

Η ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $M(1, 2)$,
 άρα έχει εξίσωση

$$\varepsilon: y - 2 = \lambda(x - 1) \Leftrightarrow y - 2 = \lambda x - \lambda \Leftrightarrow y = \lambda x + 2 - \lambda$$

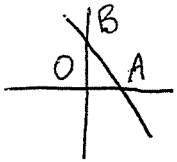
$$\Leftrightarrow \lambda x - y + 2 - \lambda = 0$$

Επειδή σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες, ορίζεται ο συντελεστής
 διεύθυνσης της ευθείας ε (δεν μπορεί να είναι η κατακόρυφη ευθεία $x=1$).

Για $x=0, y=2-\lambda$ $B(0, 2-\lambda)$

Για $y=0, \lambda x + 2 - \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda x = \lambda - 2 \Leftrightarrow x = \frac{\lambda - 2}{\lambda}, \lambda \neq 0. A\left(\frac{\lambda - 2}{\lambda}, 0\right)$

Αν ήταν $\lambda=0$, τότε η ευθεία θα ήταν οριζόντια και δεν θα
 σχημάτιζε τρίγωνο με τους άξονες - ΑΤΟΠΟ.



Για το εμβαδό $E = (OAB)$ του τριγώνου OAB έχουμε

$$E = \frac{1}{2} |\det(\vec{OA}, \vec{OB})| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} \frac{\lambda - 2}{\lambda} & 0 \\ 0 & 2 - \lambda \end{vmatrix} \right| =$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{\lambda - 2}{\lambda} \cdot (2 - \lambda) \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{-(\lambda - 2)^2}{\lambda} \right| = \frac{1}{2} \frac{(\lambda - 2)^2}{|\lambda|} = \frac{(\lambda - 2)^2}{2|\lambda|}$$

$$E = 4 \Leftrightarrow \frac{(\lambda - 2)^2}{2|\lambda|} = 4 \Leftrightarrow (\lambda - 2)^2 = 8|\lambda|$$

τη περίπτωση $\lambda > 0$ $(\lambda - 2)^2 = 8\lambda \Leftrightarrow \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 8\lambda \Leftrightarrow \lambda^2 - 12\lambda + 4 = 0$

$$\Delta = 144 - 16 = 128$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{128}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{64} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{12 \pm 8\sqrt{2}}{2}$$

$$= 6 \pm 4\sqrt{2} \quad \underline{\text{δεκτές}}$$

$$6 + 4\sqrt{2} > 0$$

$$4\sqrt{2} < 15 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} \in (4, 6)$$

$$\text{Άρα } 6 - 4\sqrt{2} > 0$$

τη περίπτωση $\lambda < 0$

$$(\lambda - 2)^2 = 8|\lambda| \Leftrightarrow \lambda^2 - 4\lambda + 4 = -8\lambda$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0 \Leftrightarrow (\lambda + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda + 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -2$$

$$\varepsilon_1: y = (6 + 4\sqrt{2})x - 4 - 4\sqrt{2}$$

$$(\lambda = 6 + 4\sqrt{2})$$

$$\varepsilon_2: y = (6 - 4\sqrt{2})x - 4 + 4\sqrt{2}$$

$$(\lambda = 6 - 4\sqrt{2})$$

$$\varepsilon_3: y = -2x + 4$$

$$(\lambda = -2)$$