

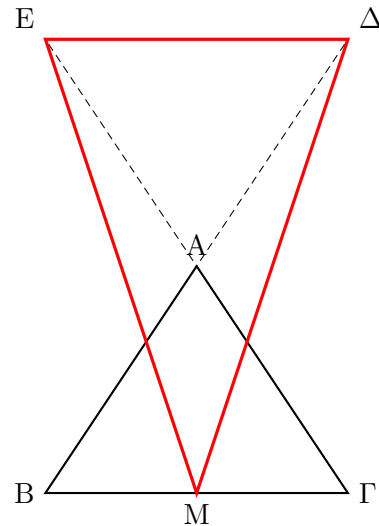
Άσκηση 1

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$. Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών του BA , ΓA θεωρούμε ίσα τμήματα $A\Delta$, $A\epsilon$ αντίστοιχα. Αν M το μέσο της βάσης $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $M\Delta\epsilon$ είναι ισοσκελές.

Λύση. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\epsilon M\Gamma$ και $\Delta B M$.
Έχουμε

- $B M = M\Gamma$, αφού το M είναι μέσο της $B\Gamma$.
- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$, ως γωνίες βάσης ισοσκελούς τριγώνου.
- $B\Delta = \epsilon\Gamma$, διότι $AB = A\Gamma$ και $A\epsilon = A\Delta$ από την υπόθεση.

Άρα (Π-Γ-Π) τα τρίγωνα είναι ίσα και επομένως $M\Delta = M\epsilon$, που σημαίνει ότι το τρίγωνο $M\Delta\epsilon$ είναι ισοσκελές.



Σχόλια. Στα ισοσκελή τρίγωνα, οι γωνίες της βάσης είναι ίσες. Επίσης, αν φέρουμε τη διάμεσο που αντιστοιχεί στη βάση, τα δύο τρίγωνα που προκύπτουν είναι ίσα, οπότε δείχνουμε ότι η διάμεσος αυτή είναι ταυτόχρονα ύψος και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής. Επίσης, επειδή τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι ισοσκελή, τα συμπεράσματα αυτά ισχύουν και για ισόπλευρα τρίγωνα.

Ερωτήσεις θεωρίας. 1. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισοσκελές;

2. Αποδείξτε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ οι γωνίες της βάσης είναι ίσες.

3. Αποδείξτε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, η διάμεσος προς τη βάση του είναι επίσης ύψος και διχοτόμος.

4. Διατυπώστε το κριτήριο Π-Π-Π.

Άσκηση 2. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Η μεσοκάθετος της πλευράς $A\Gamma$ τέμνει την προέκταση της ΓB στο Δ . Προεκτείνουμε τη ΔA κατά τμήμα $A\epsilon = \Delta B$. Να αποδείξετε ότι:
α. το τρίγωνο $\Delta A\Gamma$ είναι ισοσκελές β. το τρίγωνο $\Gamma\Delta\epsilon$ είναι επίσης ισοσκελές.