

5B σελ. 171

$$f(x) = \frac{1}{2} (\alpha^x + \alpha^{-x}) \quad (\alpha > 0 \text{ και } \alpha \neq 1)$$

$$[f(x)]^2 = \frac{1}{4} (\alpha^x + \alpha^{-x})^2 = \frac{(\alpha^x)^2 + 2\alpha^x \alpha^{-x} + (\alpha^{-x})^2}{4} = \frac{\alpha^{2x} + 2 + \alpha^{-2x}}{4}$$

$$g(x) = \frac{1}{2} (\alpha^x - \alpha^{-x})$$

$$[g(x)]^2 = \frac{1}{4} (\alpha^x - \alpha^{-x})^2 = \frac{(\alpha^x)^2 - 2\alpha^x \alpha^{-x} + (\alpha^{-x})^2}{4} = \frac{\alpha^{2x} - 2 + \alpha^{-2x}}{4}$$

$$\begin{aligned} [f(x)]^2 - [g(x)]^2 &= \frac{\alpha^{2x} + 2 + \alpha^{-2x}}{4} - \frac{\alpha^{2x} - 2 + \alpha^{-2x}}{4} = \\ &= \frac{\alpha^{2x} + 2 + \alpha^{-2x} - \alpha^{2x} + 2 - \alpha^{-2x}}{4} = \frac{4}{4} = 1. \end{aligned}$$

6B σελ. 171 i) Αρχικά στο δοχείο βρίσκονται 5L.

Την πρώτη εβδομάδα εξατμίζεται το 20% των 5L και μένει το 80% των 5L.

Αρα την πρώτη εβδομάδα (στο τέλος της) μένουν 0,8 · 5L.

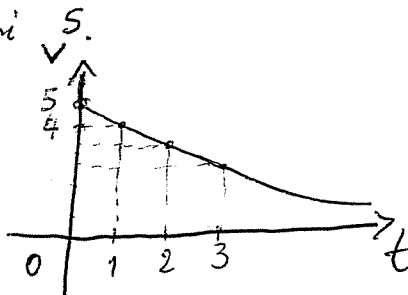
Την δεύτερη εβδομάδα (στο τέλος της) μένουν 0,8 · 0,8 · 5L = (0,8)<sup>2</sup> · 5L.

Την τρίτη εβδομάδα (στο τέλος της) μένουν 0,8 · (0,8)<sup>2</sup> · 5L = (0,8)<sup>3</sup> · 5L.

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε ότι μετά από t εβδομάδες η ποσότητα της βενζίνης στο δοχείο είναι  $V(t) = 5 \cdot (0,8)^t$  L.

ii)  $0 < 0,8 < 1$  έχουμε εκθετική συνάρτηση γιγώσιως φθίνουσα, πολλαπλασιασμένη επί 5.

t	0	1	2	3
V	5	4	3,2	2,56



Δεν ορίζεται για  $t < 0$ .

$$\text{iii) } V(40) = 5(0,8)^{40} \approx 5 \cdot 1,3 \cdot 10^{-4} = 6,5 \cdot 10^{-4} = 0,00065 \text{ L} = 0,65 \text{ ml}$$

Η ποσότητα είναι πολύ μικρή και πρακτικά αήμενη.

Για αυτό λέμε ότι έχει μείνει στο δοχείο μόνο η μισηδιά της βενζίνης.