

Δύο «Δύσκολες» Ασκήσεις

ΓΕΛ Νέας Περάμου

Β Λυκείου - Συναρτήσεις

1 Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 + x + 2$$

A Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

B Να λύσετε τις ανισώσεις:

- 1) $f(x) < 0$
- 2) $f(x) < 4$
- 3) $f(x) > 12$
- 4) $f(f(x)) > 12$
- 5) $f(x^2 - 3x + 2) < 2$
- 6) $f(f(x) - 2) < f(6 - f(x))$

2 Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \sqrt{x} + x^3$$

A Να αποδείξετε ότι για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ με $x < y$ ισχύει ότι $\sqrt{y} - \sqrt{x} > x^3 - y^3$.

B Να λύσετε τις ανισώσεις:

- 1) $\frac{x^3 - 2}{\sqrt{x}} < -1$
- 2) $f(|x - 1|) > 2$
- 3) $\sqrt{x + 1} + x^3 + 3x^2 + 3x > 65$