Διατάξεις-Μεταθέσεις-Συνδυασμοί

Γ Λυκείου - Μαθηματικά (Κόντρα)*(Ξενιτίδης Κλεάνθης)*

Θεωρία και Παραδείγματα

Περίπτωση 1 - Διάταξη των ν (στοιχείων) ανά κ

Διάταξη 2 στοιχείων ανά 3 (σε 3-άδες).
Ας θεωρήσουμε ότι καταγράφουμε το φύλο από τις πρώτες 3 γέννες του μήνα σε μία κλινική.
Σε κάθε γέννα έχουμε 2 διαφορετικές περιπτώσεις: Αγόρι (Α) ή Κορίτσι (Κ).

1η γέννα	*2η γέννα*	*3η γέννα*
2	2	2

Διαφορετικές περιπτώσεις/διατάξεις: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$

Παραδείγματα διατάξεων

Διάταξη 1 *(Κ, Α, Α)* ***Διάταξη 2*** *(Α, Κ, Α)* ***Διάταξη 3*** *(Α, Α, Α) ...*

- *Επιτρέπεται η επανάληψη*
- *Μας ενδιαφέρει η σειρά*

Περίπτωση 2 - Διάταξη των ν (στοιχείων) ανά κ χωρίς επαναλήψεις

Διάταξη 5 στοιχείων ανά 3 (σε 3-άδες).
Ας θεωρήσουμε ότι από 5 μαθητές (Μ1, Μ2, Μ3, Μ4 ,Μ5) θέλουμε να επιλέξουμε έναν για πρόεδρο, έναν για ταμία και έναν για γραμματέα.

Πρόεδρος	*Ταμίας*	*Γραμματέας*
5	4	3

Διαφορετικές περιπτώσεις/διατάξεις: $(5)_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Παραδείγματα διατάξεων

Διάταξη 1 *(Μ1, Μ2, Μ3)* ***Διάταξη 2*** *(Μ1, Μ2, Μ4)* ***Διάταξη 3*** *(Μ5, Μ2, Μ1)*

- ***ΔΕΝ*** *επιτρέπεται η επανάληψη*
- *Μας ενδιαφέρει η σειρά*

Τύπος για την διάταξη ν στοιχείων ανά κ

$$(\nu)_{\kappa} = \frac{\nu!}{(\nu-\kappa)!}$$

όπου το $\nu!$ διαβάζεται ν παραγοντικό και δίνεται από τον τύπο

$$\nu! = \nu \cdot (\nu-1) \cdot (\nu-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

δηλαδή πολλαπλασιάζουμε όλους τους φυσικούς αριθμούς από το 1 έως και το ν.

Έτσι, σύμφωνα με τον τύπο μπορούμε να υπολογίσουμε τις διαφορετικές περιπτώσεις του προηγούμενου παραδείγματος ως εξής:

$$(5)_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Περίπτωση 3 - Μετάθεση των ν ανά κ

Διάταξη 5 στοιχείων ανά 5 (σε 5-άδες).
Ειδική περίπτωση των διατάξεων ν στοιχείων ανά κ όταν ν=κ.
Ας θεωρήσουμε ότι τοποθετούμε τους 5 μαθητές σε 5 διαφορετικές θέσεις.

Πρόεδρος	Ταμίας	Γραμματέας	Μέλος 1	Μέλος 2
5	4	3	2	1

Διαφορετικές περιπτώσεις/μεταθέσεις: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Περίπτωση 4 - Συνδυασμοί των ν (στοιχείων) ανά κ

Διάταξη 5 στοιχείων ανά 3 (σε 3-άδες).
Συνδυασμός 5 μαθητών ανά 3 (σε 3-άδες).

Ας θεωρήσουμε ότι από ένα σύνολο 5 μαθητών θέλουμε να επιλέξουμε 3. Το πλήθος των διαφορετικών συνδυασμών ισούται με:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{60}{2} = 20$$

- ***ΔΕΝ*** *επιτρέπεται η επανάληψη*
- ***ΔΕΝ*** *μας ενδιαφέρει η σειρά*

Τύπος για τον συνδυασμό ν στοιχείων ανά κ

$$\binom{\nu}{\kappa} = \frac{\nu!}{\kappa!\,(\nu-\kappa)!}$$