

Θέμα 1 - 1/12/2025

[Εξισώσεις 1ου βαθμού]

Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2 x + 1 = x + \lambda$, με άγνωστο x και παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

A. Να λύσετε την εξίσωση για $\lambda = 1, \lambda = 2, \lambda = 3$.

B. Αν η τιμή $x = 1$ είναι λύση, να βρείτε το λ .

Γ. Να λύσετε την εξίσωση για όλα τα $\lambda \in \mathbb{R}$.

Θέμα 2 - 3/12/2025

[Διάταξη]

Για κάθε $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε την ανισότητα
Cauchy – Schwarz :

$$(x_1 y_1 + x_2 y_2)^2 \leq (x_1^2 + x_2^2)(y_1^2 + y_2^2)$$

Θέμα 3 - 3/12/2025

[Διάταξη - απόλυτη τιμή]

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει $(\alpha - 1)(1 - \beta) > 0$.

A. Να δείξετε ότι $\alpha < 1 < \beta$.

B. Αν επιπλέον ισχύει $|\beta - \alpha| = 4$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = |\alpha - 1| + |1 - \beta|$$

Θέμα 4 - 3/12/2025

[Εξισώσεις 2ου βαθμού]

Τα μήκη των τριών πλευρών ενός τριγώνου είναι 4cm , 6cm , 8cm .
Αν αυξήσουμε το μήκος κάθε πλευράς κατά $x\text{ cm}$, το τρίγωνο γίνεται ορθογώνιο. Να βρείτε το x .

Θέμα 5 - 3/12/2025

[Εξισώσεις 2ου βαθμού]

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης.

B. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε για ποια τιμή του λ ισχύει $(x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 + 5 = 0$.

Θέμα 6 - 3/12/2025

[Απόλυτη τιμή]

A. Να λύσετε την ανίσωση $|x - 3| \leq 5$.

B. Να απεικονίσετε το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης αυτής πάνω στον άξονα των αριθμών και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα με βάση τη γεωμετρική σημασία της παράστασης $|x - 3|$.

Γ. Να βρείτε όλους τους ακέραιους

Θέμα 7 - 9/12/2025

[Προβλήματα 2ου βαθμού]

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος 8 εκ. και πλάτος 4 εκ. Αν αυξήσουμε το μήκος κατά x εκ. , το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 28 τετ. εκ. Βρείτε το x .

Θέμα 8 - 9/12/2025

[Εξισώσεις 2ου βαθμού]

Δίνονται οι εξισώσεις

$$x^2 - (2\lambda - 1)x - 3 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - (\lambda - 2)x + 3\lambda = 0 \quad (2)$$

με $\lambda \neq -1$. Αν οι εξισώσεις (1) , (2) έχουν κοινή ρίζα τον αριθμό ρ , τότε:

A. Να βρείτε τους αριθμούς ρ , λ .

B. Να λύσετε τις δύο εξισώσεις.

Γ. Να λύσετε την εξίσωση

$$|x + \rho| = x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^\lambda x + \rho$$