ΑΛΓΕΒΡΑ Β'

1Β σελ. 171 $f(x)=\left(\frac{2-\alpha}{2\alpha-1}\right)^x$

Η εκθετική συνάρτηση $f(x)=\beta^x$ ορίζεται όταν $\beta>0$ και $\beta\neq 1$.

Εδώ $\beta=\frac{2-\alpha}{2\alpha-1}$.

Περιορισμοί: • Λόγω του κλάσματος, πρέπει $2\alpha-1\neq 0 \iff 2\alpha\neq 1 \iff \alpha\neq\frac{1}{2}$.

• $\beta\neq 1 \iff \frac{2-\alpha}{2\alpha-1}\neq 1 \iff 2-\alpha\neq 2\alpha-1 \iff -\alpha-2\alpha\neq -1-2$

$\iff -3\alpha\neq -3 \iff \alpha\neq 1$

• $\beta>0 \iff \frac{2-\alpha}{2\alpha-1}>0 \iff (2-\alpha)(2\alpha-1)>0$

$(2-\alpha)(2\alpha-1)=0 \iff 2-\alpha=0$ ή $2\alpha-1=0 \iff \alpha=2$ ή $2\alpha=1 \iff \alpha=2$ ή $\underbrace{\alpha=\frac{1}{2}}_{\text{απορρίπτεται}}$

α	−∞		0 ½	1	2		+∞
2−α		+		+	0	−	
2α−1		−	0	+		+	
(2−α)(2α−1)		−	0	+	0	−	

$(2-\alpha)(2\alpha-1)>0 \iff \alpha\in\left(\frac{1}{2},2\right)$

Επειδή $\alpha\neq 1$, τελικά ο περιορισμός είναι $\alpha\in\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,2)$.

i) Η $f(x)=\beta^x$ είναι γνησίως φθίνουσα όταν $0<\beta<1$.
Ήδη έχουμε λάβει υπόψη ότι $\beta>0$. Χρειάζεται, λοιπόν, $\beta<1$.

$\frac{2-\alpha}{2\alpha-1}<1 \iff \frac{2-\alpha}{2\alpha-1}-1<0 \iff \frac{2-\alpha}{2\alpha-1}-\frac{2\alpha-1}{2\alpha-1}<0 \iff \frac{2-\alpha-2\alpha+1}{2\alpha-1}<0 \iff$

$\iff \frac{-3\alpha+3}{2\alpha-1}<0 \iff (-3\alpha+3)(2\alpha-1)<0$

$(-3\alpha+3)(2\alpha-1)=0 \iff -3\alpha+3=0$ ή $2\alpha-1=0 \iff -3\alpha=-3$ ή $2\alpha=1 \iff \underbrace{\alpha=1 \text{ ή } \alpha=\frac{1}{2}}_{\text{απορρίπτονται}}$

α	−∞		0 ½		1		2		+∞
−3α+3		+		+	0	−		−	
2α−1		−	0	+		+		+	
(−3α+3)(2α−1)		−	0	+	0	−		−	
				↑		↓			

Λαμβάνουμε υπόψη τον περιορισμό και βρίσκουμε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα όταν $\alpha\in(1,2)$.

ii) Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα όταν $\alpha\in\left(\frac{1}{2},1\right)$.