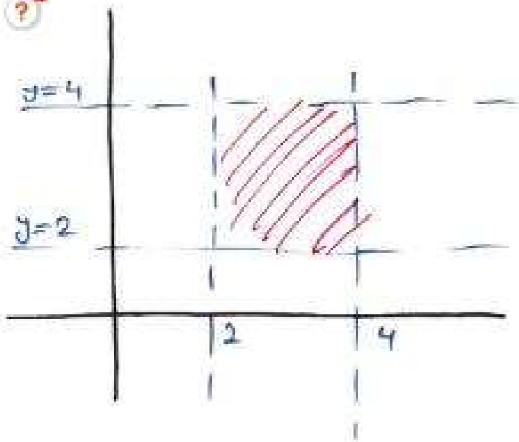
M noktası etrafında A noktası saat yönünde 30° döndürüldüğünde oluşan nokta A', B noktası saat yönünde 90° döndürüldüğünde B' olmaktadır.

$|A'B'| = ?$

A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{2}$

D) $3\sqrt{2}$ E) 4

4



Yukarıda verilen analitik düzlemde $x=2$ $x=4$ $y=2$ $y=4$ doğruları arasında kalan bölge gösterilmiştir.

Buna göre verilen doğrulardan hangileri taralı bölgeden geçmez?

A) $2x-3y+3=0$

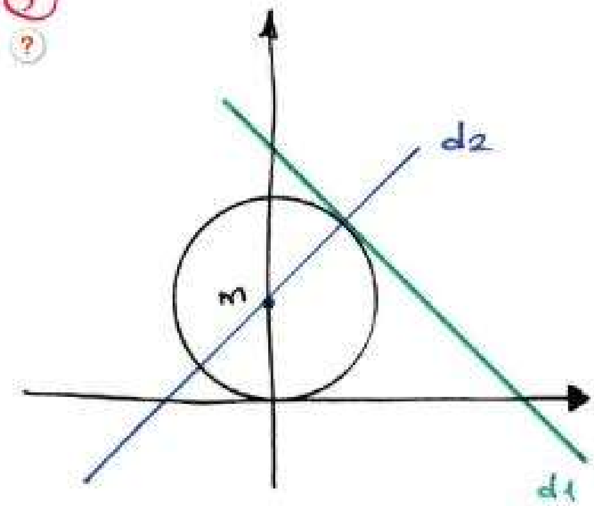
B) $4x-2y-4=0$

C) $3x-y-10=0$

D) $4x-3y-10=0$

E) $2x-y-2=0$

5



d_1 doğrusu $M(0,\sqrt{3})$ merkezli çembere A noktasında teğettir.

Çemberin merkezinden geçen d_2 doğrusu ve d_1 doğrusu A noktasında kesişmektedir.

d_2 doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=3\sqrt{3}x+3$

B) $\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

C) $3\sqrt{3}-\sqrt{3}x$

D) $\sqrt{3}-x$

E) $2\sqrt{3}+\sqrt{3}x$

~ KATI CİSİMLER ~

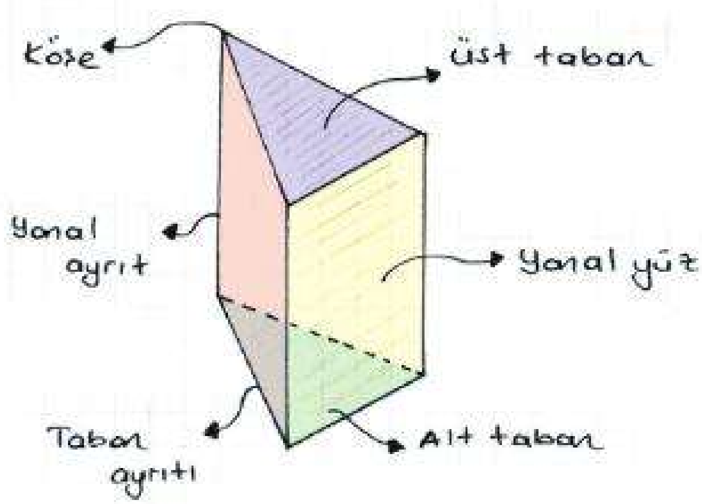
PRİZMALAR :

Alt ve üst tabanları paralel ve aynı şekilden oluşan cisimlere prizma denir.

Prizmaların isimleri tabanlarına göre belirlenir.

DİK PRİZMALAR :

Yan yüzeyleri tabana dik olan prizmalara dik prizma denir.



* Yan yüzeyleri dikdörtgendir.

* Yanal ayrıtı prizmanın yüksekliğidir.

? NOT: DİK PRİZMALARIN;

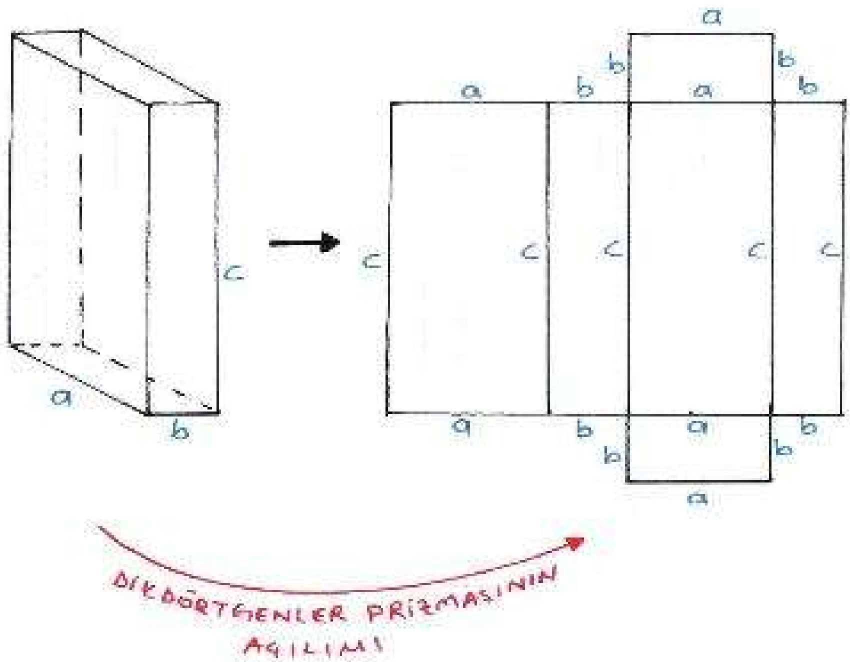
Hacimleri → (Taban Alanı).(Yükseklik)

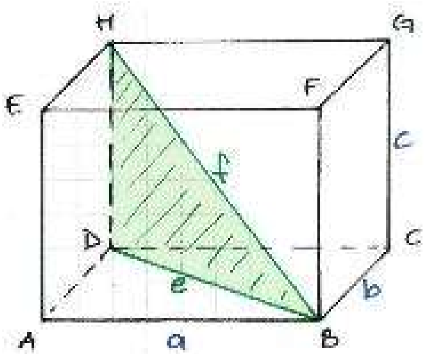
Yanal Alanları → (Taban Çevresi).(Yükseklik)

Yüzey Alanları → Yanal alan + 2.(Taban Alanı)

DİKDÖRTGENLER PRİZMASI:

Tüm yüzeyleri dikdörtgen olan prizmalara dikdörtgenler prizması denir.

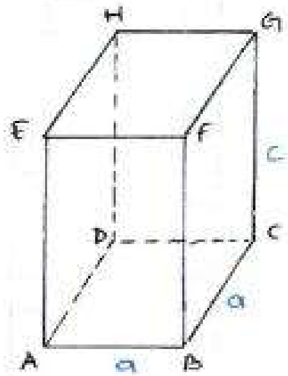


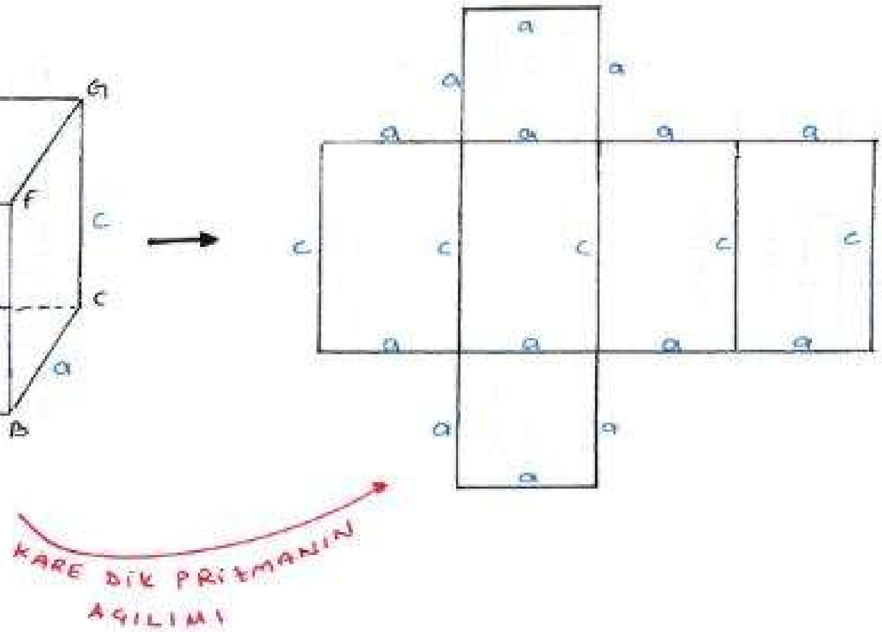


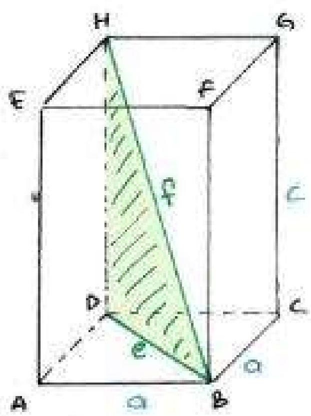
Hacim:	$a \cdot b \cdot c$
Yanal Alan:	$(2a+2b) \cdot c$
Yüzey Alanı:	$2ab+2ac+2bc$
Tabanın Yüzey Köşegeni:	$e=\sqrt{a^2+b^2}$
Cisim Köşegeni:	$f=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

KARE DİK PRİZMA:

Tabanı kare şeklinde olan prizmalara kare dik prizma denir.



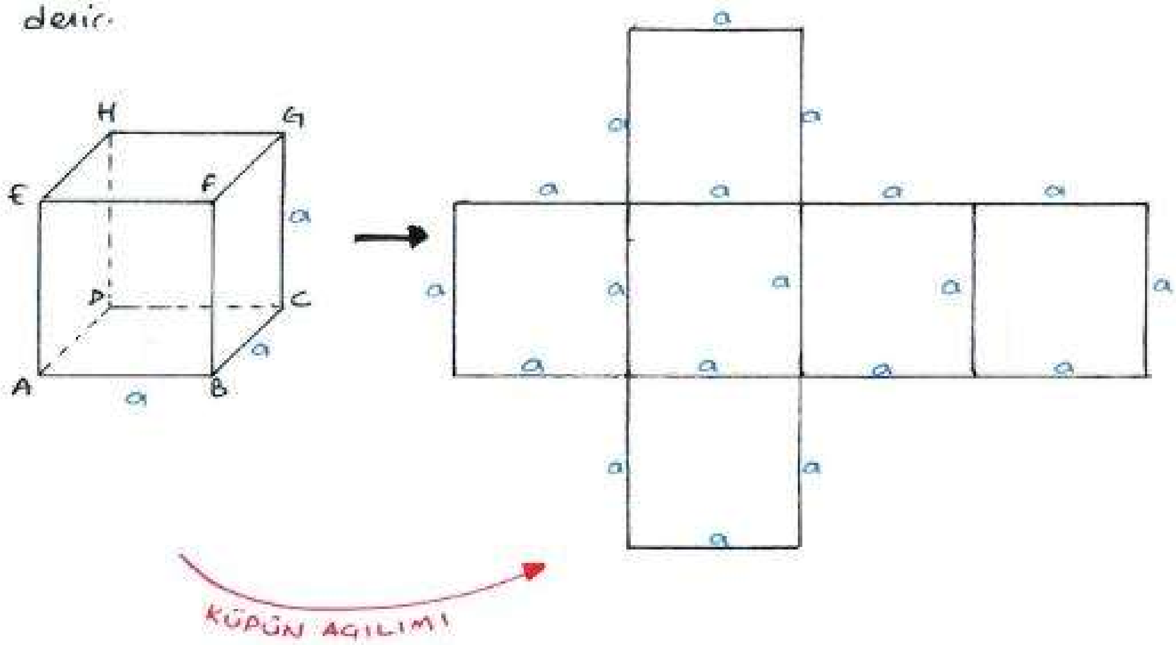


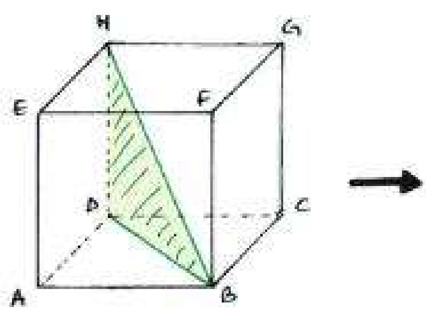


Hacim : $a^2.c$
Yanal Alan : $4ac$
Yüzey Alanı : $4ac + a^2$
Tabanın Yüzey Köşegeni : $e = a\sqrt{2}$
Cisim Köşegeni : $f = \sqrt{2a^2 + c^2}$

KÜP:

Tüm yüzleri eş karelerden oluşan katı cisime küp denir.

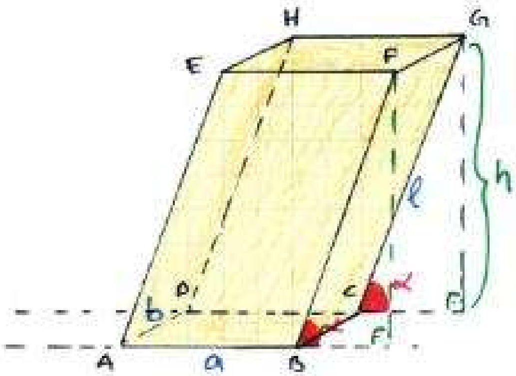




Hacim	a^3
Yanal Alan	$4a^2$
Yüzey Alanı	$6a^2$
Taban Yüzey Köşegeni	$a\sqrt{2}$
Cisim Köşegeni	$a\sqrt{3}$

EĞİK PRİZMALAR:

Prizma taban düzlemi ile α açısı yaparak eğilirse eğik prizma elde edilir.



$$h = \ell \cdot \sin\alpha$$

$$Hacim = a \cdot b \cdot h$$

Örnek: Yukarıda verilen eğik prizmanın taban ayrıtları 6 ve 8 birim olsun. Taban ile 30° lik açı yapmış olsun. $\ell = 12$ olduğuna göre bu eğik prizmanın hacmi kaç birimdir?

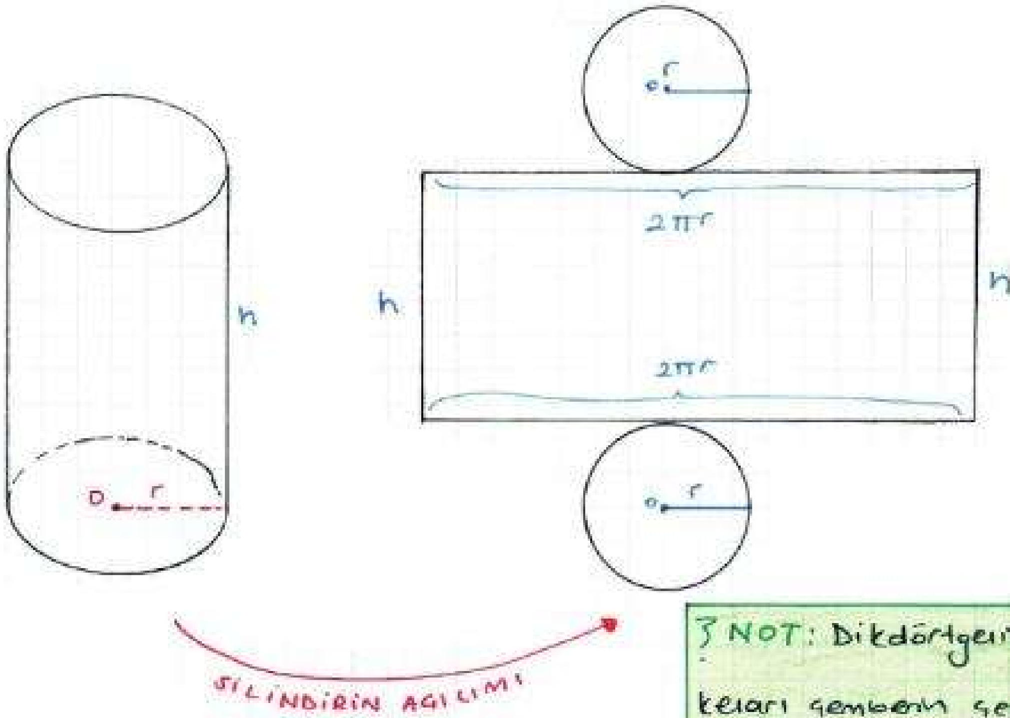
$h = \ell \cdot \sin\alpha$

$h = 12 \cdot \sin 30 = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$

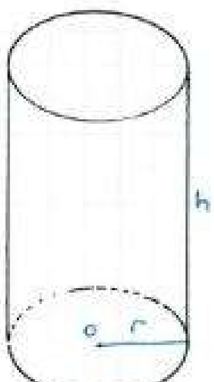
$Hacim = 6 \cdot 8 \cdot 6 = 288$

SİLİNDİR:

Tabanı daire şeklinde olan prizmalara silindir denir.



NOT: Dikdörtgenin bir kenarı çemberin çevresi kadardır.



Hacim: $\pi r^2 h$

Yanal Alan: $2\pi r h$

Yüzey Alanı: $2\pi r h + 2\pi r^2$

Taban Alanı: πr^2

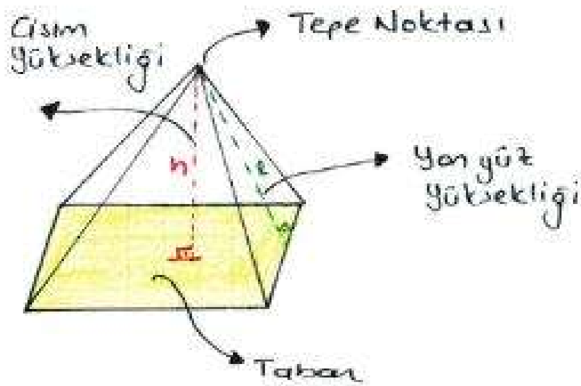
PİRAMİTLER:

Bir düzlem üzerindeki çokgen ile bu düzlem dışarısındaki bir noktanın çokgenin çevresi ile birleştirildiğinde oluşan şekle piramit denir. Bu noktadan çokgen üzerine indirilen dikmeye piramidin yüksekliği denir.

Piramidin tabanı düzgün çokgen, yan yüzleri de ikizkenar üçgen ise bu piramide düzgün piramit denir.

Düzgün piramitte tepe noktasından çokgene indirilen dikme çokgenin ağırlık merkezinden geçer.

* Piramitler tabanlarına göre isimlendirilir.



NOT: DÜZGÜN PİRAMİTLERİN;

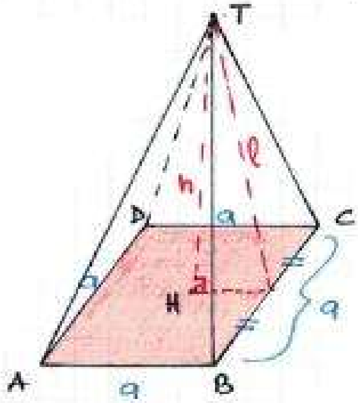
Hacimleri → $\frac{1}{3}$ (Taban Alanı) . (Yükseklik)

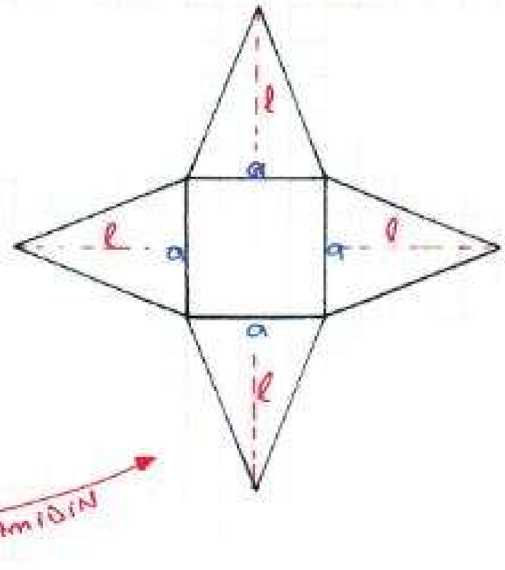
Yanal Alanı → $\frac{1}{2}$ (Taban Çevresi) . (Yan yüz Yüksekliği)

Yüzey Alanı → (Taban Alanı) + (Yanal Alan)

DÜZGÜN KARE PİRAMİT:

Tabanı kare olan piramide düzgün kare piramit denir.



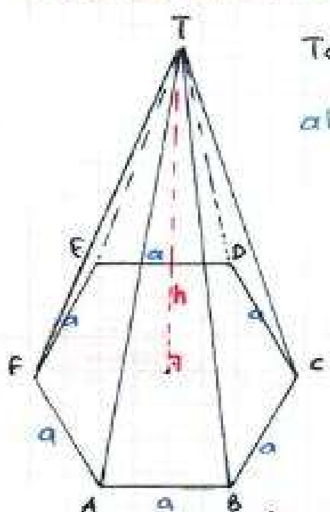


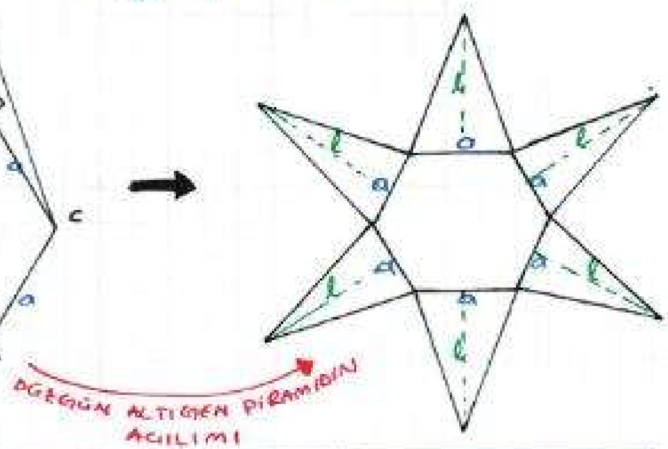
Hacim: $\frac{1}{3}a^2 \cdot h$

Yanal Alan: $2a\ell$

DÜZGÜN ALTIGEN PİRAMİT:

Tabanı düzgün altıgen olan piramide düzgün altıgen piramit denir.

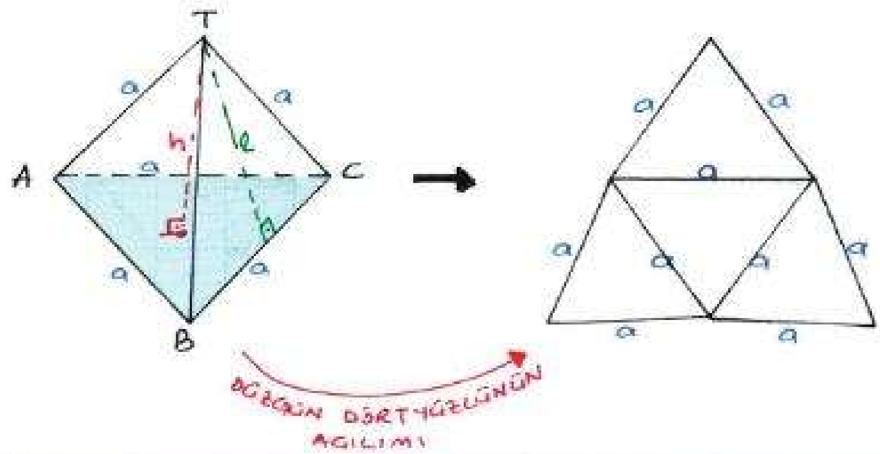




Hacim: $\frac{6 \cdot a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{h}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}h}{2}$	Taban Alanı: $\frac{6 \cdot a^2\sqrt{3}}{4}$

DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ:

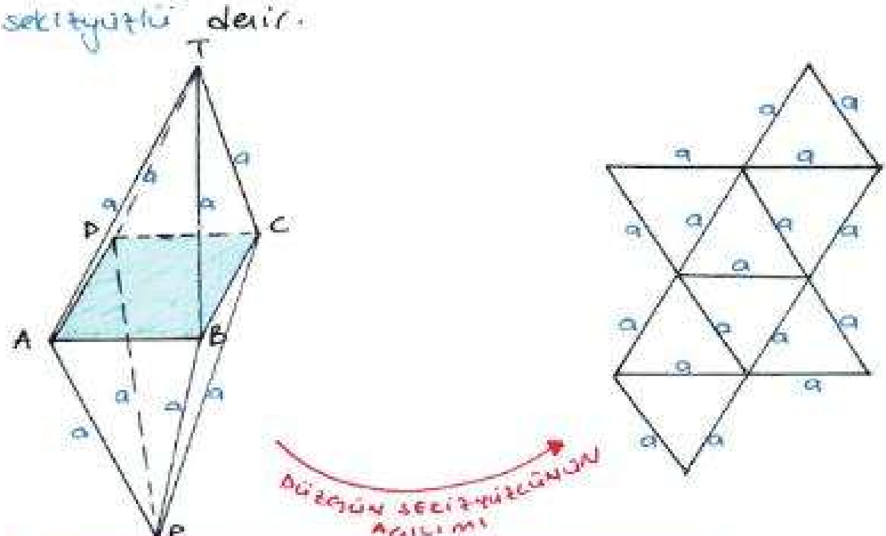
Dört yüzü eşkenar üçgen olan düzgün piramite düzgün dörtyüzlü denir.



Hacim: $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$	Yüzey Alanı: $a^2\sqrt{3}$
Cisim Yüksekliği: $\frac{a\sqrt{6}}{3}$	Yan Yüz Yüksekliği: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

DÜZGÜN SEKİZYÜZLÜ:

Sekiz yüzü de eşkenar üçgen olan düzgün piramide düzgün sekizyüzlü denir.

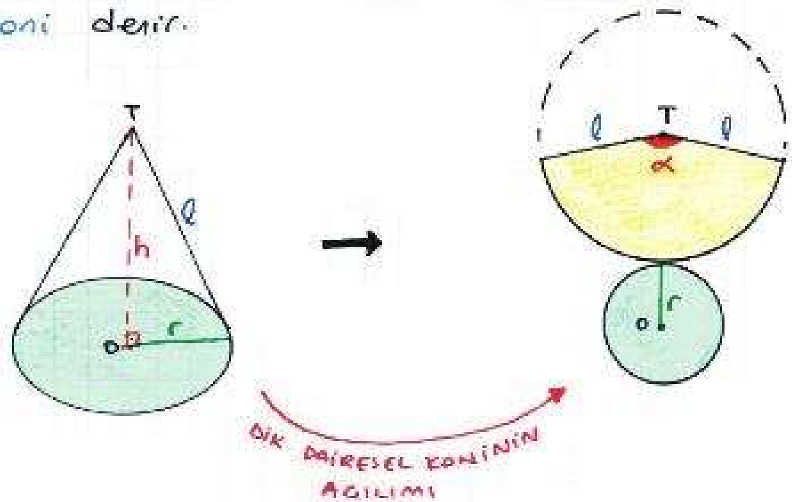


Alanı: $2a^2\sqrt{3}$	Hacim: $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

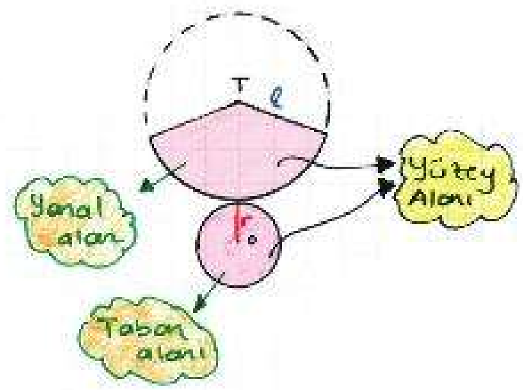
KONİ:

Tabanı daire şeklinde olan ve daire düzlemi dışındaki bir noktanın dairenin çevresi ile birleştirilmesiyle oluşan katı cisme koni denir.

Yüksekliği dairenin merkezinden geçen koniye dik dairesel koni denir.



Hacim: $\frac{\pi r^2 h}{3}$
Yanal Alan: $\pi . r . l$
Yüzey Alanı: $\pi r^2 + \pi . r . l$

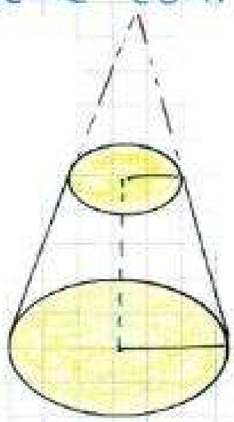


NOT: $\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360}$

r = taban yarıçapı

l = koninin ana doğrusu

KESİK KONİ:



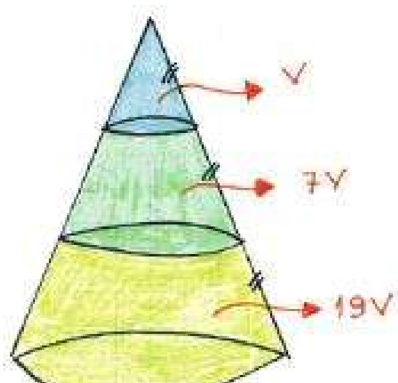
Bir koni tabanına paralel bir düzlem ile kesildiğinde taban ve paralel düzlem arasında kalan koniye kesik koni denir.

DİKKAT: Kesilen cisim de konidir.

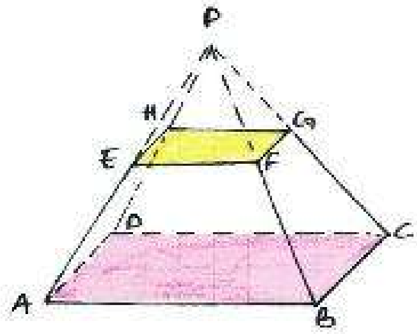
Kesik Koninin Hacmi = Koninin Hacmi − Kesilen Koninin Hacmi

BENZER KONİLERİN HACİMLERİ ORANI:

Hacimler oranı benzerlik oranının küpüne eşittir.



KESİK PİRAMİT :



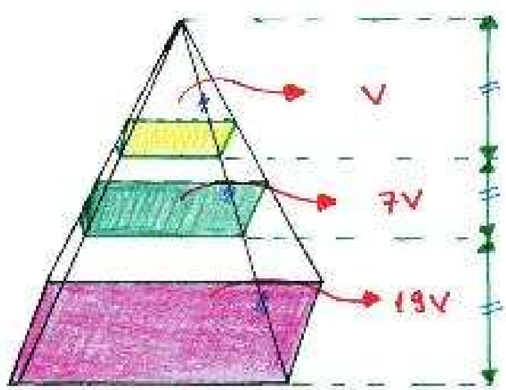
Bir piramit tabanına paralel bir düzlem ile kesildiğinde taban ve paralel düzlem arasında kalan piramide kesik piramit denir.

DİKKAT: Kesilen cisim de bir piramittir.

Kesik Piramidin Hacmi = Piramit Hacmi − Kesilen Piramidin Hacmi

BENZER PİRAMİTLERİN HACİMLERİ ORANI :

Hacimler oranı benzerlik oranının küpüne eşittir.

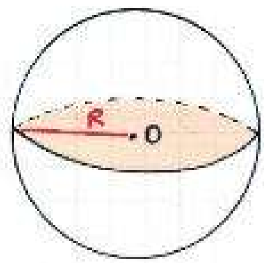


KÜRE:

Uzayda bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesinin birleştirilmesiyle oluşan şekle küre denir.

O merkezli

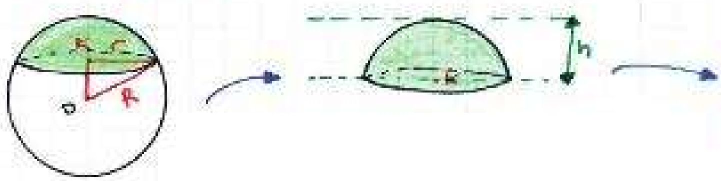
R yarıçaplı küre:



Hacim = $\frac{4}{3}\pi R^3$
Yüzey Alanı: $4\pi R^2$

NOT: Yüzey alanı hacmin türevidir.

Küre Kapağı:



Alanı: $2\pi R h$

Hacmi: $\frac{2\pi R^2 h}{3} - \frac{\pi r^3 h}{3}_{koni}$

Küre Kuşağı:

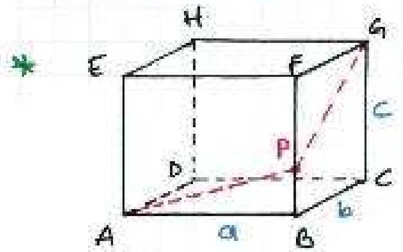
Alanı: $2\pi R h$

Küre Dilimi:

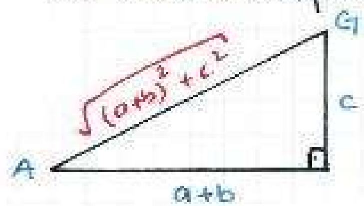
Hacmi: $\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \frac{\alpha}{360}$

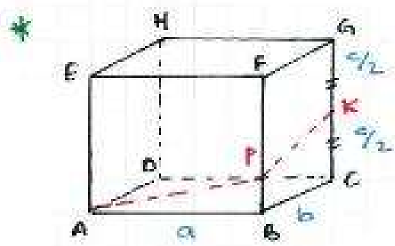
Yüzey Alanı: $4\pi R^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$

EN KISA YOL:

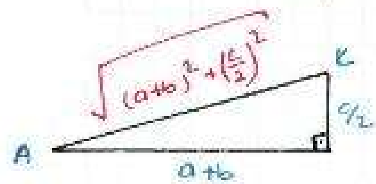


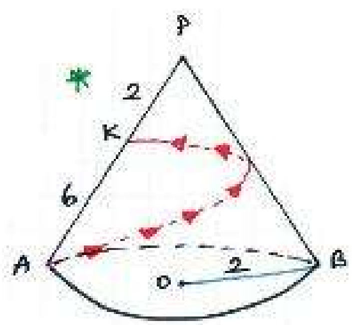
A noktasından G noktasına en kısa mesafe:





A noktasından K noktasına en kısa mesafe:

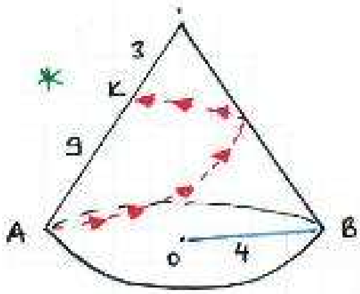




A noktasından K noktasına en kısa mesafe:

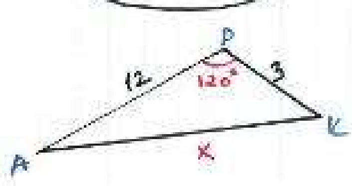
$\frac{r}{\ell} = \frac{\alpha}{360}$ olduğundan $\frac{2}{8} = \frac{\alpha}{360}$ $\alpha = 90^\circ$

$|AK| = \sqrt{8^2+2^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$



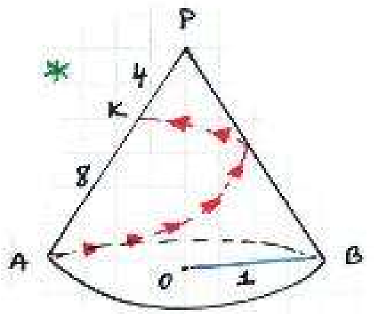
A noktasından K noktasına en kısa mesafe:

$\frac{4}{12} = \frac{\alpha}{360}$ olduğundan $\alpha = 120^\circ$



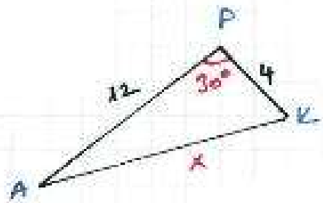
$x^2 = 12^2 + 3^2 - 2\cdot12\cdot3\cos 120$ (cos teoremi)

$x = \sqrt{189} = 3\sqrt{23}$



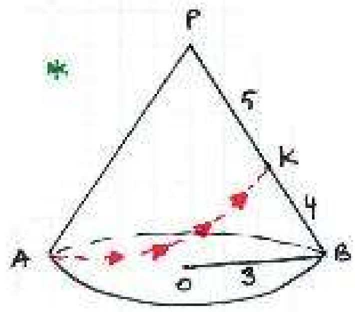
A noktasından K noktasına en kısa mesafe:

$\frac{1}{12} = \frac{\alpha}{360°}$ olduğundan $\alpha = 30°$



$x^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot \cos 30°$

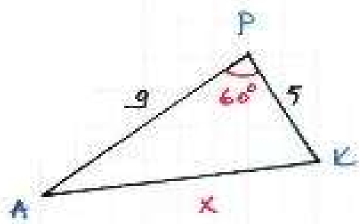
$x = 4\sqrt{10 - 3\sqrt{3}}$



A noktasından K noktasına en kısa mesafe:

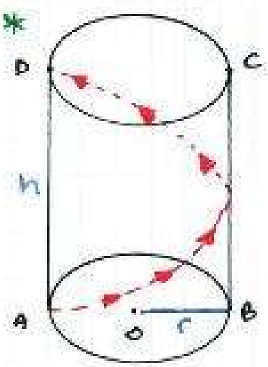
$\frac{3}{9} = \frac{\alpha}{360°}$ olduğundan $\alpha = 120°$

Yarım tur atıldığı için tepe açısını $\frac{120°}{2} = 60°$ alacağız.

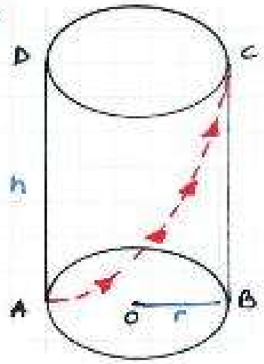


$x^2 = 9^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos 60$

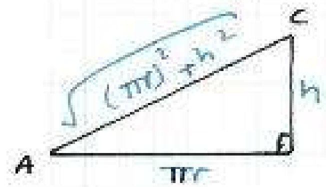
$x = \sqrt{61}$

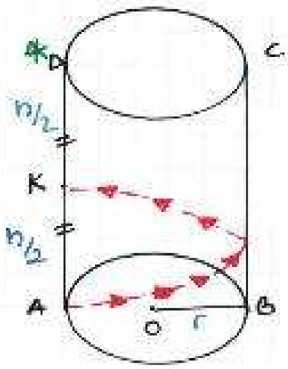


A noktasından D noktasına en kısa mesafe:

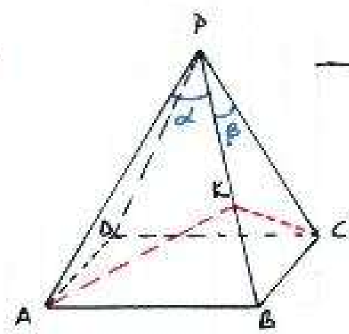


A noktasından C noktasına en kısa mesafe:

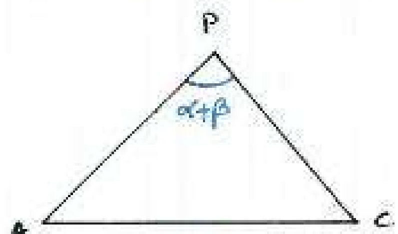




A noktasından K noktasına en kısa mesafe:

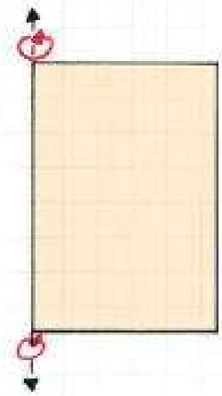


A noktasından C noktasına en kısa mesafe

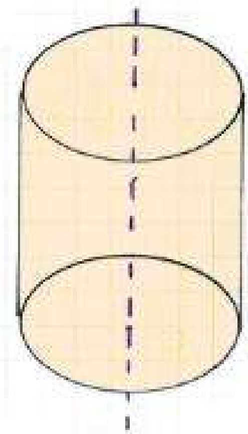


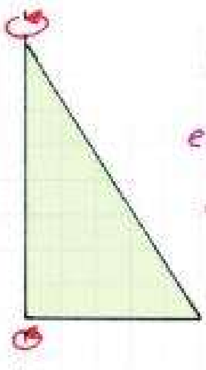
x → cos teoremi yardımıyla bulunur.

~ DÜZLEMSEL YÜZEYLERİN DÖNDÜRÜLMESİ: ~

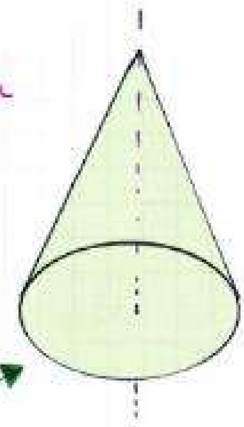


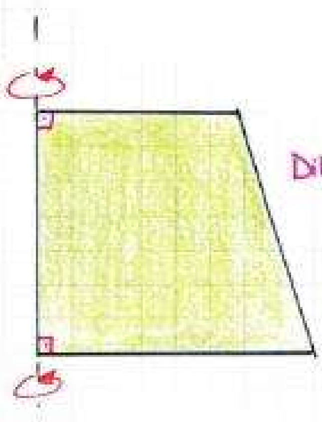
Dikdörtgen eksen etrafında 360° döndürülürse silindir oluşur.



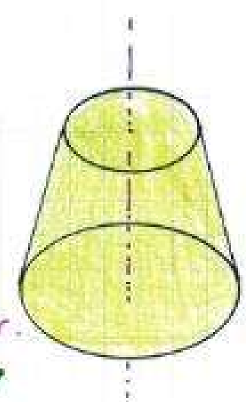


Dik üçgen eksen etrafında 360° döndürülürse koni oluşur.

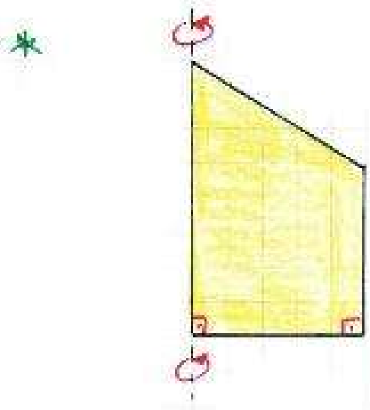




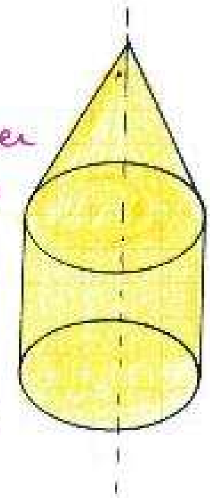
Dik yamuk eksen etrafında 360° döndürülürse kesik koni oluşur.



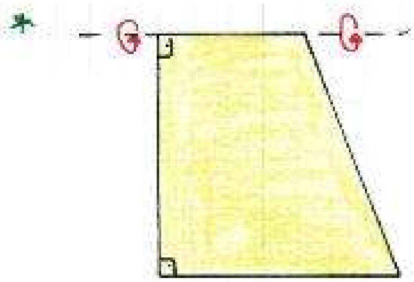
*

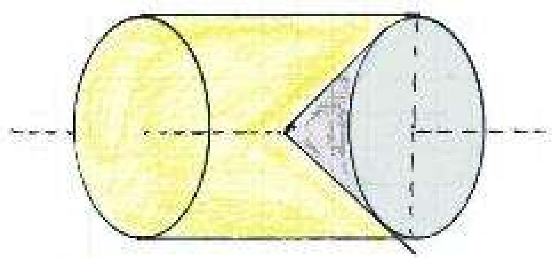


Dik yamuk eksen etrafında 360° döndürülürse silindir ve koni oluşur.



*





Dik yamuk eksen etrafında 360° döndürülürse silindir içinde boş koni şekli oluşur.

~ DÜZLEMDE DÖNÜŞÜMLER ~

*** $P(x,y)$ noktasının orijin etrafında ;

i) Pozitif (saat yönünün tersi) yönde 90° döndürülmesi ile oluşan noktanın koordinatları ;

$$P'_{90°}(x,y) = (-y,x)$$

ii) Pozitif yönde 180° döndürülmesi ile oluşan noktanın koordinatları;

$$P'_{180°}(x,y) = (-x,-y)$$

iii) Negatif yönde 90° döndürülmesi ile oluşan noktanın koordinatları;

$$P^{-1}_{90°}(x,y) = (y,-x)$$

Örnek: $A(5,-2)$ noktasının ;

a) Pozitif yönde 90° döndürelim.

$A'(2,5)$ //

b) Pozitif yönde 180° döndürelim.

$A'(-5,2)$ //

c) Negatif yönde 90° döndürelim.

$A'(-2,-5)$ //

Örnek: Köşeleri A(1,2), B(6,2), C(6,4) ve D(1,4) olan dikdörtgen pozitif yönde 180° döndürüldükten sonra $\vec{u} = (1,2)$ vektörü tarafından ötelenmesi ile oluşan şekli analitik düzlemde gösteriniz. Alanını bulunuz.

→ Dönme uygulanırsa;

$A'_{180°}(1,2) \longrightarrow (-1,-2)$

$B'_{180°}(6,2) \longrightarrow (-6,-2)$

$C'_{180°}(6,4) \longrightarrow (-6,-4)$

$D'_{180°}(1,4) \longrightarrow (-1,-4)$

→ $\vec{u}$ tarafından ötelenirse;

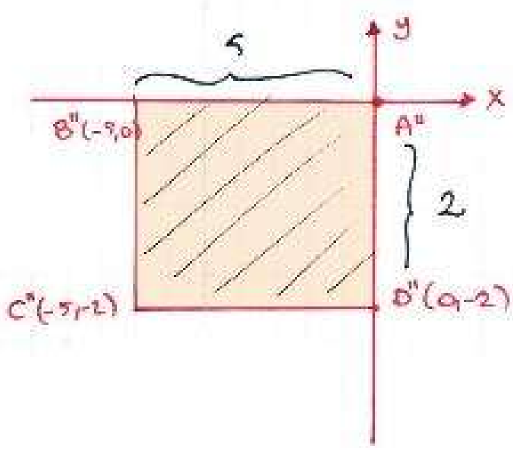
$A'' = A' + \vec{u} = (-1,-2) + (1,2) = (0,0)$

$B'' = B' + \vec{u} = (-6,-2) + (1,2) = (-5,0)$

$C'' = C' + \vec{u} = (-6,-4) + (1,2) = (-5,-2)$

$D'' = D' + \vec{u} = (-1,-4) + (1,2) = (0,-2)$

→ Analitik düzlemde gösterilirse;



$A = 5 \cdot 2 = 10 \text{ br}^2$

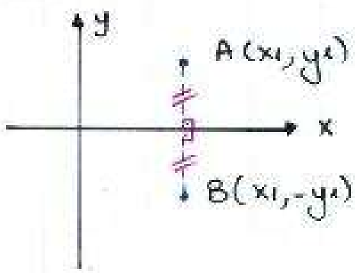
~ SİMETRİ ~

★ Noktanın Noktaya Göre Simetriği

$$x_2 = \frac{x_1 + x_0}{2}$$

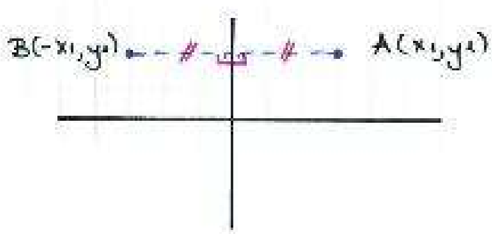
$$y_2 = \frac{y_1 + y_0}{2}$$

★ Noktanın X Eksenine Göre Simetriği



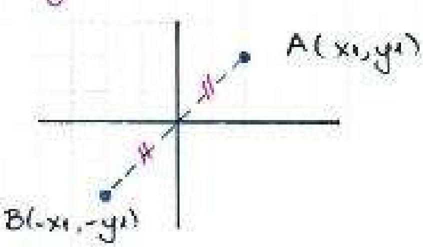
$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{\text{x eksenine}} B(x_1,-y_1)$$

★ Noktanın y Eksenine Göre Simetriği



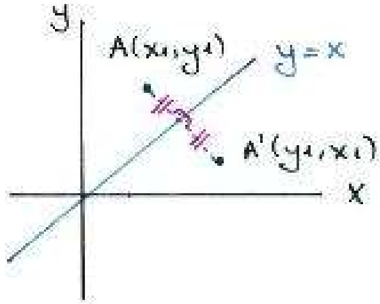
$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{\text{y eksenine}} B(-x_1,y_1)$$

★ Orijine Göre Simetri



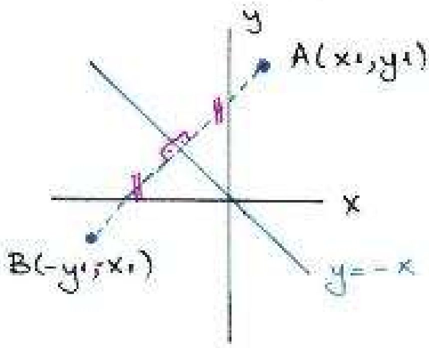
$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{\text{orijine}} B(-x_1,-y_1)$$

Noktanın $y = x$ Doğrusuna Göre Simetriği



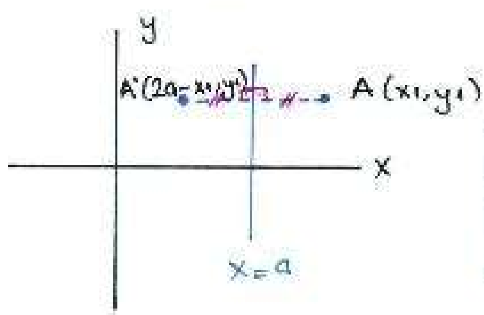
$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{y = x\text{'e}} A'(y_1, x_1)$$

Noktanın $y = -x$ Doğrusuna Göre Simetriği



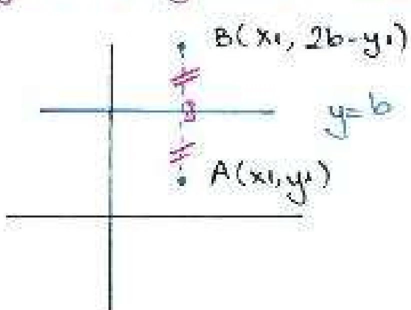
$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{y = -x\text{'e}} B(-y_1, -x_1)$$

$x = a$ Doğrusuna Göre Simetri



$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{x = a\text{'ya}} A'(2a - x_1, y_1)$$

$y = b$ Doğrusuna Göre Simetri



$$A(x_1,y_1) \xrightarrow[\text{göre}]{y = b\text{'ye}} B(x_1, 2b - y_1)$$

Örnek: $3x - 2y + 6 = 0$ doğrusunun;

a) x eksenine göre simetriği ?

$(x, -y)$ olduğundan; $3x - 2.(-y) + 6 = 0$

$3x + 2y + 6 = 0$

b) y eksenine göre simetriği ?

$(-x, y)$ olduğundan; $3.(-x) - 2y + 6 = 0$

$-3x - 2y + 6 = 0$

c) Orijine göre simetriği ?

$(-x, -y)$ olduğundan; $3.(-x) - 2.(-y) + 6 = 0$

$-3x + 2y + 6 = 0$

d) $y = x$'e göre simetriği ?

(y, x) olduğundan; $3y - 2x + 6 = 0$

e) $y = -x$'e göre simetriği ?

$(-y, -x)$ olduğundan; $3.(-y) - 2.(-x) + 6 = 0$

$-3y + 2x + 6 = 0$

f) $x = 5$'e göre simetriği ?

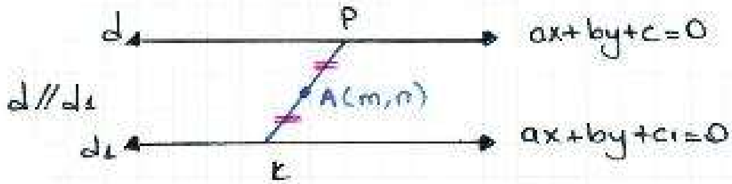
$(2a - x, y)$ olduğundan; $3.(10 - x) - 2y + 6 = 0$

$30 - 3x - 2y + 6 = 0$

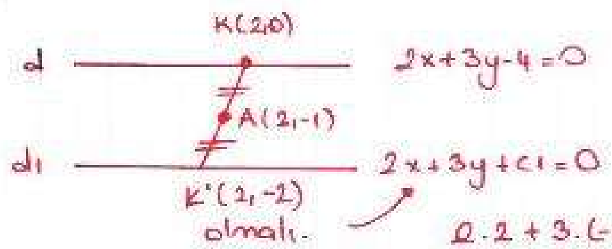
$-3x - 2y + 36 = 0$

Doğrunun Simetrileri

Doğrunun Noktaya Göre Simetriği



Örnek: Analitik düzlemde $d: 2x+3y-4=0$ doğrusunun $A(2,-1)$ noktasına göre simetriği olan doğru denklemini yazınız.



$2 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) + c_1 = 0$

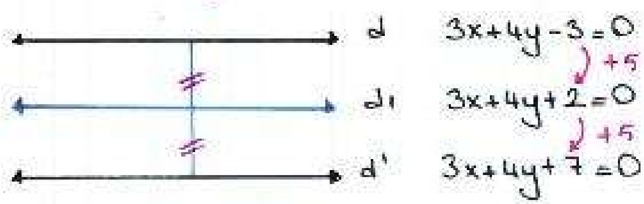
$4 - 6 + c_1 = 0$

$c_1 = 2$

$d_1: 2x+3y+2=0$

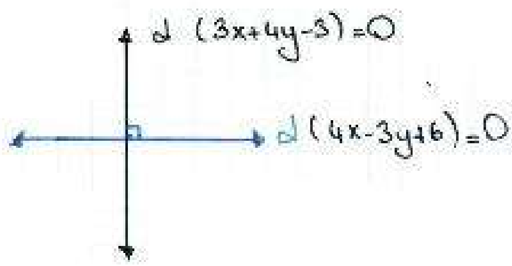
Doğrunun Doğruya Göre Simetriği

*



Paralel Doğrular

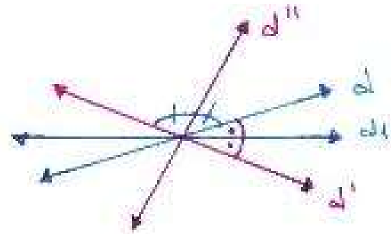
*



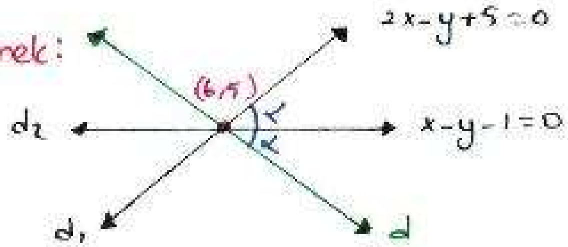
Dik Doğrular

Bir d doğrusunun kendisine dik olan d_1'e göre simetriği kendisidir.

* Kesişen iki doğrudan birinin diğerine göre simetriği olan doğrunun denklemi açıortay denklemi yardımı ile bulunur.



Örnek:



d_1 doğrusunun d_2 doğrusuna göre simetriği olan doğru denklemini bulunuz.

d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktalarını bulalım.

$$\left.\begin{aligned} d_1 &: 2x-y+5=0 \\ d_2 &: x-y-1=0 \end{aligned}\right\}$$ Taraf tarafa yok etme metodu ile $x=6$, $y=5$ bulunur.

d_1 doğrusu ile d_2 doğrusunun arasındaki açının tanjantı ile d_2 doğrusu ve d doğrusu arasındaki açının tanjantı eşittir.

$$\left.\begin{aligned} m_{d_1} &= 2 \\ m_{d_2} &= 1 \end{aligned}\right\} \quad \frac{m_1-m_2}{1+m_1 m_2}$$ formülünü kullanalım.

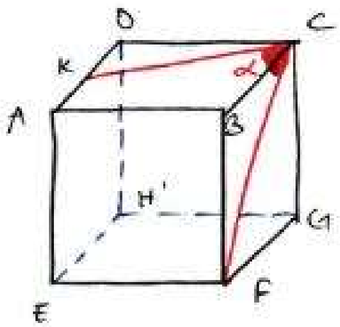
$$\frac{2-1}{1+2\cdot1} = \frac{1-m}{1+1\cdot m} \Big\} \rightarrow m = 1/2$$

Bir noktası bir eğimi bilinen doğru denklemi:

$$y-5 = \frac{1}{2}(x-6) \rightarrow 2y-10 = x-6 \rightarrow 2y-x-4=0$$

TEST 6

1



Yukarıda verilen küpte

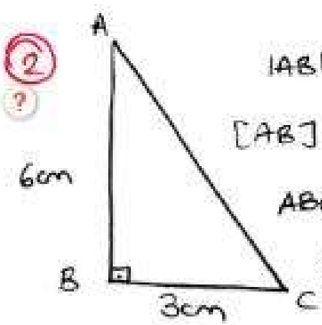
$m(\widehat{FCK}) = \alpha$

$|AK| = |DK|$

$\tan\alpha$ nedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2



$|AB| = 2 \cdot |BC| = 6cm$

$[AB] \perp [BC]$

ABC üçgeni [AB] kenarı etrafında $360°$ derece döndürülürse oluşan cismin V olur.

[BC] kenarı etrafında kaç derece dönerse hacim $\frac{V}{2}$ olur?

A) 45 B) 60 C) 90 D) 120 E) 180

3 Analitik düzlemde aşağıdaki noktalara sırasıyla öteleme dönüşümü uygulanıyor.

— A noktası 4a br sola ötelenerek B noktası

— B noktası 2a br aşağı ötelenerek C noktası

— C noktası 2a br sola ötelenerek D noktası elde ediliyor.

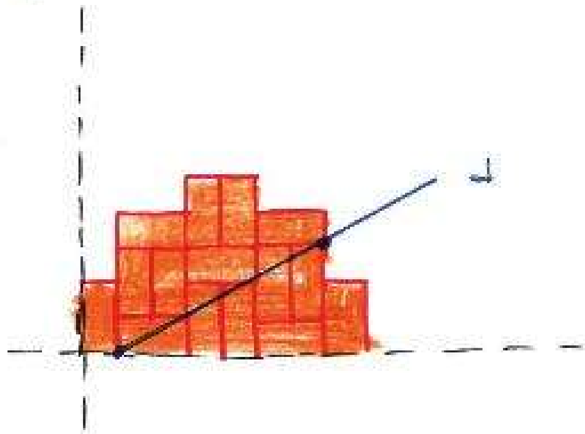
$|AD| = 4\sqrt{10}$ br ise

$|BD| = ?$

A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$

D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

4



Şekildeki eş tuğlalarla yarım örülmüş bir bahçe duvarı vardır.

Duvar d doğrusu boyunca çatlamıştır.

Buna göre bu doğrunun eğimi kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

5

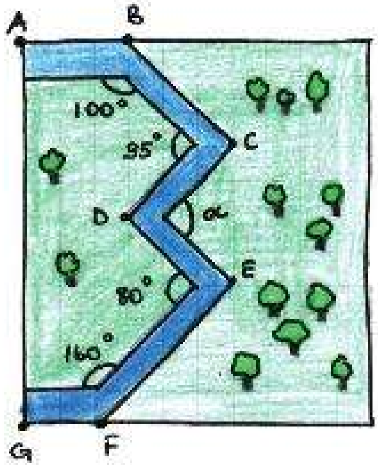
Silindir biçimindeki sürahideki limonata 4 adet silindir bardağa dolduruluyor. Sürahinin yarıçapı 8cm ve eş bardakların her birinin taban yarıçapı 2cm ve yüksekliği 4cm.

Sürahiden bu dört bardağa ayrı konulduğunda sürahideki limonata yüksekliği kaç cm azalır?

A) 0,5 B) 1 C) 1,5

D) 2 E) 2,5

YENİ NESİL TARAMALAR

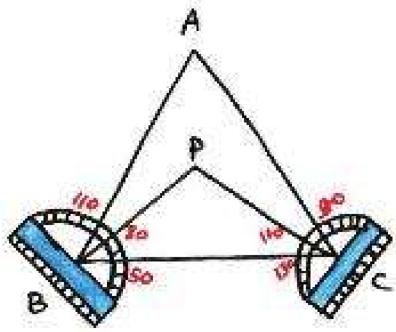
1. 

Yandaki şekilde nehrin kaç derecelik açılarla kıvrıldığı gösterilmiştir. Nehrin kolları paralel bir şekilde uzanmaktadır.

[AB] // [GF]

Buna göre α açısı kaç derecedir?

A) 60 B) 65 C) 75 D) 80 E) 85

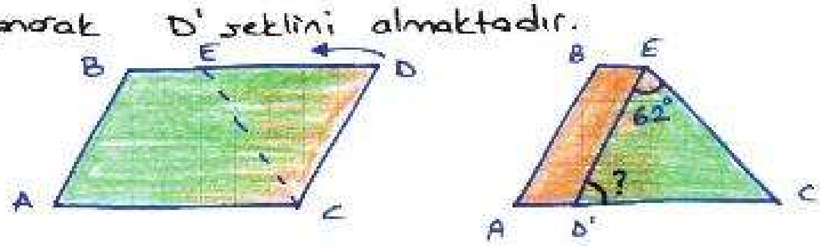
2. 

Verilen ABC üçgeninin B ve C köşelerine yerleştirilen iletkiler derece birimine göre ölçüm yapmaktadır.

Buna göre $m(A\hat{P}C)$ kaç derecedir?

A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

3. ABCD paralelkenarı şeklindeki karton D köşesi CE boyunca katlanarak D' şeklini almaktadır.



A) 68 B) 64 C) 60 D) 58 E) 56

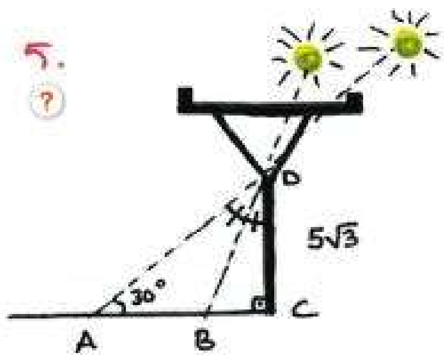
4.

Saatte verilen akrep ve yelkovanın uzunlukları sırasıyla 6cm ve 10 cm'dir.

Buna göre saat 15:00 dan 17:00 oluncaya kadar yelkovanın aldığı yol akrebin aldığı yoldan kaç cm fazladır?

A) 27π B) 33π C) 36π D) 38π E) 39π

5.



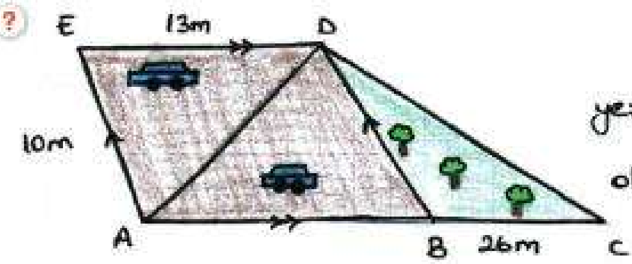
$5\sqrt{3}$ m uzunluğundaki bir elektrik direğinin gün içindeki farklı gölgelerinin uzunlukları verilmiştir.

$[AC] \perp [CD]$ $|AB| = x$ m $|CD| = 5\sqrt{3}$ m

$x = ?$

A) 5 B) 10 C) $10\sqrt{3}$ D) 15 E) $15\sqrt{3}$

6.



Şekildeki arazinin bir kısmı yeşil alan bir kısmı otopark olarak kullanılacaktır.

$[ED] // [AC]$

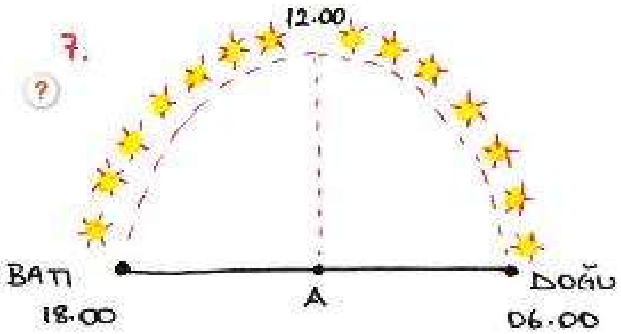
$[AE] // [BD]$ $|AE| = 10$m

$|ED| = |AD| = 13$m $|BC| = 26$m

Yeşil alanın alanı kaç m^2'dir?

A) 120 B) 140 C) 160 D) 170 E) 180

7.

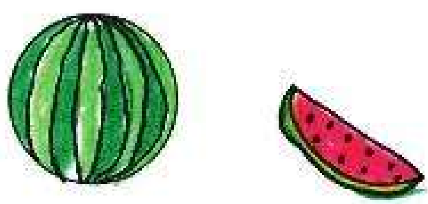


Güneş doğusundan batışına kadar geçen sürede, her bir saat A noktasına göre eş açılarla ilerlemektedir.

Güneş doğduktan 2 saat sonra ve batmadan 2 saat önce güneşin konumları ile A noktası arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 60 C) 45 D) 120 E) 150

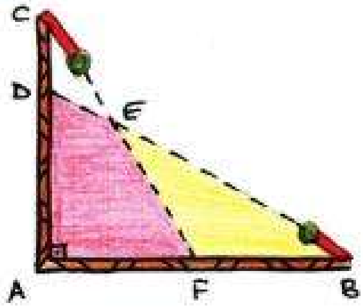
8.



Yarıçapı 10 cm olan küre şeklindeki bir karpuzun 27 eş parçaya dilimlediği biliniyor.
Karpuzun kabuk kalınlığı 1 cm olduğuna göre 1 dilimdeki kabuksuz karpuzun hacmi kaç cm^3'tür?

A) 12π B) 18π C) 24π D) 36π E) 40π

9.



Sekilde C ve B noktalarına birer el feneri yerlestirilmistir.

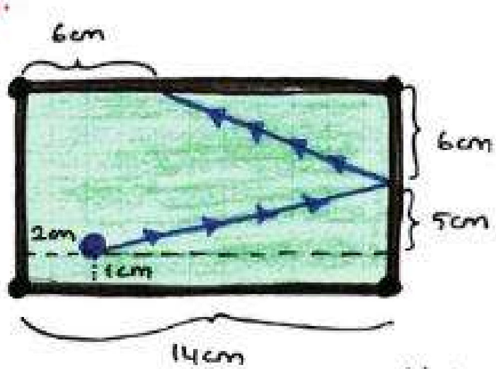
$|CD| = |FB| = 3m$

$|AD| = 4m \quad |AF| = 7m$

olduğuna göre iki el fenerinin ortak aydınlattığı alan kaç m^2 'dir?

A) 2 B) 5 C) 7 D) 8 E) 17

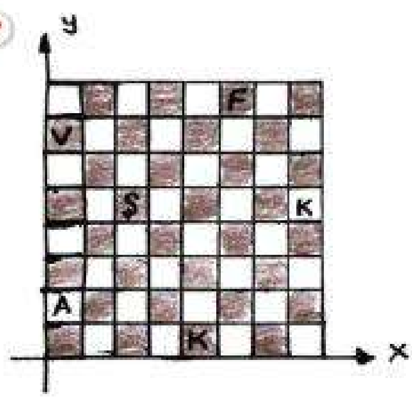
10.



minyatür bilardo masasında topun deliğe girene kadar aldığı toplam yol kaç cm'dir?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

11.



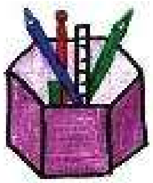
A : At
V : Vezir
K : Kale
Ş : Şah
F : Fil

Koordinat duzleminde 64 br^2 alan olusan bir satranç tahtası yerlestirilmiştir.

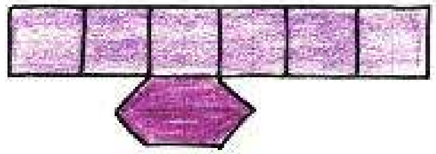
Herhangi iki satranç tasının bulunduğu karelerin merkezleri arasındaki mesafe <u>en az</u> kaç birimdir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 4 C) $\sqrt{26}$ D) 5 E) $4\sqrt{2}$

12.



ŞEKİL-1



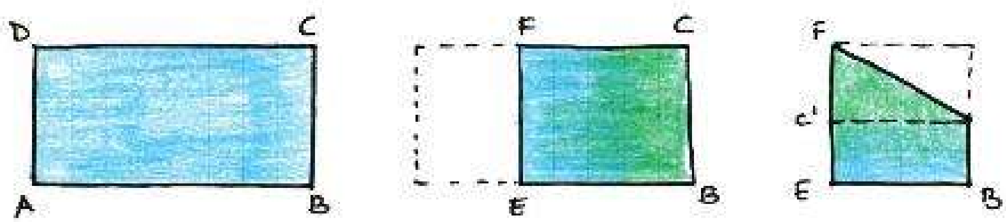
ŞEKİL-2

Şekil-1'de verilen kalem kutusu düzgün altıgen dik prizma şeklinde olup, tüm ayrıtları eşit uzunlukta ve taban çevresi 12 birimdir.

Bu kutu Şekil-2'deki gibi açılırsa yeni oluşan şeklin çevresi kaç birim olur?

A) 30 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

13.



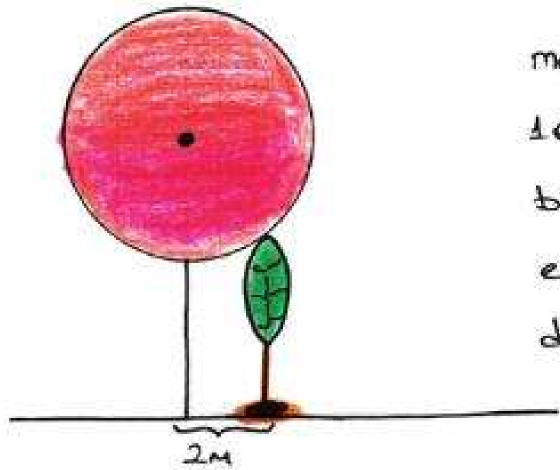
ABCD dikdörtgeni AD kenarı BC kenarının üstüne gelecek şekilde katlanıyor. Daha sonra CF kenarı EF kenarının üstüne gelecek şekilde katlanıyor.

$|EC'| = 1$ br $|C'F| = 5$ br $|EB| = 12$ br

olduğuna göre başlangıçtaki dikdörtgenin çevresi kaç br'dir?

A) 38 B) 48 C) 54 D) 60 E) 70

14.

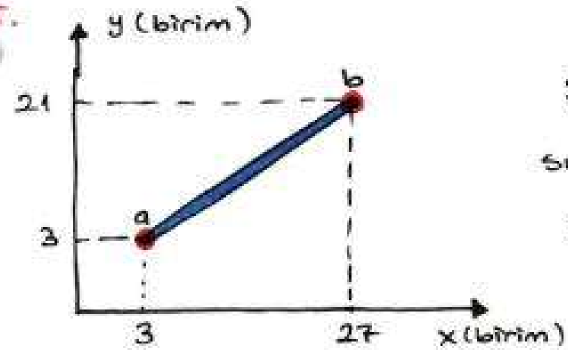


Merkez noktasının yerden yüksekliği 10m, yarıçapı $2\sqrt{2}$ m olan daire biçimindeki levha rüzgarın etkisiyle merkez noktasından dönmeye başlıyor.

Levhanın bağlı olduğu direkten 2m uzaklıkta bir ağaç bulunmaktadır. Ağacın uzunluğu x m'dir. ($x \in Z$)
Levhanın ağaca çarpmaması için ağacın boyu en fazla kaç m olabilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

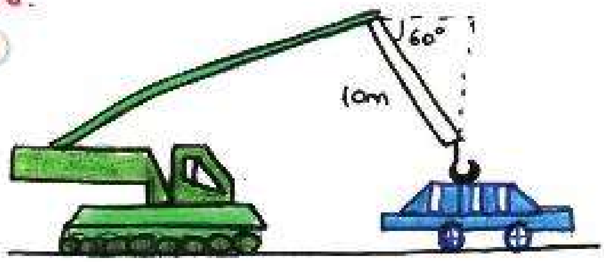
15.



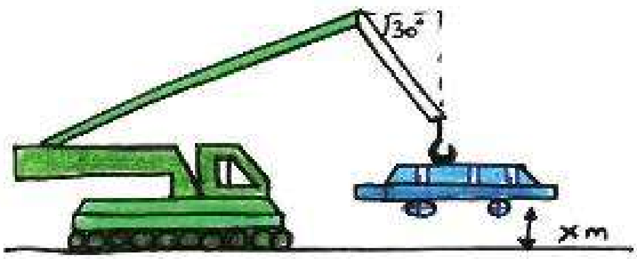
Şekildeki a ve b noktaları arasına bir ip gerilmiştir.
Bağlandığı noktalardan sökülen ip ile bir eşkenar üçgen oluşturulduğunda üçgenin yüksekliği kaç birim olur?

A) $4\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $10\sqrt{3}$

16.



Şekil I

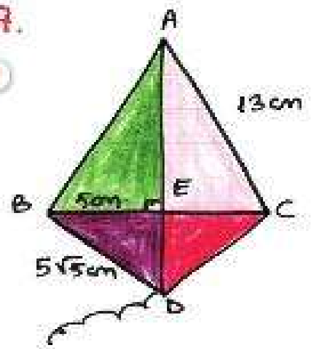


Şekil II

Şekil I'de verilen vinç halatının uzunluğu 10m olup, şekildeki gibi 60° 'lik açıyla aracı kavramıştır. Vinç halatı 30°'lik açı yapacak şekilde arabayı kaldırdığında arabanın yerden yüksekliği kaç m olur?

A) 5 B) $5\sqrt{3}-5$ C) $5\sqrt{3}$ D) 10 E) $10\sqrt{3}-5$

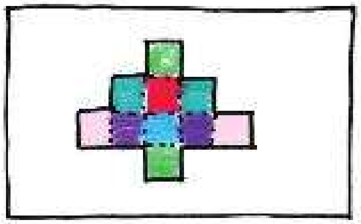
17.



Deltoid şeklinde verilen uçurtmanın uçabilmesi için gövdenin parçası olan |AD| uzunluğunun 3cm eksik olduğu gözleniyor. Bu uçurtmanın uçabilmesi için |AD| kaç cm olmalıdır?

A) 25 B) 23 C) 22 D) 12 E) 10

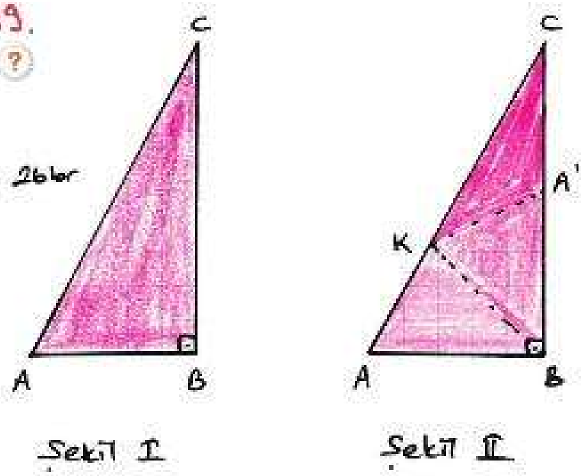
18.



Şekildeki birim karelerden oluşan desenin çevresi $36\sqrt{3}$ br'dir. Bu desenin alanı kaç br²'dir?

A) $60\sqrt{3}$ B) 60 C) $120\sqrt{3}$ D) 120 E) $120\sqrt{2}$

19.



Şekil I'deki ABC üçgeninde

[AB] ⊥ [BC]

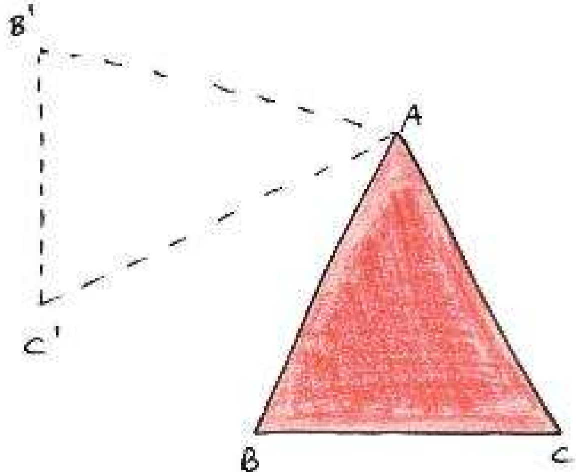
|BC| = 24br |AC| = 26br

ABC üçgeninin A köşesi [BK] boyunca katlanarak şekil II elde ediliyor.

Buna göre A' ile C noktaları arasındaki uzaklık kaç br olur?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

20.



$|AB| = |AC| = 4$ br

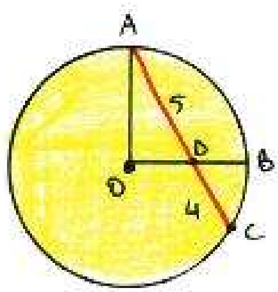
$m(B\hat{A}C) = 30°$

ABC üçgeni A köşesi etrafında negatif yönde 60° döndürülerek A'B'C' üçgeni elde ediliyor.

Buna göre $|B'C|$ kaç br dir?

A) $2\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{15}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

21.



Şekilde verilen O merkezli çemberde

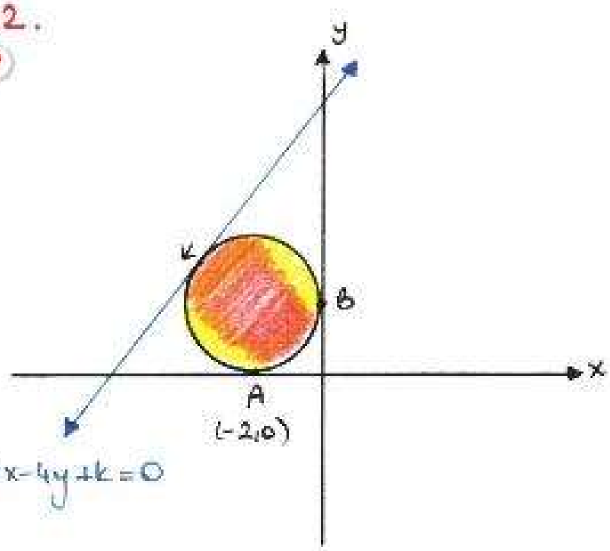
$[AO] \perp [OB]$

$|AD| = 5$ br $|DC| = 4$ br

olduğuna göre çemberin çevresi kaç π birimdir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{10}$ D) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

22.

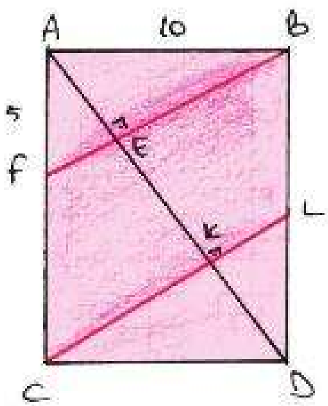


Yanda verilen analitik düzlemde x eksenine A(-2,0) noktasında, y eksenine B noktasında teğet olan 3x-4y+k=0 doğrusunun grafiği verilmiştir?

Bu grafiğe göre, k değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -8 B) 4 C) 8 D) 12 E) 24

23.



ABCD dikdörtgen

[BF] ⊥ [AD]

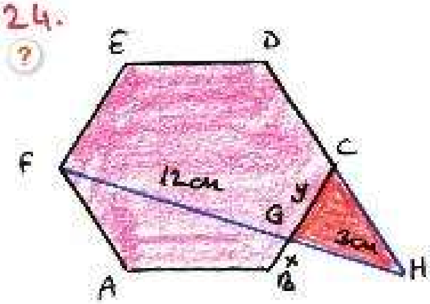
[CL] ⊥ [AD]

|AF| = 5 br |AB| = 10br

|EK| = x x = ?

A) $3\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{5}$ D) $6\sqrt{5}$ E) $8\sqrt{5}$

24\.



ABCDEF düzgün altıgen olup D, C, H doğrusaldır.

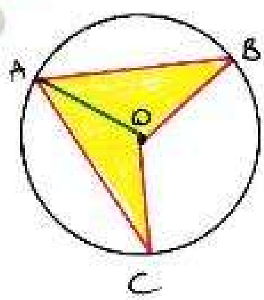
$|FG| = 12cm$ $|GH| = 3cm$

$|GC| = y cm$ $|GB| = x cm$

olduğuna göre $\frac{y}{x}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

25\.



O merkezli çemberde

$m(A\hat{B}O) = 30°$

$m(A\hat{C}O) = 20°$

olduğuna göre $m(C\hat{O}B)$ kaç derecedir?

A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 100

26. Analitik düzlemde $y=x$ doğrusunun

• 2 birim sağa, 1 birim aşağı ötelenmesiyle d_1 doğrusu

• Oy eksenine göre simetriği alınıp, 1 birim yukarı ötelenmesiyle d_2 doğrusu

elde ediliyor.

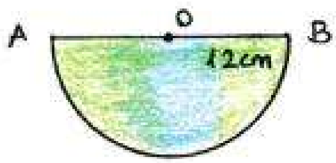
Buna göre d_1, d_2 doğruları ve Oy ekseniyle sınırlanan bölgenin alanı kaç br^2'dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

27. Merkezi $(-1, 2)$, yarıçapı 3 birim olan çemberin $x=y$ doğrusuyla kesiştiği noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

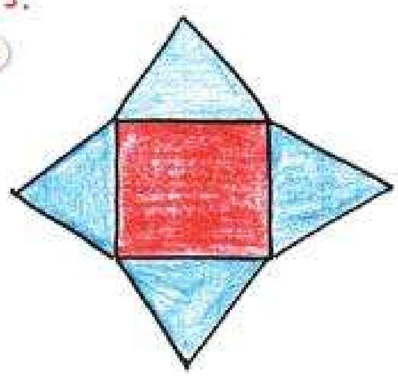
28. Aşağıdaki şekilde yarıçapı 12cm olan O merkezli yarım daire dilimi verilmiştir.



Bu dilimin kıvrılması ile oluşan dik dairesel koninin hacmi kaç π cm^3 olur?

A) $54\sqrt{3}$ B) $72\sqrt{3}$ C) $144\sqrt{3}$ D) $180\sqrt{3}$ E) $216\sqrt{3}$

29.

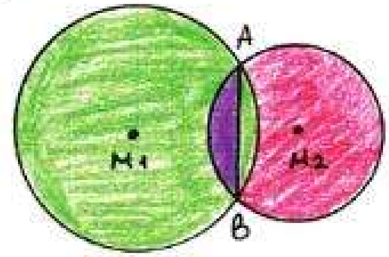


Yandaki şekilde bir kenarı 4 birim olan bir karenin etrafına eşkenar üçgenler yerleştirilmiştir.

Herhangi iki eşkenar üçgenin köşeleri arasındaki mesafe en çok kaç birimdir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $4+4\sqrt{3}$ C) 8 D) $8\sqrt{3}$ E) $4+2\sqrt{3}$

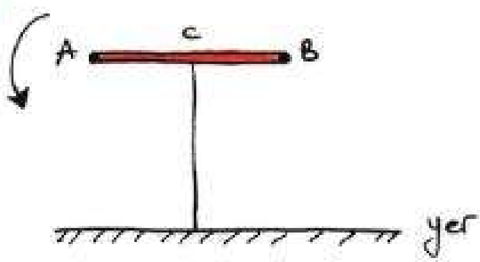
30.



Şekilde verilen M_1 merkezli $3\sqrt{3}$ cm yarıçaplı çember ile M_2 merkezli 3cm yarıçaplı çember A ve B noktalarında dik kesişiyor. Taralı mor alan kaç cm^2'dir?

A) $3\pi + \sqrt{3}$ B) $3\pi - 2\sqrt{3}$ C) $2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$ E) $3\pi + \frac{\sqrt{3}}{4}$

31.

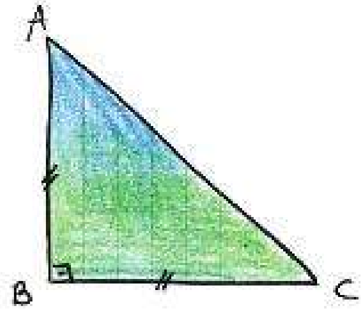


Şekildeki yer eksene paralel olan çubuğun uzunluğu $10\sqrt{3}$ birim olup C noktası etrafında ok yönünde döndürülüyor.

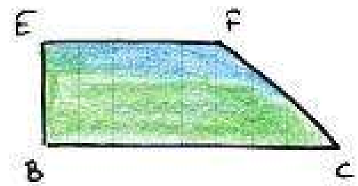
$3|AC| = |BC|$ olup $60°$ döndürüldüğünde A noktasının yerden yüksekliği 10 br olduğuna göre, B noktasının yerden yüksekliği kaç birimdir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

32.



1. Şekil



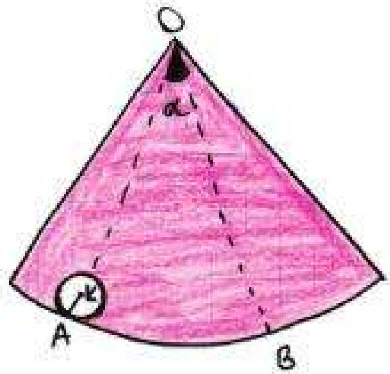
2. Şekil

1. şekildeki üçgen A noktası ile B noktası üst üste gelecek şekilde katlandığında 2. şekildeki yamuk oluşuyor.

Oluşan yamuğun alanı $24 br^2$ olduğuna göre, başlangıçtaki üçgenin alanı kaç br^2'dir?

A) 8 B) 16 C) 32 D) 36 E) 40

33.

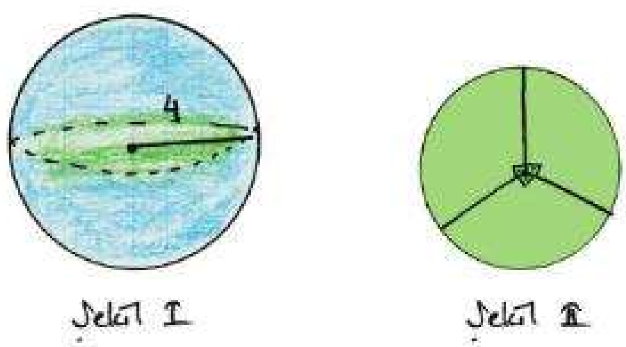


O merkezli daire diliminin A noktasından bırakılan bir top 2 tam tur atıp B noktasına kadar çıkıyor.

$|AO| = 6|AK|$ $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ kaçtır?

A) 60 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120

34.



Şekil I deki kürenin Şekil II deki gibi bir parçası kesilip alınıyor.

Şekil II deki küre parçasının alanı kaç cm^2 dir?

A) 16π B) 20π C) 24π D) 28π E) 32π

CEVAP ANAHTARI

Test - 1

1.	D	5.	B
2.	E	6.	C
3.	A	7.	D
4.	C	8.	E

Test - 2

1.	B	8.	E
2.	D	9.	A
3.	E	10.	D
4.	D	11.	B
5.	D	12.	E
6.	B	13.	D
7.	E		

Test - 3

1.	B	4.	B
2.	A	5.	D
3.	C	6.	C

Test - 4

1.	D	6.	D
2.	C	7.	B
3.	B	8.	C
4.	A	9.	D
5.	B		

Test - 5

1.	C	4.	C
2.	D	5.	B
3.	B		

Test - 6

1.	C	4.	E
2.	C	5.	B
3.	C		

Yeni Nesil Taramalar

1.	C	12.	C	23.	D
2.	D	13.	D	24.	C
3.	E	14.	E	25.	E
4.	D	15.	B	26.	A
5.	B	16.	B	27.	C
6.	A	17.	C	28.	B
7.	D	18.	D	29.	B
8.	D	19.	E	30.	C
9.	E	20.	D	31.	C
10.	D	21.	C	32.	C
11.	A	22.	E	33.	E
				34.	B