

Θέματα από την Τράπεζα θεμάτων 2021-22
3.2 1^ο Κριτήριο ισότητας ορθογώνιων τριγώνων

- Θέμα 1574
- Θέμα 1677
- Θέμα 1688
- Θέμα 1707
- Θέμα 1545
- Θέμα 1571
- Θέμα 1724

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος της γωνίας του $\hat{\Gamma}$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο Δ . Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

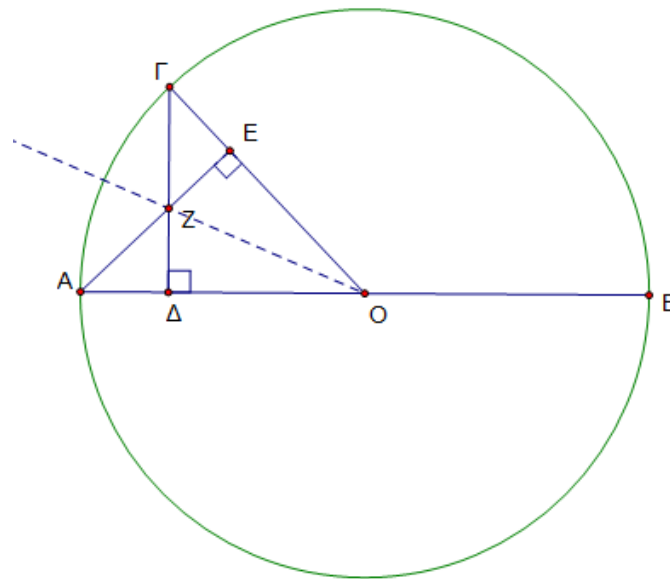
- α) Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $\Delta\Gamma E$ είναι ίσα. (Μονάδες 13)
- β) Το Γ ισαπέχει από τα σημεία A και E και η ευθεία $\Gamma\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος AE . (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Θεωρούμε διάμετρο AB και τυχαίο σημείο Γ του κύκλου. Αν AE κάθετο στην OG και $\Gamma\Delta$ κάθετο στην AO να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\triangle \hat{O}OE$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Η OZ διχοτομεί τη γωνία $\angle \hat{A}OG$ και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου AG . (Μονάδες 12)



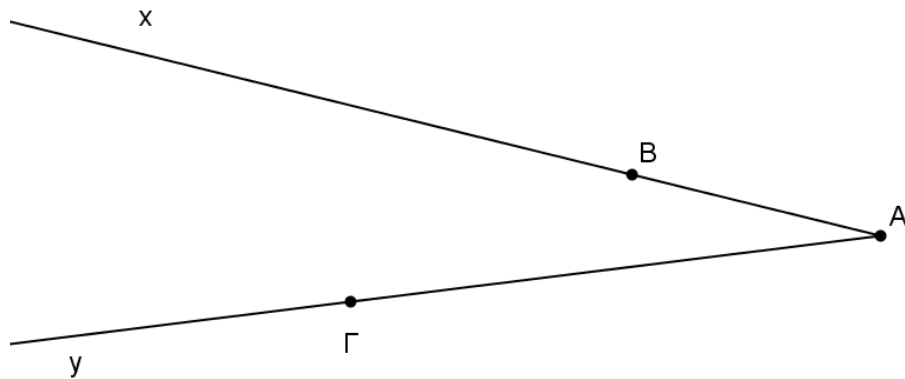
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το χάρτη μίας περιοχής όπου είναι κρυμμένος ένας θησαυρός. Οι ημιευθείες Αx και Ay παριστάνουν δύο ποτάμια και στα σημεία Β και Γ βρίσκονται δύο πλατάνια.

Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τις δυνατές θέσεις του θησαυρού, αν είναι γνωστό ότι:

- α) ισαπέχει από τα δύο πλατάνια. (Μονάδες 9)
- β) ισαπέχει από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 9)
- γ) ισαπέχει και από τα δύο πλατάνια και από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 7)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.



ΘΕΜΑ 4

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$) του παρακάτω σχήματος, η κάθετη στο μέσο M της $B\Gamma$ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου AD στο σημείο E . Αν Θ, Z είναι οι προβολές του E στις $AB, A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $EB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

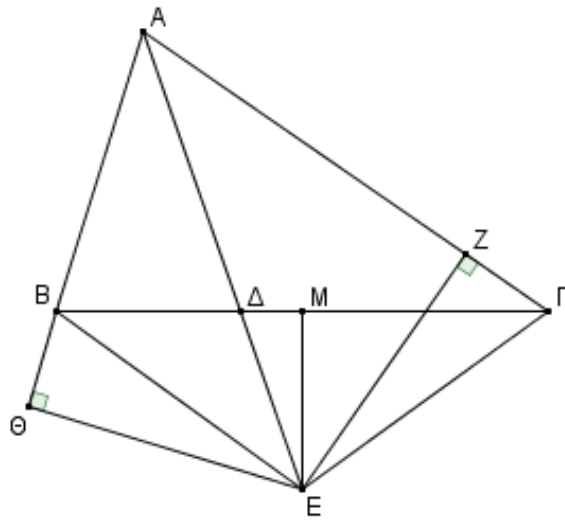
(Μονάδες 5)

β) Τα τρίγωνα ΘBE και ZGE είναι ίσα.

(Μονάδες 8)

γ) $\hat{A}\Gamma E + \hat{A}\hat{B}E = 180^\circ$

(Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($AB=AG$) και τα ύψη του $BΔ$ και $ΓΕ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $BΔΓ$ και $ΓΕΒ$ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

β) $AD=AE$ (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$. Από το Δ φέρουμε $DE \perp B\Gamma$, και έστω Z το σημείο στο οποίο η ευθεία $E\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA (προς το A).

Να αποδείξετε ότι:

α) $AB=BE$

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ZEB είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 4

Έστω $AB\Gamma$ τρίγωνο και τα ύψη του BE και $\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στις πλευρές AG και AB αντίστοιχα. Δίνεται η ακόλουθη πρόταση:

Π : Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG$, τότε τα ύψη BE και $\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του είναι ίσα.

α) Να εξετάσετε αν ισχύει η πρόταση **Π** αιτιολογώντας την απάντησή σας

(Μονάδες 10)

β) Να διατυπώσετε την **αντίστροφη** πρόταση της **Π** και να αποδείξετε ότι ισχύει.

(Μονάδες 10)

γ) Να διατυπώσετε την πρόταση **Π** και την **αντίστροφή της** ως ενιαία πρόταση.

(Μονάδες 5)