6B' σελ.76 $A(\alpha,\beta)$, $B(\gamma,\delta)$, $\Gamma(\alpha-\gamma,\ \beta-\delta)$

$\vec{AB}=(\gamma-\alpha,\ \delta-\beta)$ $\vec{A\Gamma}=(\alpha-\gamma-\alpha,\ \beta-\delta-\beta)=(-\gamma,-\delta)$

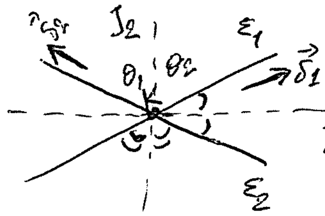
$$\det(\vec{AB},\vec{A\Gamma})=\begin{vmatrix}\gamma-\alpha & \delta-\beta\\ -\gamma & -\delta\end{vmatrix}=-\delta(\gamma-\alpha)-(-\gamma)(\delta-\beta)=\cancel{-\gamma\delta}+\alpha\delta+\cancel{\gamma\delta}-\beta\gamma=\alpha\delta-\beta\gamma.$$

Τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά αν και μόνο αν

$\det(\vec{AB},\vec{A\Gamma})=0 \iff \alpha\delta-\beta\gamma=0 \iff \alpha\delta=\beta\gamma.$

8B' σελ.76 $\varepsilon_1: 3x-4y+1=0$ $\vec{\delta_1}=(-4,-3)$ $\vec{\delta_1}\parallel\varepsilon_1$

$\varepsilon_2: 5x+12y+4=0$ $\vec{\delta_2}=(12,-5)$: $\vec{\delta_2}\parallel\varepsilon_2$



Για την γωνία θ των διανυσμάτων $\vec{\delta_1},\vec{\delta_2}$ γνωρίζουμε ότι

$$\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{\vec{\delta_1}\cdot\vec{\delta_2}}{|\vec{\delta_1}||\vec{\delta_2}|}=\frac{-4\cdot 12+(-3)(-5)}{\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{12^2+(-5)^2}}=$$

$$=\frac{-48+15}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{169}}=\frac{-33}{5\cdot 13}=-\frac{33}{65}<0 \Rightarrow \theta \text{ αμβλεία γωνία}$$

$\theta=\theta_1+\theta_2$

Το σημείο τομής των $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ βρίσκεται από το σύστημα

$$\begin{cases}3x-4y=-1\\5x+12y=-4\end{cases}\begin{vmatrix}3\\1\end{vmatrix} \iff \begin{cases}9x-12y=-3\\5x+12y=-4\end{cases}$$

$14x=-7$

$x=-\frac{7}{14}$

$x=-\frac{1}{2}$

$3\left(-\frac{1}{2}\right)-4y=-1$

$-\frac{3}{2}-4y=-1$ $(\cdot 2)$

$-3-8y=-2$

$-8y=3-2$

$-8y=1$

$y=-\frac{1}{8}$

$K\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{8}\right)$

Αν ζ_2 είναι μία διχοτόμος των γωνιών των $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ τότε

$\zeta_2:\ y+\frac{1}{8}=\lambda\left(x+\frac{1}{2}\right) \iff y+\frac{1}{8}=\lambda x+\frac{\lambda}{2} \overset{\cdot 8}{\iff} 8y+1=8\lambda x+4\lambda \iff$

$\iff 8\lambda x-8y+4\lambda-1=0.$

Παράλληλο διάνυσμα είναι το $\vec{\delta_\zeta}=(-8,-8\lambda)$. Αν θ_1 η γωνία των $\vec{\delta_1},\vec{\delta_\zeta}$ και θ_2 η γωνία των $\vec{\delta_2},\vec{\delta_\zeta}$, τότε $\theta_1=\theta_2$. Έχουμε λοιπόν

$$\sigma\upsilon\nu\theta_1=\sigma\upsilon\nu\theta_2 \iff \frac{\vec{\delta_1}\cdot\vec{\delta_\zeta}}{|\vec{\delta_1}||\vec{\delta_\zeta}|}=\frac{\vec{\delta_2}\cdot\vec{\delta_\zeta}}{|\vec{\delta_2}|\cdot|\vec{\delta_\zeta}|} \iff \frac{(-4)(-8)+(-3)(-8\lambda)}{5\cdot\sqrt{(-8)^2+(-8\lambda)^2}}=\frac{12(-8)+(-5)(-8\lambda)}{13\cdot\sqrt{(-8)^2+(-8\lambda)^2}}$$