

3^ο Γυμνάσιο Νεάπολης**Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό μεγαλύτερο της μονάδας**

$$a^v = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{v \text{ φορές}}$$

Για δύναμη a^v με a ρητό αριθμό και εκθέτη φυσικό αριθμό $v > 1$ διακρίνω τις εξής περιπτώσεις:

α) Όταν $a > 0$, τότε $a^v > 0$

π.χ. $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

β) Όταν $a < 0$, τότε:

β1) για v άρτιο, $a^v > 0$.

π.χ. $(-2)^4 = +16$, αφού $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = +16$ ως γινόμενο πολλών παραγόντων.

β2) για v περιττό, $a^v < 0$.

π.χ. $(-2)^3 = -8$, αφού $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$ ως γινόμενο πολλών παραγόντων.

Προσοχή! $(-3)^4 = +81$, αφού $(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = +81$

αλλά $-3^4 = -81$, αφού $-3^4 = -3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = -81$

Ιδιότητες ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό

α) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

π.χ. $(-3)^4 \cdot (-3)^2 = (-3)(-3)(-3)(-3)(-3)(-3) = (-3)^6$

β) $a^m : a^n = a^{m-n}$

π.χ. $(-3)^4 : (-3)^2 = \frac{(-3)(-3)(-3)(-3)}{(-3)(-3)} = (-3)^2$

γ) $(a \cdot b)^v = a^v \cdot b^v$

π.χ. $(2 \cdot 3)^5 = (2 \cdot 3)(2 \cdot 3)(2 \cdot 3)(2 \cdot 3)(2 \cdot 3) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3^5$

δ) $(a:b)^v = a^v : b^v$

π.χ. $(2:3)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3}$

ε) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

π.χ. $(2^4)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{4 \cdot 3}$

Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

Για $a \neq 0$, ισχύει: $a^0 = 1$

Ακόμη ισχύουν: $a^{-v} = \frac{1}{a^v}$ και $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^v$

Ασκήσεις

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $(-1)^{2021} =$

β. $-[-(-1 - 2 - 3) - (+1 - 2 + 3) + (-2)^5] =$

γ. $\frac{-3^5 - (-3)^5}{2021} =$

2. Όμοια:

α. $2^3 + 2^2 =$

β. $(4^5)^3 =$

γ. $3^3 \cdot 4^3 =$

δ. $\frac{(-5)^{13}}{5^{12}} =$

ε. $3^{-2} =$

στ. $7^6 : 7^2 =$

ζ. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

η. $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^{-5} =$

θ. $\frac{(-3)^2 \cdot 3^4}{5^{-6}} =$

ι. $\{[(-2)^2]^3\}^4 =$

κ. $\frac{(-4)^8}{2^4} =$

λ. $\frac{[(3^5)^{-2}]^3}{9^{-20}} =$

$$\mu. \frac{(-4)^2 \cdot 2^2 \cdot 8^3}{4^{-2}} =$$