

ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ - ΕΥΘΕΙΑ

1. Δίνονται τα σημεία A(8,0) και B(0,4) του καρτεσιανού επιπέδου Oxy.
- α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από την αρχή των αξόνων O και το μέσο Δ του τμήματος AB.
 - β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο Δ και είναι κάθετη στην ευθεία OΔ.
 - γ. Έστω Μ τυχαίο σημείο της παραπάνω ευθείας (ε). Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση:

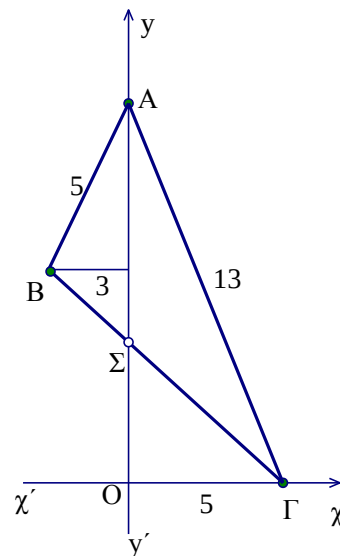
$$\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = 2\overrightarrow{OM}^2 \quad (1999)$$

2. Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy, η εξίσωση ευθείας $(\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y - \lambda - 3 = 0$, όπου λ πραγματικός αριθμός, περιγράφει τη φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος Φ.
- α. Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου Φ.
 - β. Τρία πλοία βρίσκονται στα σημεία K(2, 2), Λ(-1, 5) και M(1, 3). Να βρείτε τις εξισώσεις των φωτεινών ακτίνων που διέρχονται από τα πλοία K, Λ και M.
 - γ. Να υπολογίσετε ποιο από τα πλοία K και Λ βρίσκεται πλησιέστερα στη φωτεινή ακτίνα που διέρχεται από το πλοίο M.
 - δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της θαλάσσιας περιοχής που ορίζεται από το φάρο Φ και τα πλοία Λ και M.
- (2000)

3. Ενός παραλληλογράμμου ABΓΔ, η πλευρά AB ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $3x - 7y + 27 = 0$ και η πλευρά ΑΔ στην ευθεία με εξίσωση $4x + y + 5 = 0$. Οι διαγώνιοι ΑΓ, ΒΔ του παραλληλογράμμου τέμνονται στο σημείο $K(2, \frac{5}{2})$.
- α. Να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ έχει συντεταγμένες (6,2).
 - β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η πλευρά ΒΓ.
 - γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η διαγώνιος ΒΔ.
- (2001ε)

4. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 1)x + 2\lambda y - \lambda^2 - 2\lambda - \gamma = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ και γ πραγματική σταθερά.
- α. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή.
 - β. Εάν $\gamma = -1$, να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την παραπάνω εξίσωση διέρχονται από το ίδιο σημείο.
 - γ. Εάν $\gamma \neq -1$, να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων εκείνων που από το καθένα διέρχεται μόνο μία ευθεία η οποία επαληθεύει την παραπάνω εξίσωση.
- (2002ε)

5. Στο διπλανό σχεδιάγραμμα, τα σημεία A, B και Γ παριστάνουν τις θέσεις τριών κοινοτήτων ενός δήμου. Στο ίδιο σχεδιάγραμμα, ο άξονας $y'y$ παριστάνει μια εθνική οδό και τα ευθύγραμμα τμήματα AB και AΓ δύο επαρχιακούς δρόμους που συνδέουν την κοινότητα A με τις κοινότητες B και Γ και έχουν μήκη 5km και 13km αντίστοιχα. Πρόκειται να κατασκευαστεί ένας επαρχιακός δρόμος BΓ που θα συνδέει τις κοινότητες B και Γ, ο οποίος στο σχεδιάγραμμα παριστάνεται με το ευθύγραμμο τμήμα BΓ. Αν οι αποστάσεις των κοινοτήτων B και Γ από την εθνική οδό $y'y$ είναι 3km και 5km τότε :



- α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B και Γ
- β. Να βρείτε το μήκος του επαρχιακού δρόμου BΓ,
- γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας BΓ και στη συνέχεια τις συντεταγμένες του σημείου Σ στο οποίο ο επαρχιακός δρόμος BΓ συναντά την εθνική οδό .

(1999ε)

6. Δίνεται το σημείο A(2,1) του καρτεσιανού επιπέδου Oxy.

- α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA.
- β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία OA.
- γ. Η ευθεία (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο B. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους του τριγώνου OAB που διέρχεται από την κορυφή A.
- δ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB.

(2000ε)

7. Το σημείο A(7,5) είναι μία κορυφή τετραγώνου του οποίου η μία διαγώνιος βρίσκεται στην ευθεία $3x + y - 6 = 0$.

- α. Να βρείτε την εξίσωση της άλλης διαγωνίου του τετραγώνου.
- β. Να δείξετε ότι το κέντρο του τετραγώνου είναι το σημείο K(1,3).
- γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τις κορυφές του παραπάνω τετραγώνου. (2004ε)

8. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1: 3x+4y+6=0$ και $\varepsilon_2: 3x+4y+16=0$

- α. Να βρείτε την απόσταση των δύο παραλλήλων ευθειών ε_1 και ε_2
- β. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 και ε_2
- γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο τομής της ευθείας ε_1 με τον άξονα $x'x$, και αποκόπτει από την ε_2 χορδή μήκους $d=4\sqrt{3}$